

## PREFAZIONE

Grazie alle numerose ricerche teoriche e alle esperienze tecnologiche iniziate negli anni '60 e dopo l'osservazione del comportamento nel tempo delle ormai numerose realizzazioni in vari paesi, è possibile affermare che il periodo pionieristico dello sviluppo teorico e tecnico delle tensostrutture può essere considerato ormai concluso. E' perciò possibile elaborare una sintesi consuntiva sul campo di validità acquisito dalle tensostrutture piane, spaziali, membrane pre-sollecitate e strutture pneumatiche, in virtù delle loro caratteristiche tecnico-economiche.

Tale sintesi è l'obiettivo principale di questo libro che è stato redatto con l'intento di ordinare ed integrare, a scopo principalmente didattico, le informazioni scientifiche e tecnologiche attualmente disponibili, relative ai sistemi tenso-strutturali. I vari Capitoli nei quali è diviso il volume seguono un'ordine che, a parere dell'Autore, meglio si presta ad illustrare con gradualità didattica gli argomenti trattati. Può essere conveniente dare un cenno ai loro principali contenuti.

Dopo le premesse introduttive del Capitolo 1, nel Capitolo 2 vengono illustrate, raggruppandole per diversa tipologia, le tensostrutture aventi simili caratteristiche funzionali e geometriche. Per ogni tipologia sono state compilate schede riassuntive dei progetti che a conoscenza dell'Autore, possono essere più rappresentativi. A tale proposito l'Autore si rammarica per non aver potuto includere in ogni scheda i nomi dei Progettisti delle opere illustrate a causa della difficoltà di reperirli nella letteratura tecnica disponibile.

Nel Capitolo 3 viene trattato il fondamentale argomento della ricerca della configurazione geometrica necessaria per il funzionamento tensostrutturale (stato «0»), con alcuni esempi numerici svolti manualmente che permettono, con facilità, di interpretare i metodi risolutivi. I concetti esposti in questo Capitolo sono direttamente associabili alla fase di progettazione strutturale.

I metodi di verifica strutturale costituiscono il tema dei successivi tre Capitoli. Precisamente si illustrano, in ordine di difficoltà crescente, i vari metodi di calcolo che permettono di eseguire la fase di dimensionamento di massima e la conseguente definizione delle caratteristiche meccaniche degli elementi strutturali. Sono anche descritti vari metodi di verifica statica in campo non-lineare geometrico, sempre accompagnati da semplici esempi illustrativi. Successivamente viene trattata la dinamica delle tensostrutture in campo non-lineare, considerando in particolare gli effetti e l'interazione relativa all'azione del vento.

Nel Capitolo 7, di interesse prettamente tecnologico, sono raccolte informazioni sui materiali e sui particolari costruttivi, mentre nel Capitolo 8 vengono illustrati quattro significativi progetti di diversa tipologia.

Può essere opportuno sottolineare che questo volume è indirizzato principalmente agli studenti di Ingegneria e di Architettura ma si ritiene che possa risul-

tare interessante anche per le categorie professionali e imprenditoriali, soprattutto in relazione ai primi Capitoli che permettono l'acquisizione della sensibilità relativa al funzionamento delle tensostrutture unitamente alle numerose schede tecniche le quali consentono la stesura di progetti preliminari. Alcuni argomenti, quale ad esempio la progettazione interattiva grafica mediante elaboratore elettronico, sono stati considerati di notevole importanza complementare nel contesto di una moderna trattazione riguardante problemi di calcolo e di disegno strutturale.

Ampio spazio è stato dedicato al problema della non-linearità geometrica, introducendo così il lettore anche ad altre schematizzazioni strutturali che necessitano di una modellazione matematica del 2° ordine.

Prima di concludere mi è gradito ricordare la fondamentale e cordiale collaborazione degli Architetti Francesco Fenaroli e Mauro Gazzo, i quali hanno organizzato il materiale tecnico reperito, hanno provveduto a trascrivere e comporre il testo ed hanno eseguito gran parte delle numerose figure.

*M. Majowiecki*

## PRESENTAZIONE

Sono lieto di accettare l'invito del professor Majowiecki a scrivere la Presentazione del suo libro «Tensostrutture: progetto e verifica» che ho letto con il più vivo interesse. Dobbiamo essere grati al professor Majowiecki per la sua opera che presenta in modo lucido, completo e brillante la teoria e la tecnica delle costruzioni a cavi, che ha permesso negli ultimi trent'anni realizzazioni di essenziale importanza in tutto il mondo. Troppi sono i meriti del volume per poter essere elencati in dettaglio in una presentazione, ma desidero citare i più significativi per indicare al lettore l'importanza del contributo portato dal Majowiecki al campo delle strutture di grande luce.

Con fine intuito di insegnante, l'Autore ci presenta innanzitutto in modo succinto una serie di strutture leggere, che comprende tutte le più interessanti realizzate a tutt'oggi nel mondo, e le illustra sia con interessanti fotografie sia con dati riassuntivi. Avendo così dimostrato l'importanza del suo tema, egli organizza queste strutture in una tipologia del tutto originale, che ci permette di vedere l'analogia fra quelle che a prima vista potrebbero sembrare diverse. Nel così fare ci permette inoltre di penetrarne intuitivamente il meccanismo e di facilitarne la comprensione.

Una volta introdotto il tema del trattato, egli espone i vari metodi di calcolo delle strutture a cavo, cominciando da quelli sperimentali e approssimati, quali quelli della bolla di sapone e quelli alle differenze finite. Ognuno di questi metodi è illustrato da esempi numerici di valore pratico che permettono al lettore di seguirne gli sviluppi senza difficoltà. Fa seguito una esposizione esauriente dei metodi di calcolo per la soluzione rigorosa degli stessi problemi, con speciale riferimento alla loro non-linearità. E' questa la parte in cui appaiono molti dei contributi originali dell'Autore e che è illustrata da esempi completi di calcolo, in tutte le loro fasi, molti dei quali di opere da lui stesso eseguite. Chiunque desideri risolvere in modo scientifico e pratico il problema di una tensostruttura non potrà fare a meno di studiare a fondo questa parte del libro. Infine l'Autore ci offre una serie di programmi al calcolatore, da lui elaborati, che permettono a chiunque conosca il FORTRAN 77 lo studio completo di una struttura a cavi sia piana che tridimensionale, con cavi ancorati a contorni rigidi o flessibili.

L'opera è completata da un capitolo finale che illustra dettagliatamente gli elementi di una struttura a cavi mediante una serie di numerosi e chiari disegni. Questa serie di illustrazioni vale in se stessa il prezzo dell'intero libro, che è anche riccamente illustrato da diagrammi e immagini.

L'Autore ha giustamente dato maggiore importanza alle strutture a cavi che a quelle pneumatiche, pur non trascurando queste ultime. Malgrado i passati sviluppi delle strutture pneumatiche, non si può oggi dubitare che quelle a cavi siano notevolmente più vantaggiose. Come uno dei primi, anche se modestissimo pioniere nei campi delle coperture leggere, sono lieto di constatare gli svi-

luppi oggi raggiunti da questo tipo di strutture dopo tanti anni di lotte da parte dei più grandi ingegneri e architetti di ogni parte del mondo e sono ancor più lieto di riconoscere nel professor Majowiecki un degno successore dei grandi strutturalisti della Scuola di Ingegneria di Bologna. La sua opera va annoverata fra quei rari volumi che riassumono un'epoca e, nel così fare, ne aprono una nuova. Un libro come il suo non può non essere di fondamentale spinta allo sviluppo delle strutture a grandi luci.

Mi congratulo quindi vivamente con il collega Majowiecki e non ho bisogno di augurare buona fortuna al suo volume, in quanto il successo di un libro è dovuto unicamente e sempre alla serietà e all'entusiasmo di chi lo ha scritto. Voglio tuttavia esprimere un rammarico ed una speranza. Fino ad ora il frutto della fatica del Majowiecki può essere di utilità soltanto a lettori di lingua italiana, e questo è un peccato. Spero e mi auguro che questo volume venga al più presto tradotto in modo da essere di grande utilità e di sprone agli strutturalisti di tutto il mondo, senza limiti di lingue o confini.

*MARIO SALVADORI*

*Membro dell'Accademia  
Nazionale di Ingegneria  
degli Stati Uniti d'America.  
Professore emerito di  
Ingegneria Civile e di Architettura  
alla Columbia University  
di New York.*

## 1 INTRODUZIONE: STRUTTURE LEGGERE- TENSOSTRUTTURE

1.1 Generalità	pag.	14
1.2 Ponti sospesi e strallati	pag.	28
1.3 L'evoluzione delle problematiche progettuali dei ponti sospesi di grande luce	pag.	30
1.4 Coperture sospese	pag.	36
1.5 Campo di validità tecnico ed economico delle tensostrutture	pag.	37
1.5.1 Caratteristiche tecniche	pag.	37
1.5.2 Aspetto economico	pag.	39
1.6 Obiettivi della monografia	pag.	40
Bibliografia	pag.	42

## 2 SISTEMI TENSOSTRUTTURALI

2.1 Generalità	pag.	44
2.2 L'elemento strutturale fune	pag.	46
2.2.1 Il rapporto $f/L$	pag.	47
2.3 Metodi di stabilizzazione geometrica per funi singole	pag.	48
2.3.1 Sistema a stralli	pag.	48
2.3.2 Sistemi sospesi	pag.	54
2.4 Metodi di stabilizzazione per sistemi piani di funi	pag.	64
2.4.1 Sistema piano a collegamenti verticali	pag.	64
2.4.2 Sistema piano a collegamenti inclinati (o diagonali)	pag.	65
2.5 Superfici di copertura generate da sistemi tensostrutturali piani	pag.	66
2.5.1 Travate disposte parallelamente	pag.	66
2.5.2 Travate disposte radialmente	pag.	67
2.6 Strutture di bordo e di ancoraggio per tensostrutture piane	pag.	80
2.7 Sistemi spaziali	pag.	82
2.7.1 Il paraboloido iperbolico	pag.	82
2.7.2 Reti di forma libera	pag.	88
2.7.3 Reti a doppio strato	pag.	102
2.8 Strutture pneumatiche	pag.	105
2.8.1 Definizioni tipologiche ed excursus storico	pag.	105
2.9 Tensostrutture a membrana	pag.	112
2.9.1 Alcuni esempi costruttivi di membrane presollecitate	pag.	112
2.10 Schema tipologico riassuntivo	pag.	114
Bibliografia	pag.	122

## 3 PROGETTAZIONE DELLO STATO GEOMETRICO-TENSIONALE INIZIALE: LO STATO «0»

3.1 Generalità: dal modello architettonico al modello matematico	pag.	124
3.2 Il modello architettonico	pag.	125
3.2.1 La tecnica dei modelli di soluzione d'acqua saponata	pag.	125
3.2.2 Modelli in materiale elastico	pag.	126
3.2.3 Modelli in filo d'acciaio armonico	pag.	127
3.3 Il modello matematico: la geometria come conseguenza dello stato di sollecitazione - Lo stato «0»	pag.	129
3.3.1 Trattazione al continuo	pag.	130
3.3.1.1 L'equazione di equilibrio in regime di membrana in particolari condizioni di carico e regime di tensione	pag.	132
3.3.1.2 La risoluzione numerica	pag.	133
3.3.1.3 Esempi di programmazione	pag.	136
3.3.2 Metodi discreti per la determinazione dello stato «0»	pag.	140
3.3.2.1 Il modello matematico - L'elemento di superficie	pag.	140
3.3.2.2 L'equilibrio dell'insieme	pag.	141
3.3.2.3 Il problema generalizzato della ricerca dello stato «0»	pag.	142
3.3.2.4 La risoluzione numerica dello stato «0»	pag.	143
3.3.3 La ricerca della forma come problema di ottimizzazione matematica	pag.	143
3.3.4 Il metodo della densità di forza	pag.	147
3.4 La progettazione dello stato «0» assistita dall'elaboratore elettronico	pag.	148
3.4.1 Tecniche interattive nella progettazione strutturale	pag.	149
3.4.2 Hardware e software interattivi	pag.	150
3.5 Progettazione interattiva grafica delle tensostrutture - Programma RETE	pag.	152
3.5.1 Esempi pratici di ricerca di stato «0»	pag.	153
3.5.2 Routines grafiche	pag.	156
Bibliografia	pag.	158

## 4 METODI DI ANALISI APPROSSIMATA DELLE TENSOSTRUTTURE: IL DIMENSIONAMENTO DI MASSIMA

4.1 Generalità	pag.	160
4.2 Alcune considerazioni sulla scelta strutturale	pag.	161
4.3 Analisi comparativa dei costi	pag.	162

4.4 Analisi dei carichi	pag. 164
4.4.1 Peso proprio	pag. 164
4.4.2 Azione della neve	pag. 164
4.4.3 Azione del vento	pag. 165
4.5 Le variazioni di stato	pag. 169
4.6 Combinazioni di carico e verifiche di resistenza	pag. 170
4.7 Metodi approssimati d'analisi per la fune singola sospesa agli estremi	pag. 171
4.7.1 La catenaria	pag. 171
4.7.2 La parabola	pag. 172
4.7.3 Fune soggetta a carichi verticali	pag. 172
4.7.3.1 Carico concentrato	pag. 173
4.7.3.2 Carico distribuito centralmente	pag. 174
4.7.3.3 Carico distribuito in prossimità di un estremo	pag. 174
4.7.4 Programma CAVI	pag. 177
4.8 Metodi approssimati d'analisi per tensostrutture piane	pag. 179
4.8.1 La fune singola caricata uniformemente	pag. 179
Definizione del coefficiente di rigidità alla traslazione verticale in mezzeria	pag. 180
4.8.2 Definizione del coefficiente di ripartizione	pag. 181
4.8.3 Ripartizione di un carico generico	pag. 181
4.8.4 Programma DIMAX	pag. 184
4.9 Analisi approssimata delle reti di funi	pag. 185
4.10 Schema approssimato d'analisi dei sistemi piani di funi ancorate elasticamente	pag. 187
4.10.1 Analisi del comportamento del sistema fune-cavalletto	pag. 188
4.10.2 Condizioni di equilibrio della fune	pag. 188
4.10.3 Formula risolutiva	pag. 188
4.10.4 Analisi del rapporto freccia/face	pag. 190
4.11 Alcune osservazioni sui metodi approssimati d'analisi	pag. 191
Bibliografia	pag. 192

## 5 METODI DI ANALISI STATICA DELLE TENSOSTRUTTURE

5.1 Generalità	pag. 194
5.2 La fune singola soggetta a carichi verticali	pag. 196
5.2.1 Equazioni di equilibrio	pag. 196
5.2.2 Congruenza ed elasticità	pag. 197
5.3 Sistemi piani di funi con collegamenti soggetti a carichi verticali	pag. 198
5.4 Reti di funi contenute in piani paralleli	pag. 199
5.5 Sistemi strutturali con un grado di libertà per nodo. Analisi ed esempi numerici	pag. 200
5.6 Analisi delle reti di funi mediante il metodo degli spostamenti	pag. 202
5.6.1 La matrice di rigidità	pag. 205
5.6.2 Effetto della temperatura	pag. 207
5.6.3 Analisi delle membrane: modellazione strutturale	pag. 208
5.6.4 Introduzione di approssimazioni per riduzione dello schema teorico	pag. 209
5.7 Metodi numerici per l'analisi statica: risoluzione del sistema di equazioni non-lineari	pag. 210
5.7.1 Metodi d'analisi iterativa diretta o matriciale	pag. 210
5.7.1.1 Metodo di Newton-Raphson	pag. 211
5.7.1.2 Metodo di Newton-Raphson modificato	pag. 212
5.7.1.3 Metodo incrementale	pag. 213
5.7.1.4 Applicazione del metodo incrementale a strutture piane e spaziali	pag. 217
5.7.2 Metodi d'analisi iterativa indiretta o vettoriale	pag. 220
5.7.3 Metodi energetici	pag. 224
5.7.4 Cenni sulle tecniche di minimizzazione	pag. 226
5.7.4.1 Metodo «steepest descent»	pag. 226
5.7.4.2 Metodo del gradiente coniugato	pag. 226
5.7.4.3 Metodo di Newton-Raphson	pag. 227
5.8 Cenni sui problemi numerici in analisi non-lineare	pag. 227
5.8.1 Il modello fisico-meccanico delle tensostrutture e problemi correlativi di risoluzione numerica	pag. 228
5.8.2 Schematizzazione fisico-matematica della struttura	pag. 230
5.9 Analisi di un sistema strutturale mediante il metodo di sottostrutturazione mista	pag. 230
5.9.1 Applicazione del metodo di sottostrutturazione mista al problema di interazione elastica bordo - tensostruttura	pag. 232
5.9.2 Il superelemento fune spaziale soggetto ad azione di carico generalizzato	pag. 234
5.9.3 Alcune applicazioni nel piano e nello spazio	pag. 237
5.10 Analisi integrata per sistemi complessi elasticamente collaboranti	pag. 238
5.10.1 Determinazione della matrice di rigidità locale	pag. 239
5.10.2 La funzione di forma	pag. 240
5.10.3 Matrice di rigidità geometrica	pag. 242
5.10.4 Il programma TENSO	pag. 242
Bibliografia	pag. 244

## 6 METODI DI ANALISI DINAMICA DELLE TENSOSTRUTTURE

6.1 Generalità	pag. 246
6.2 Effetti del vento sulle costruzioni	pag. 247
6.3 La struttura del vento	pag. 248
6.3.1 Metodi statistici per lo studio della componente fluttuante del vento	pag. 248
6.4 Il modello matematico del vento	pag. 249
6.4.1 Analisi statica equivalente	pag. 250
6.4.2 Analisi dinamica	pag. 253
6.5 La forzante dinamica del vento	pag. 254
6.5.1 Modello semplificato dell'azione del vento	pag. 255
6.6 Forzante deterministica del sisma sulle costruzioni leggere	pag. 257
6.7 Analisi dinamica lineare	pag. 258
6.7.1 Vibrazioni libere	pag. 259
6.7.2 Vibrazioni libere smorzate	pag. 259
6.7.3 Risposta dinamica	pag. 260
6.8 Analisi di sistemi a più gradi di libertà	pag. 261
6.8.1 Analisi dinamica per sovrapposizione modale	pag. 261
6.9 Analisi dinamica incrementale non-lineare	pag. 264
6.9.1 Metodo d'iterazione diretta dell'equazione del moto in regime non-lineare geometrico	pag. 265
6.10 Formulazione approssimata: considerazioni generali	pag. 268
6.10.1 Vibrazione di una fune libera senza smorzamento	pag. 268
6.10.2 Frequenze naturali di una fune libera senza smorzamento	pag. 269
6.10.3 Vibrazione di una fune con smorzamento	pag. 269
6.10.4 Vibrazione di un sistema di funi pre-sollecitate senza smorzamento	pag. 270
6.10.5 Fune dotata di rigidità	pag. 271
6.10.6 Alcune considerazioni sulla stabilità dinamica delle tensostrutture	pag. 272
Bibliografia	pag. 275

## 7 MATERIALI E PARTICOLARI COSTRUTTIVI

7.1 Le funi	pag. 278
7.1.1 Diametro	pag. 279
7.1.2 Formazioni	pag. 279
7.1.3 Senso di avvolgimento	pag. 279
7.1.4 Sezione metallica	pag. 280
7.1.5 Carico di rottura	pag. 280
7.1.6 Peso metrico - massa metrica	pag. 280
7.1.7 Rivestimenti protettivi - Zincatura	pag. 280
7.2 Caratteristiche tecniche delle funi ad uso strutturale	pag. 281
7.2.1 Modulo di elasticità - Deformabilità della fune	pag. 282
7.3 Terminali d'ancoraggio e collegamenti	pag. 284
7.4 La copertura	pag. 293
7.5 Materiali in tessuto	pag. 295
7.6 Sistemi di ancoraggio - Fondazioni	pag. 297
7.6.1 Ancoraggi a gravità	pag. 298
7.6.2 Ancoraggi a piastra	pag. 298
7.6.3 Fondazioni su micropali	pag. 298
7.6.4 Ancoraggi per strutture pneumatiche	pag. 300
7.7 Il montaggio	pag. 301
7.7.1 Strutture piane	pag. 303
7.7.2 Strutture radiali	pag. 303
7.7.3 Strutture a rete di funi	pag. 304
Bibliografia	pag. 306

## 8 ILLUSTRAZIONE DI ALCUNI PROGETTI ESECUTIVI

8.1 Premessa	pag. 308
8.2 Il palazzo dello sport di Atene	pag. 308
8.2.1 Generalità	pag. 308
8.2.2 Caratteristiche geometriche e meccaniche della struttura a rete	pag. 309
8.2.3 La maglia della rete - Analisi comparativa dei costi	pag. 310
8.2.4 L'anello di bordo	pag. 310
8.3 La tensostruttura per la fiera di Milano	pag. 319
8.3.1 Descrizione del sistema	pag. 319
8.3.2 I materiali	pag. 320
8.3.3 Analisi dei carichi	pag. 320
8.3.4 Condizioni e combinazioni di carico	pag. 322
8.4 Copertura del nuovo stadio di Torino	pag. 326
8.4.1 Sistema strutturale	pag. 326
8.4.2 Analisi dei carichi	pag. 330
8.4.2.1 Carichi accidentali	pag. 330

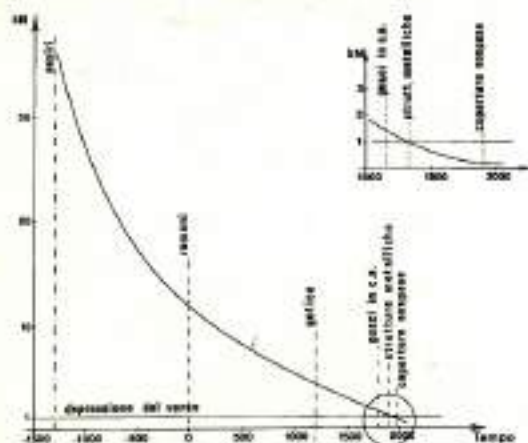
8.4.2.2 Analisi sperimentale della distribuzione del carico neve in funzione della direzione del vento	pag.	330
8.4.2.3 Analisi statica della velocità del riforamento del vento $V_{ref}$	pag.	331
8.4.2.4 Analisi sperimentale della distribuzione del vento-determinazione dei coefficienti di pressione $C_p$	pag.	332
8.4.2.5 Azioni dinamiche	pag.	333
8.4.2.6 Azioni del vento	pag.	333
8.4.2.7 Modello della componente turbolenta del vento $v'(t)$	pag.	333
8.4.2.8 Azioni indirette	pag.	333
8.4.2.9 Le condizioni di carico statiche	pag.	334
8.4.3 Modello geometrico-meccanico	pag.	334
8.4.4 Variazioni di stato: il modello matematico	pag.	335
8.4.4.1 L'analisi statica	pag.	335
8.4.4.2 Lo stato di deformazione	pag.	335
8.4.4.3 Lo stato di sollecitazione	pag.	335
8.4.5 L'analisi dinamica	pag.	335
8.4.5.1 Ricerca delle caratteristiche dinamiche della struttura - Analisi frequenziale	pag.	335
8.4.5.2 Analisi della risposta strutturale. Analisi dinamica aleatoria nel dominio delle frequenze	pag.	336
8.4.5.3 Densità spettrale di potenza delle eccitazioni modali	pag.	337
8.4.5.4 Densità di potenza degli spostamenti		
8.4.5.5 Risposta generalizzata - spostamenti - sollecitazioni	pag.	337
8.4.5.6 Massimi della risposta dinamica	pag.	337
8.4.5.7 Analisi dinamica sperimentale	pag.	338
<b>8.5 Stadio olimpico 90: una copertura sospesa</b>	pag.	339
8.5.1 Criteri di progettazione	pag.	339
8.5.1.1 Tensostrutture piane	pag.	339
8.5.1.2 Anello interno circolare policentrico	pag.	342
8.5.1.3 Anello esterno di ancoraggio	pag.	342
8.5.1.4 Modello geometrico meccanico: lo Stato «0»	pag.	342
8.5.2 Interazione strutturale - Il programma calcolo	pag.	342
8.5.2.1 L'analisi dinamica	pag.	343
8.5.3 Le caratteristiche strutturali della copertura e la sua costruzione	pag.	345
8.5.3.3 Prove sui materiali	pag.	346
8.5.4 Le tensostrutture radiali e l'anello teso interno	pag.	346
8.4.5.1 Generalità	pag.	346
8.4.5.2 Caratteristiche geometriche e strutturali	pag.	346
8.4.5.3 Specifiche dei capicorda e delle teste fuse	pag.	347
8.4.5.3.1 Capicorda aperti	pag.	347
8.4.5.3.2 Perni per capicorda aperti	pag.	347
8.5.5 Specifiche dei morsi di fissaggio delle funi	pag.	348
8.5.6 Prove di qualità e garanzia delle funi	pag.	349
8.5.7 Pretensione, marcatura delle funi e loro protezione	pag.	349
8.5.8 Strutture secondarie di sostegno	pag.	350
8.5.8.1 Generalità	pag.	350
8.5.8.2 Caratteristiche geometriche e strutturali	pag.	350
8.5.9 La membrana di copertura	pag.	350
8.5.9.1 Generalità	pag.	350
8.5.9.2 Caratteristiche geometriche e strutturali	pag.	351
8.5.9.3 Specifiche tecniche del materiale	pag.	351
8.5.9.4 Prove sulla membrana	pag.	351
8.5.9.5 Metodologia di costruzione e fasi operative	pag.	352
8.5.9.6 La membrana di copertura	pag.	355
8.5.9.7 Tempi di realizzazione	pag.	355
Bibliografia	pag.	356
<b>APPENDICE A - PROGRAMMA PER L'ANALISI STATICA DI TENSOSTRUTTURE</b>		
A.1 Generalità	pag.	358
A.2 Descrizione del programma	pag.	358
A.3 Lista delle istruzioni del programma TENSO	pag.	365
Bibliografia		
<b>APPENDICE B - TABELLE PER FUNI E PARTICOLARI COSTRUTTIVI</b>		
B.1 Funi sferoidali	pag.	371
B.2 Funi sferoidali chiuse	pag.	372
B.3 Capicorda	pag.	380
B.4 Morsetti e redanze	pag.	389
B.5 Tenditori	pag.	392
B.6 Grilli	pag.	395
<b>RIPERIMENTI BIBLIOGRAFICI</b>	pag.	397

## INTRODUZIONE STRUTTURE LEGGERE: TENSOSTRUTTURE

### 1.1 GENERALITÀ

La riduzione dei pesi propri delle strutture e, di norma, la conseguente minimizzazione dei costi e dei tempi di costruzione, sono stati i principali obiettivi da raggiungere nell'ambito della evoluzione della Scienza e della Tecnica del costruire. La riduzione dei pesi propri o PESI PORTANTI, detti propriamente anche PESI MORTI (dead load) dagli anglosassoni, presenta andamento iperbolico nel tempo, come è possibile osservare dall'interessante diagramma di fig. 1.1, nel caso specifico relativo ai pesi portanti di strutture di copertura.

Fig. 1.1 Variazione del peso proprio delle strutture nel tempo.

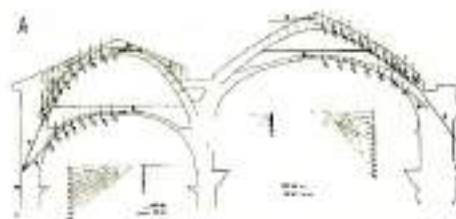


La causa principale degli enormi pesi strutturali impiegati dagli Assiri (40 kN/m<sup>2</sup>), Romani (15 kN/m<sup>2</sup>) e nel periodo Gotico (circa 5-10 kN/m<sup>2</sup>) è da attribuirsi, principalmente, al basso rendimento strutturale ed ai modesti valori del rapporto resistenza/peso ( $k = \sigma/\gamma$ ) dei materiali impiegati (tabella 1.1). Mattoni e materiali litoidi, potendo solo resistere a sforzi di compressione semplice, dovevano obbligatoriamente esse-

re associati a schemi costruttivi che si basassero essenzialmente sull'effetto stabilizzante della gravità. Cupole, volte ed archi venivano eseguiti con enormi spessori, in modo che la curva delle pressioni originata dal peso proprio (PESO PORTANTE) della struttura fosse poco influenzata, in direzione ed intensità, dall'effetto provocato dai carichi accidentali (PESI PORTATI), garantendo la stabilità con il centramento della curva stessa all'interno della sezione strutturale (fig. 1.2).



Fig. 1.2a Determinazione grafica della curva delle pressioni su una antica struttura a volta. Tale metodologia è adottabile negli interventi di ristrutturazione.



Tab. 1.1 Rapporto resistenza/peso di alcuni materiali da costruzione

MATERIALI	$\sigma_{p}$ (MPa)	$\sigma_{t}$ (MPa)	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	$k_p$ (MPa/kN)	$k_t$ (MPa/kN)
Mattoni	3	18	0,196		
Graniti	5,5	29	0,123	3,714	
Inverciti	45	25	1,875		
Legni	85	37,5	3	21,250	9,375
c.a.		30	25		1,200
Alberino	500		28,5	18,579	
Acciaio Fe 52	520		78,5	6,634	
Acciaio Fe 105	1050		78,5	13,376	
Titanio	980		45	21,000	

MATERIALI COMPOSITI IN FERRO	$\sigma_{p}$ (MPa)	$\sigma_{t}$ (MPa)	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	$k_p$ (MPa/kN)	$k_t$ (MPa/kN)
Fibre di Carbonio unite	1400		15,5	90,000	
Tessuto di fibre di carbonio	800		15,5	52,000	
Fibre aramidiche unite	3600		15	123,000	
Tessuto (Kevlar) fibre aramidiche	750		15	58,000	
Fibre di Vetro unite	1100		20	55,000	
Tessuto fibre di vetro	450		20	22,500	

$\sigma_p$  - tensione di rottura  
 $\gamma$  - Peso specifico  
 $k_p$  - (per tensioni di trazione)  
 $k_t$  - (per tensioni di compressione)

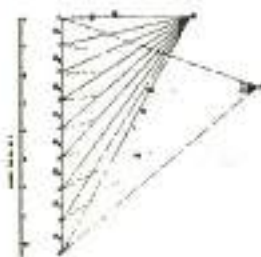


Fig. 1.2b Determinazione grafica della curva delle pressioni per carichi permanenti e accidentali in un ponte eseguito con materiali litoidi non legati.

L'impiego di materiali che lavorano essenzialmente in regime di soli sforzi di compressione, associati a schemi strutturali e tipologie costruttive basate sull'effetto stabilizzante della gravità agente su masse strutturali di notevoli dimensioni, individuano una tradizione costruttiva «MASSIVA» o «PESANTE», dove il rapporto tra «peso portante» e «peso portato» è molto maggiore della unità, comportando, in senso energetico, un basso rendimento strutturale. Quanto detto si può schematizzare chiaramente nel seguente modo, definendo:

$$\text{STRUTTURE PESANTI: } \frac{\text{peso portante}}{\text{peso portato}} \gg 1$$

dove:  
**PESO PORTANTE** = peso proprio, permanente o «morto» della struttura  
**PESO PORTATO** = carichi utili o accidentali, portati dalla struttura.

Una notevole riduzione del suddetto rapporto avviene in corrispondenza della seconda rivoluzione industriale. Nuovi materiali da costruzione, ed in particolar modo l'acciaio, permettono di associare nuovi schemi costruttivi e tipologie strutturali assai più efficienti.

L'acciaio congiuntamente con il calcestruzzo permettono di ottenere due notevoli risultati: la trasmissione di elevati valori di tensione principali di trazione e la possibilità di ottenere configurazioni geometriche complesse. Le tensioni di trazione trasmesse dalle barre d'acciaio permettono di instaurare un regime di flessione-taglio riducendo i pesi degli elementi travi in c.a. L'iniziale plasticità del calcestruzzo permette, d'altro canto, di conformare le superfici medie delle strutture portanti in modo da lavorare, almeno per la condizione di carico permanente, essenzialmente in regime membranale. Con un materiale litoido artificiale «calcestruzzo» (resistente a compressione) e l'acciaio (resistente a trazione) abbinati al regime meccanico

membranale, si eseguono gusci sottili di 30 m. di luce libera con spessori di soli 10-15 cm. (Fig. 1.3)



Fig. 1.3 Volta sottile in c.a. nel parco ristorante di Xochimilco (Messico) realizzato da Felix Candela (1.1)

L'elevato rapporto resistenza-peso del materiale acciaio permette alle costruzioni metalliche di varcare, per prime, la soglia del rapporto unitario tra PESO PORTANTE e PESO PORTATO, considerando, quale carico accidentale di riferimento (=), una pressione di 1 kN/m<sup>2</sup>. Gli schemi strutturali, associati al materiale acciaio, permettono

alle costruzioni metalliche di ottenere una notevole riduzione dei pesi strutturali (circa dieci volte) rispetto alle strutture in cemento armato (fig. 1.4a), anche se, per gli schemi convenzionali, l'alternanza degli sforzi di compressione e trazione comporta la necessità di sovradimensionare, in termini di «peso strutturale»



Fig. 1.4a Crystal Palace, Londra 1852-54.

Tipico esempio di struttura metallica del XIX secolo, realizzato in acciaio fuso con tecniche di prefabbricazione in ferro e vetro.



Fig. 1.4b Struttura reticolare mostrata con stabilizzazione 3-D in tensostruttura

(a) Il carico di riferimento di 1 kN/m<sup>2</sup> corrisponde ad un realistico valore dei sovraccarichi accidentali, neve ed vento, agenti su una generica copertura.

le», le membrature compresse entro limiti che garantiscano una sufficiente sicurezza contro i fenomeni di instabilità (fig. 1.4b).

Con la disponibilità di acciai ad alta resistenza e con l'avvento delle funi d'acciaio, è stato possibile associare a queste ultime degli schemi strutturali che permettono di impiegare il materiale al massimo delle proprie capacità di resistenza, instaurando, esclusivamente, sforzi di trazione. Detti schemi e tipologie strutturali sono perciò chiamati «TENSOSTRUTTURE».

Ad esse è dovuto principalmente il raggiungimento dell'obiettivo di minimizzazione dei pesi propri delle strutture orizzontali di copertura.

Il peso portante (peso morto) strutturale è ora, orientativamente, di 100 volte minore rispetto a quello delle strutture in c.a. e di 10 volte minore delle convenzionali strutture metalliche (fig. 1.5). In questo modo si pongono i progettisti davanti a nuove problematiche strutturali, quali la stabilizzazione della copertura contro i problemi di sollevamento prodotti dalla depressione del vento, dall'instabilità aeroelastica, dal flutter, ecc. ...

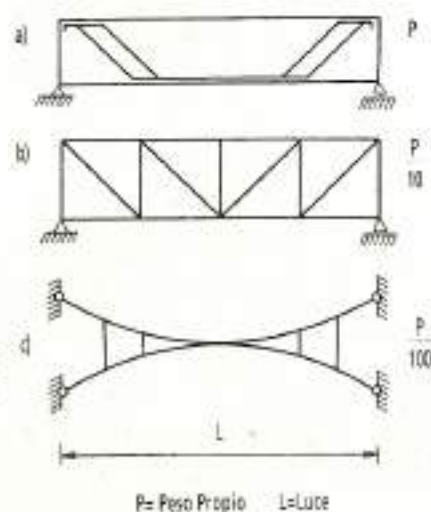


Fig. 15

a) Struttura in c.a.  
b) Struttura metallica  
c) Tensostruttura

Pertanto diamo la seguente definizione:

$$\text{STRUTTURE LEGGERE: } \frac{\text{peso portante}}{\text{peso portato}} \ll 1$$

Le strutture leggere in generale, e le tensostrutture in particolare, sono diretta conseguenza dello sviluppo scientifico e tecnologico.



Fig. 16 Imbarcazione Egizia con sovrastruttura a strallo.

Le realizzazioni più rappresentative hanno richiesto, come vedremo, materiali ad alta resistenza, studi teorici molto raffinati, impiego di elaborazioni elettroniche ecc., disponibili solo da alcuni decenni, anche se l'intuizione della validità degli schemi tensostrutturali risale ai primordi stessi della civiltà.

Esempi ci sono forniti dagli Egiziani, che ebbero già una idea di base dello strallo, e che ne utilizzarono lo schema per l'alberatura delle loro barche a vela (fig. 1.6), nonché dalle passerelle in liane (fig. 1.7) a cui si richiamano strettamente i moderni ponti sospesi.

Anche per quanto riguarda la copertura di spazi, già popolazioni primitive avevano adottato questo tipo di strutture basate sull'impiego di funi sospese, poste in tensione.

In epoca antica esistevano città intere costituite da strutture leggere a tenda.



Fig. 17 a

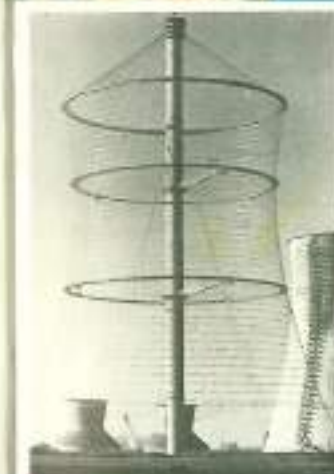
Con le tensostrutture, è possibile definire una nuova, moderna tradizione costruttiva: le STRUTTURE LEGGERE, dove il rapporto peso portante/peso portato diventa una quantità molto minore dell'unità.

Fig. 17 b



Fig. 18 «Città» di tende in Arabia.

Fig. 19 Applicazioni di tensostrutture.



Di queste costruzioni non sono rimaste tracce giacché i materiali usati erano prevalentemente di natura organica.

La presumibile immagine offerta da una siffatta aggregazione è illustrata in fig. 1.8. Il loro impiego si è limitato a costruzioni precarie e trasportabili. Le coperture mobili delle arene romane, i tendoni da circo, le tende beduine, navajo ecc., rappresentano, comunque, tutta una gamma di forme e di soluzioni riconducibili ai principi fondamentali delle tensostrutture. Solo da circa un secolo, tuttavia, il progresso tecnologico ha messo a disposizione dei progettisti il «materiale acciaio» e materiali sintetici ad alta resistenza, consentendone un impiego vastissimo nella costruzione di membrature tese.

In particolare, la fune d'acciaio ad alta resistenza impiegata quale elemento strutturale portante, trova ampi campi di applicazione quali:

- linee elettriche aeree 1000 Kv
- funivie, linee di trasporto sospese
- stralli per antenne
- reti paravalanghe



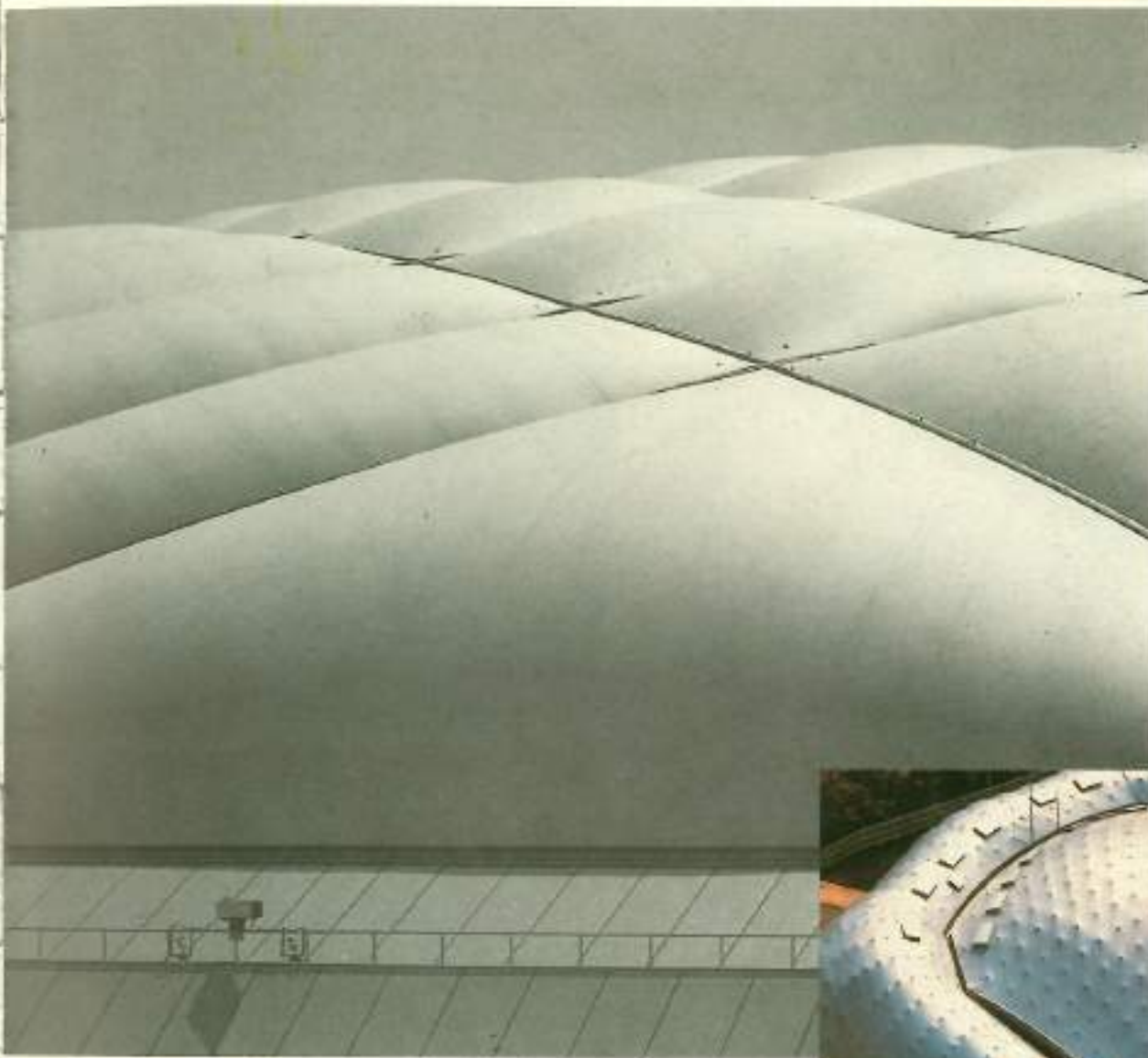
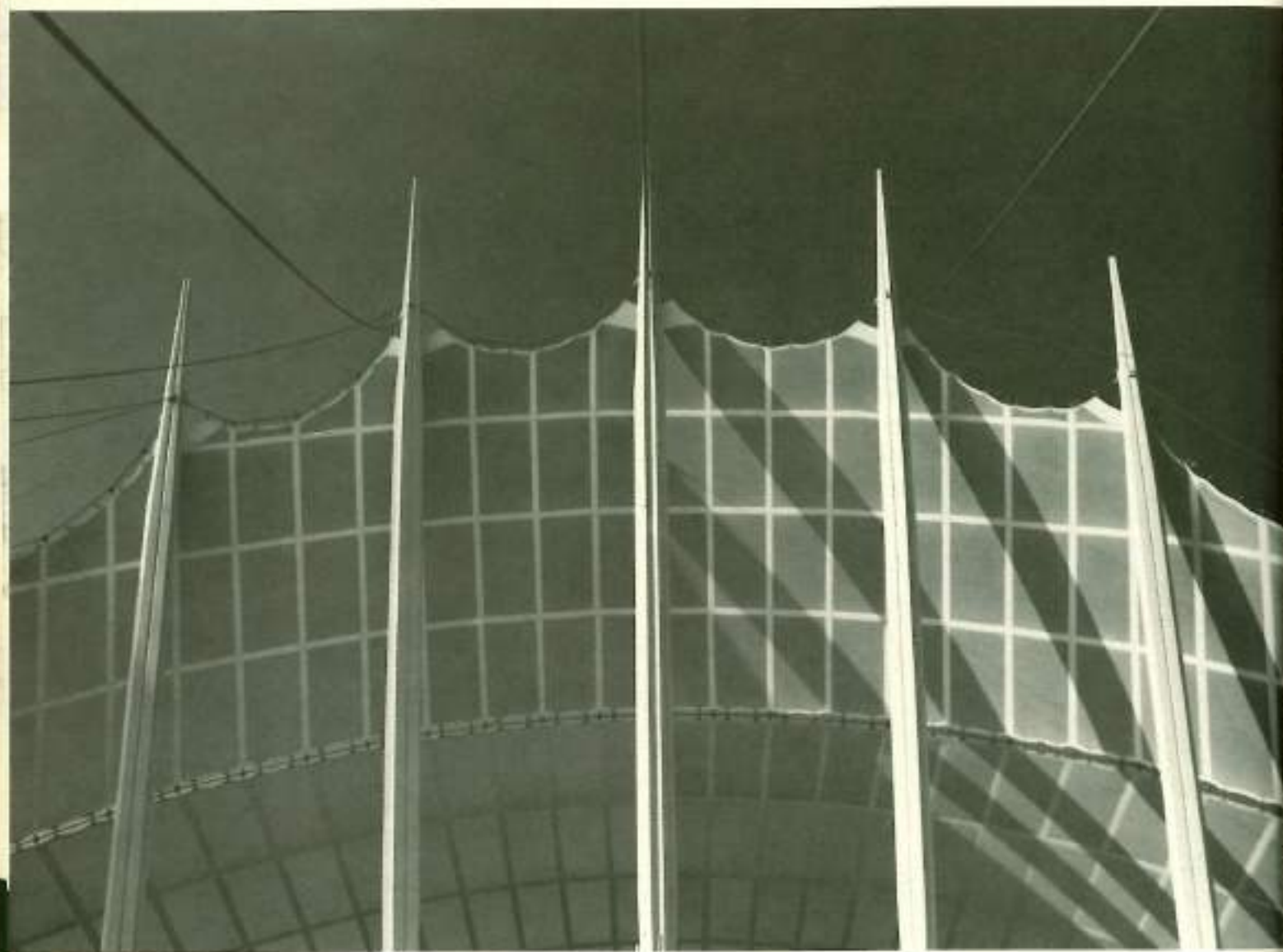
- briglie
- guard rail
- ancoraggi di piattaforme galleggianti
- tubazioni sottomarine
- dighe pneumatiche
- serbatoi e silos
- torri di raffreddamento
- palloni idropneumatici per il recupero marino
- ponti strallati e sospesi
- coperture ed edifici sospesi
- coperture a membrane pneumatiche o presollecitate

Alcune di queste applicazioni sono illustrate nelle seguenti figure

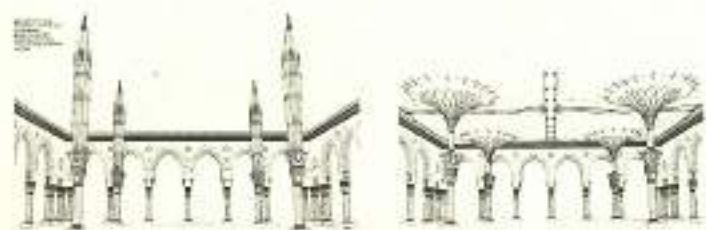


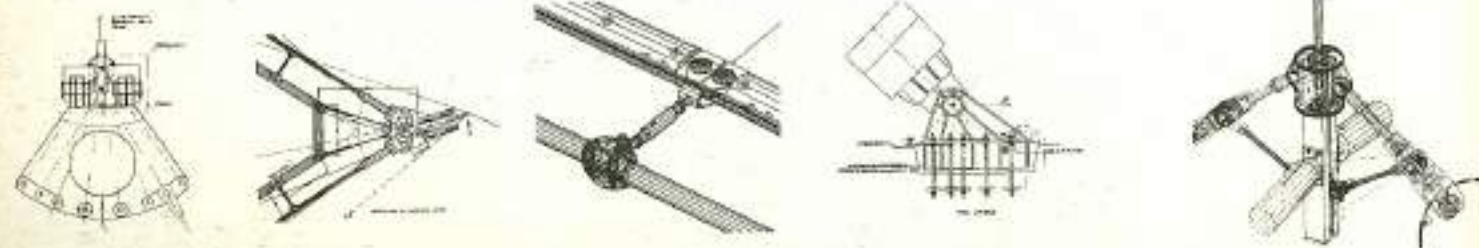
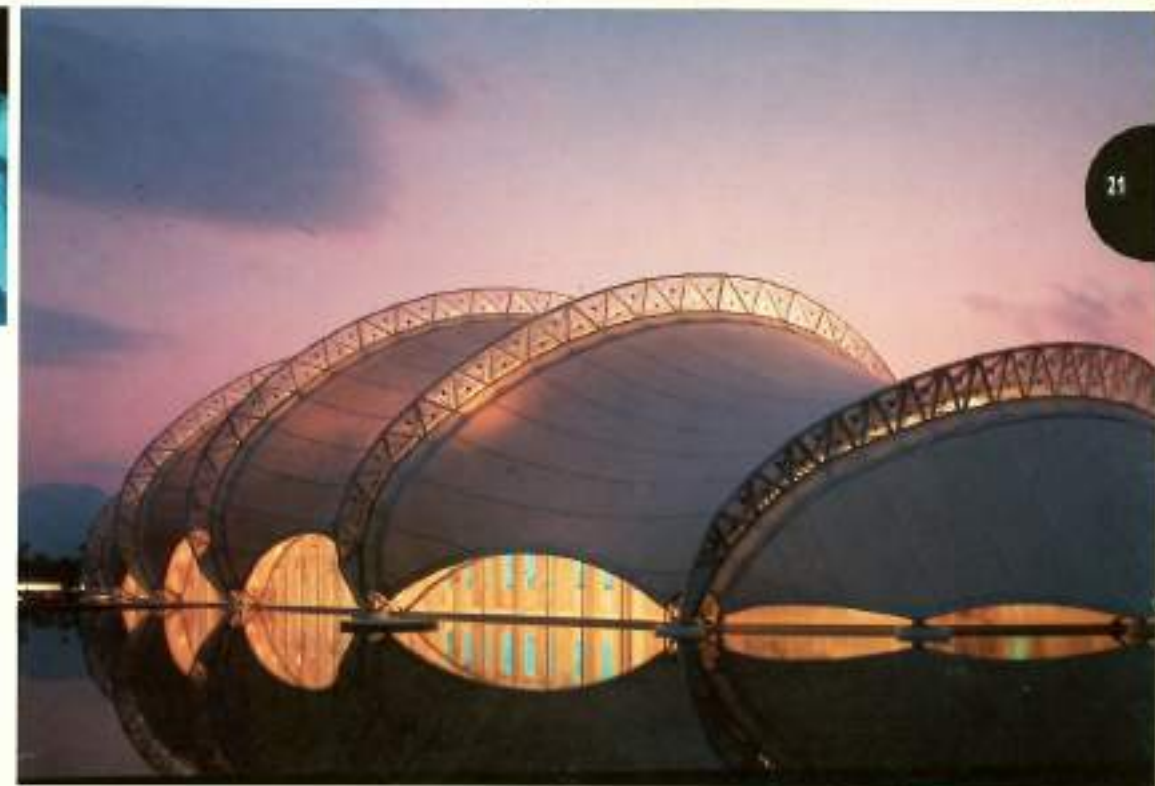


TENSOSTRUTTURA E' CREATIVITA'



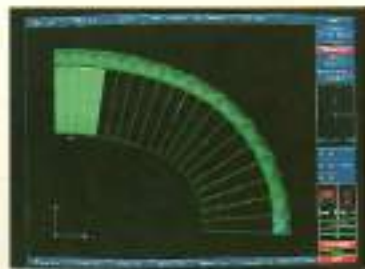
Ecco alcuni esempi dell'estrema  
flessibilità di impiego delle ten-  
sostrutture.

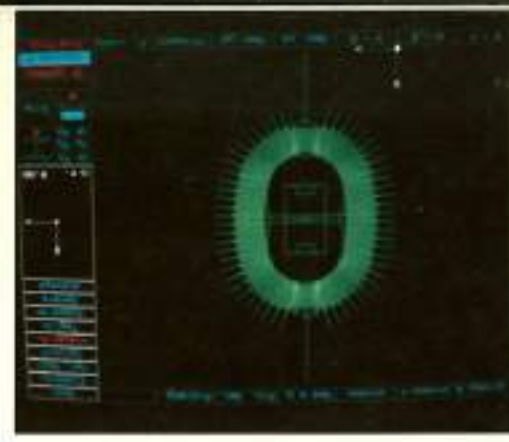


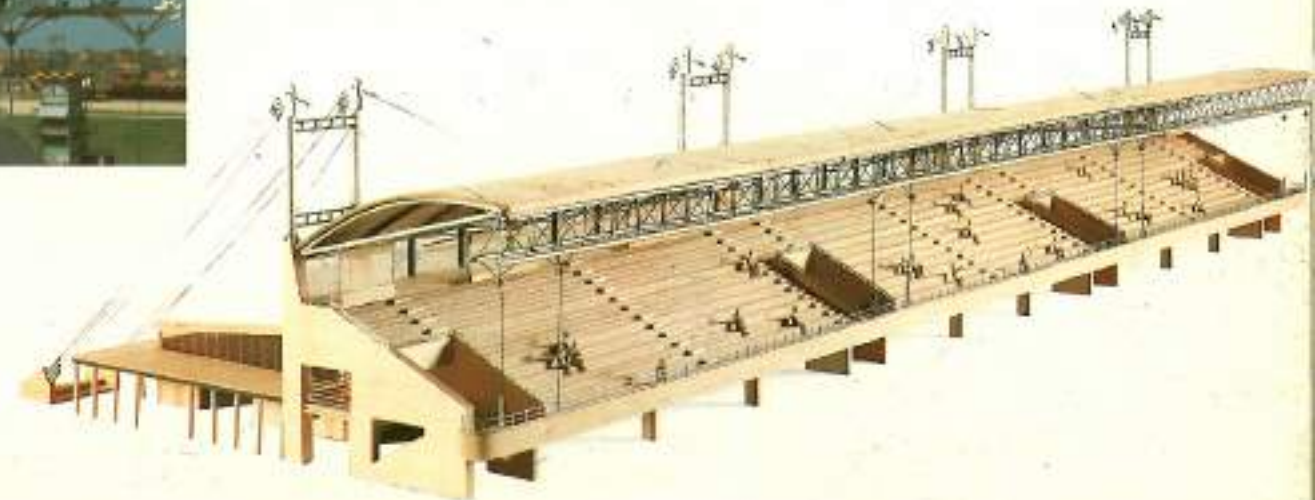
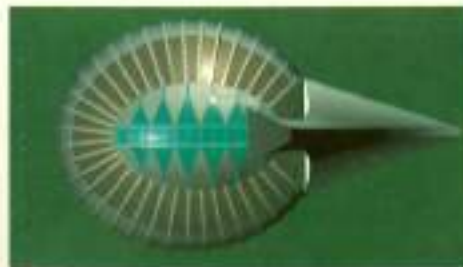
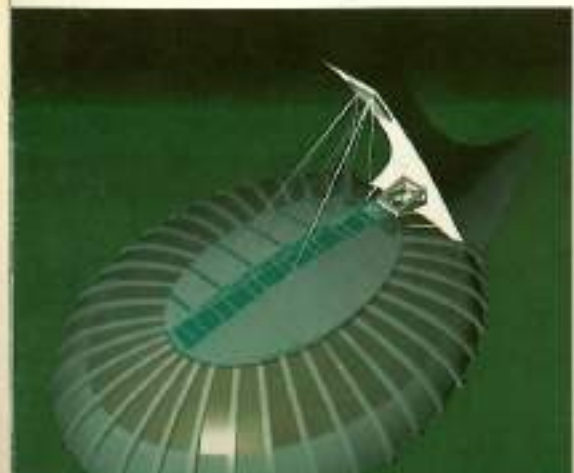
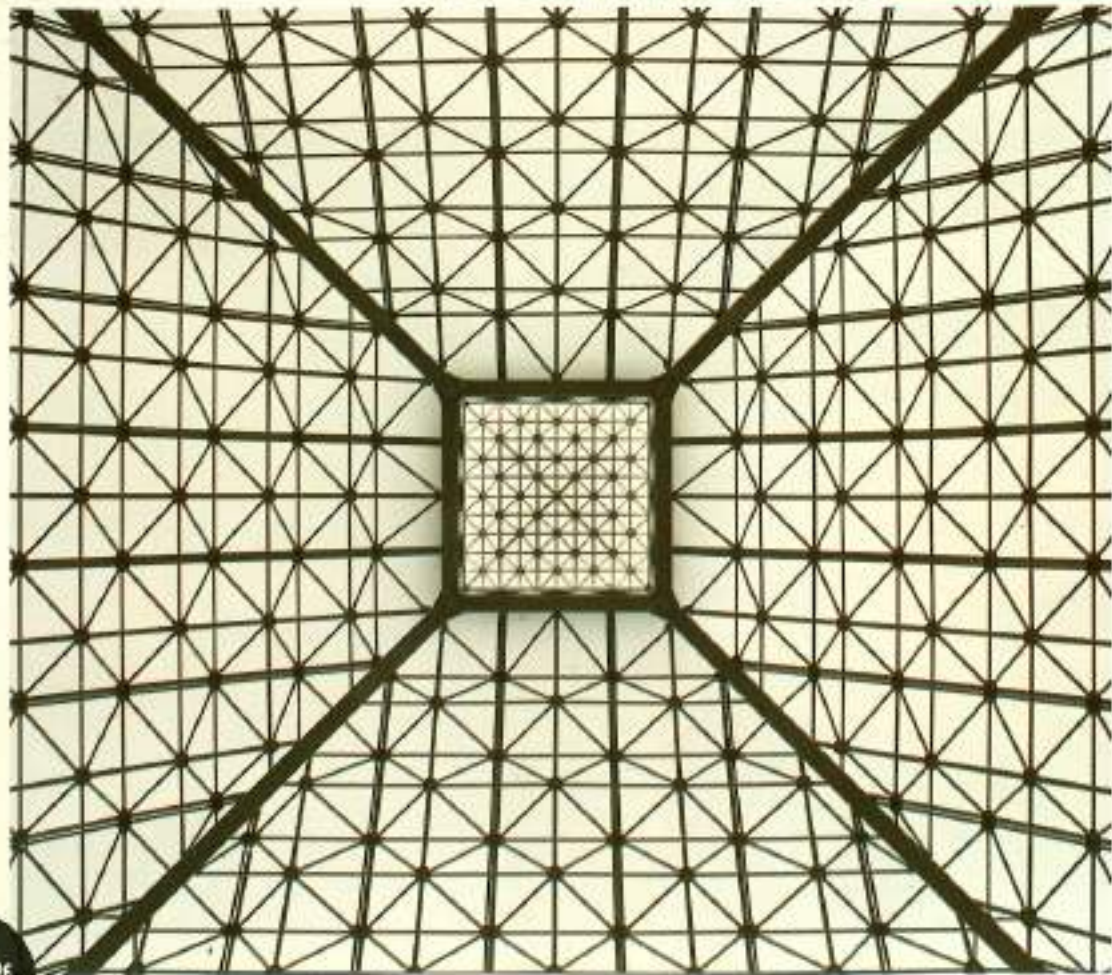




TENSOSTRUTTURA E' INGEGNERIA



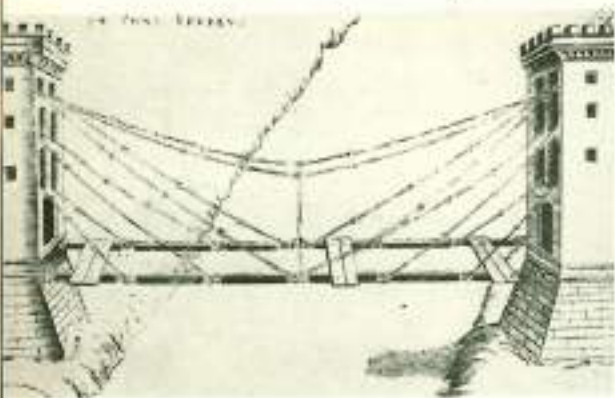




1.2 PONTI SOSPESI E STRALLATI

La prima applicazione moderna di schemi strutturali che utilizzavano elementi essenzialmente in trazione è stata quella dei ponti sospesi, che sono tuttora le più ardite strutture a grande

Fig. 1.10 Progetto per un ponte di F. Verantius (Italia 1617).



luce impiegate nel mondo. Passando ora ad una rapida carrellata di progetti e realizzazioni utilizzanti materiali quali il ferro in un primo tempo e l'acciaio successivamente, citiamo il ponte proposto da F. Verantius del 1617 in cui l'impalcato in legno è sorretto da barre di ferro (fig. 1.10). Nel 1817 Redpath e Brown costruirono il King's Meadows Bridge in Inghilterra la cui luce era di circa 33,6 metri usando cavi inclinati quali elementi di sospensione, ancorati a due torri in ferro (fig. 1.11). Intorno al 1821 l'architetto francese

Poyet suggerì di convogliare i cavi in due uniche torri in ferro, precorrendo il sistema di stabilizzazione oggi adottato per i ponti strallati (fig. 1.12). La sua idea fu ampliata da Navier, che fece degli studi in proposito (Pont Des Invalides 1823). Nel 1824 fu eretto un ponte (fig. 1.13) per l'attraversamento del fiume Saale in Germania, 78 metri di luce. Questo ponte, però, crollò l'anno successivo



Fig. 1.11 King's Meadows Bridge (Inghilterra 1818).

per una eccessiva deformazione dovuta a sovraccarico provocato da un grande affollamento di persone. La pubblicità negativa prodotta da questo e dal precedente crollo di una passerella pedonale di 100 metri di luce sul Twed River (Inghilterra), fu la causa principale dell'abbandono dello schema a stralli, schema che viene riabilitato definitivamente con i moderni ponti tedeschi sul Reno nei primi anni 50. La causa principale dei suddetti crolli è da ascrivere principalmente al sottodimensionamento e alla diminuzione della loro rigidità effettiva per curvatura iniziale ed alla mancata introduzione di uno stato di pre-sollecitazione all'atto della messa in opera degli stessi. Per questi motivi,

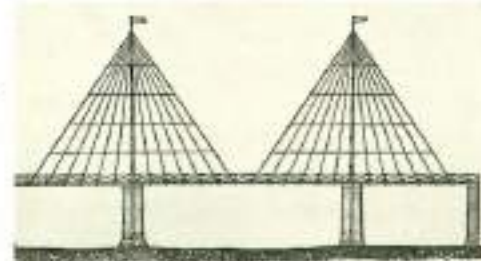


Fig. 1.12 Progetto di ponte proposto da Poyet (Francia 1821).

in presenza di carichi accidentali, l'impalcato veniva sottoposto a stati di sollecitazione e deformazioni oltre il limite sopportabile, prima che gli stralli iniziassero a funzionare. Nel 1868 Ordisch e Le Feuvre costruirono il ponte sul fiume Moldava a Praga (fig. 1.14), che rappresenta una combinazione tra il ponte strallato ed il ponte sospeso. Questo schema fu utilizzato anche per l'Albert Bridge sul Tamigi, di luce pari a 122 metri, databile posteriormente al 1873.



Fig. 1.14 Ponte sulla Moldava a Praga (1868).

Il meccanismo di sospensione prevedeva dei tiranti concorrenti alla sommità delle torri (fig. 1.15). E' infine, doveroso citare l'ing. A. Roebling che, nel 1867, progettò il famo-

so ponte di Brooklyn a New York (fig. 1.16), per il quale utilizzò un nuovo sistema di funi a fili paralleli, da lui stesso messo a punto. Da allora in poi gli schemi strutturali e le caratteristiche tecniche principali del ponte sospeso sono diventate nozioni acquisite. La storia successiva riguarda miglioramenti collaterali o secondari e varianti nella disposizione delle pareti irrigidenti.

Notissimi esempi di ponti sospesi sono: il Golden Gate (fig. 1.17) ed il Verrazzano Narrows Bridge. Il primo fu costruito nel 1937 con una campata centrale di 1281 m, mentre il secondo, del 1964, ha una campata centrale di 1298 m di luce libera.

Per quanto riguarda i ponti strallati, solo da una ventina d'anni essi hanno ritrovato applicazione dopo le prime apparizioni tra i secoli XVII e XIX. Infatti, visti i risultati negativi che si ottennero a quel tempo, fu lo stesso Navier a sconsigliarne l'uso. Fu per merito di Dischinger (1938) che questa tipologia costruttiva (fig. 1.18) riprese vitalità con il progetto di un ponte ferroviario sul fiume Elba,



Fig. 1.15 Albert Bridge, sul Tamigi (Inghilterra 1873).



Fig. 1.13 Ponte sul fiume Saale (Germania 1824).



Fig. 1.16 Ponte di Brooklyn, New York (1883).



Fig. 1.17 Golden Gate, San Francisco (USA-1937).

avente 750 metri di luce. Dopo la pubblicazione dei suoi studi sui ponti strallati, si poté constatare come i vantaggi offerti da queste strutture, non fossero circoscritti unicamente ad una economia del materiale, ma consistessero anche in una maggiore economia costruttiva ed in una superiore rigidità sotto i carichi accidentali oltre che in una maggiore semplicità di montaggio. I moderni ponti strallati sono con-

ceputi come un sistema strutturale tridimensionale costituito da una travata irrigidita con elementi longitudinali e trasversali, e da un impalcato realizzato con lastre ortotrope. Il tutto risulta sorretto da piloni compressi e cavi inclinati tesi (cable stayed). La principale caratteristica di un sistema tridimensionale di questo tipo è la completa partecipazione degli elementi trasversali con quelli longitudinali. Ciò comporta un notevole incremento del momento d'inerzia della costruzione, il che permette la riduzione dell'altezza della trave ed un risparmio di acciaio. E' attualmente in costruzione il ponte strallato più grande del mondo con 856 m di luce libera in Normandia

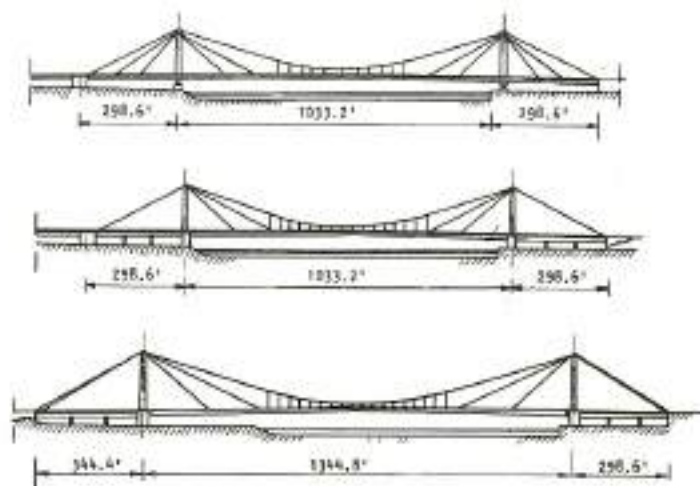
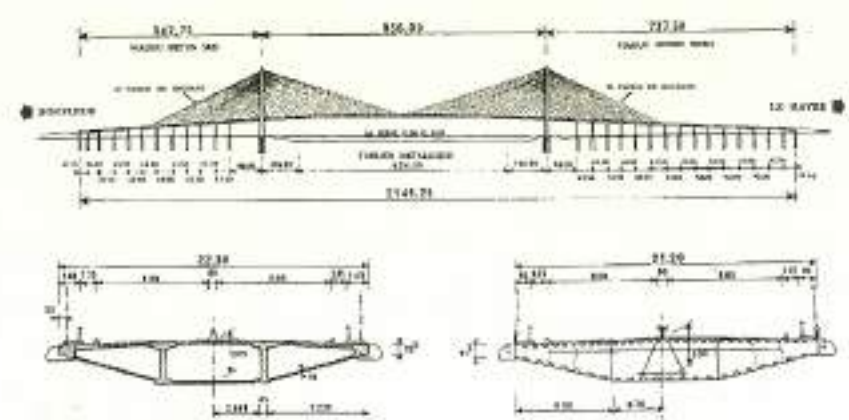


Fig. 1.18 Schemi di ponti ibridi strallati - sospesi proposti da Dischinger.

Fig. 1.18 Schemi di ponti ibridi strallati - sospesi proposti da Dischinger.

Fig. 1.18 Schemi di ponti ibridi strallati - sospesi proposti da Dischinger.



**Fig. 1.20** Generale configurazione del Ponte in Normandia e sezione mediana

(fig. 1.20). Una classificazione tipologica dei ponti strallati è ottenibile mediante un diverso posizionamento dei cavi come illustrato nella fig. 1.19.

**Fig. 1.19** Alcune tipologie di ponti strallati

Singolo	Doppio	Tripla	Multiplo	Combinato	
					Rettilineo
					Ad arco
					A ventaglio
					Asimile

**1.3 L'EVOLUZIONE DELLE PROBLEMATICHE PROGETTUALI DEI PONTI SOSPESI DI GRANDE LUCE**

Nel campo della progettazione dei ponti sospesi di grande luce è ormai evidente il conflitto, nella scelta progettuale, fra la soluzione di impalcato aerodinamicamente "trasparente" e quella, alternativa, di impalcato con alta rigidezza e conseguente alta resistenza all'azione del vento; ciò è conseguenza della necessità di dotare l'impalcato stesso di una forte rigidezza torsionale e contemporaneamente minimizzare l'effetto di "trascinamento" (drag), molto rilevante per le grandi luci.

In occasione del simposio ISALB '92 (Aerodynamics of Large Bridges, Copenhagen 1992, [1.18]), che può essere considerato il riferimento più aggiornato sullo stato dell'arte e sulle tendenze odierne nel settore della aerodinamica dei ponti di grande luce, sono emersi risultati, confermati nel recente Congresso IASS di

Toronto del Luglio 1992 [1.19], totalmente differenti nella concezione progettuale delle opere più importanti attualmente in costruzione e cioè:

- il ponte sospeso sullo Storebælt (DK), con luce centrale di 1624 m e dall'impalcato aerodinamicamente molto efficiente;
- il ponte Akashi Kaikyo (Giappone), con luce centrale di 1990 m e struttura di impalcato reticolare ad altissima rigidezza.

Sembra dunque di essere pervenuti ad una vera e propria "biforcazione" dei criteri guida di progettazione: seguendo il primo ramo si tende verso la riduzione delle azioni sofferte dalla struttura mentre con il secondo si cerca di incrementare la resistenza.

In aggiunta, appare sempre più legittimo chiedersi se sia opportuno riproporre lo schema classico del ponte sospeso a doppia fune portante e pendini verticali, anche per le grandissime luci, senza introdurre elementi innovativi nella concezione strutturale.

I due ponti sospesi di grandissima luce sopra citati sono stati concepiti, per quanto riguarda il sistema strutturale principale, riproponendo lo schema classico del ponte ad impalcato "appeso" a due funi portanti, contenute in piani verticali paralleli, mediante pendini verticali di lunghezza variabile. Nell'ambito della tipologia classica del ponte sospeso ed in funzione delle note problematiche relative ai fenomeni di instabilità

aerodinamica, la ricerca teorico-sperimentale è stata indirizzata principalmente verso la determinazione di impalcati aerodinamicamente efficienti. Infatti, dopo l'esperienza storica del crollo del ponte di Tacoma del 1940 (avvenuto per effetto di instabilità aerolastica), a partire dagli anni '60 è stata approfondita l'analisi progettuale del profilo di impalcato.

Una prima tendenza è stata quella di dotarlo di una forte rigidezza torsionale (v. le grandi travature reticolari dei ponti sul Verrazzano Narrow, sul Tago e del Firth of Forth).

L'impalcato "rigido", soddisfacente per la resistenza e la stabilità aerodinamica, porta all'incremento dei pesi propri e quindi dei costi, ed inoltre offre una maggiore resistenza alle azioni orizzontali del vento (drag) e quindi delle fortissime inflessioni laterali dell'impalcato (nel caso dell'Akashi Kaikyo ad una velocità di progetto di 60 m/s, si prevedono spostamenti fino a 30 m in orizzontale [1.22]; da non trascurare, infine, il problema della onerosa manutenzione ed ispezione di questo tipo di manufatti.

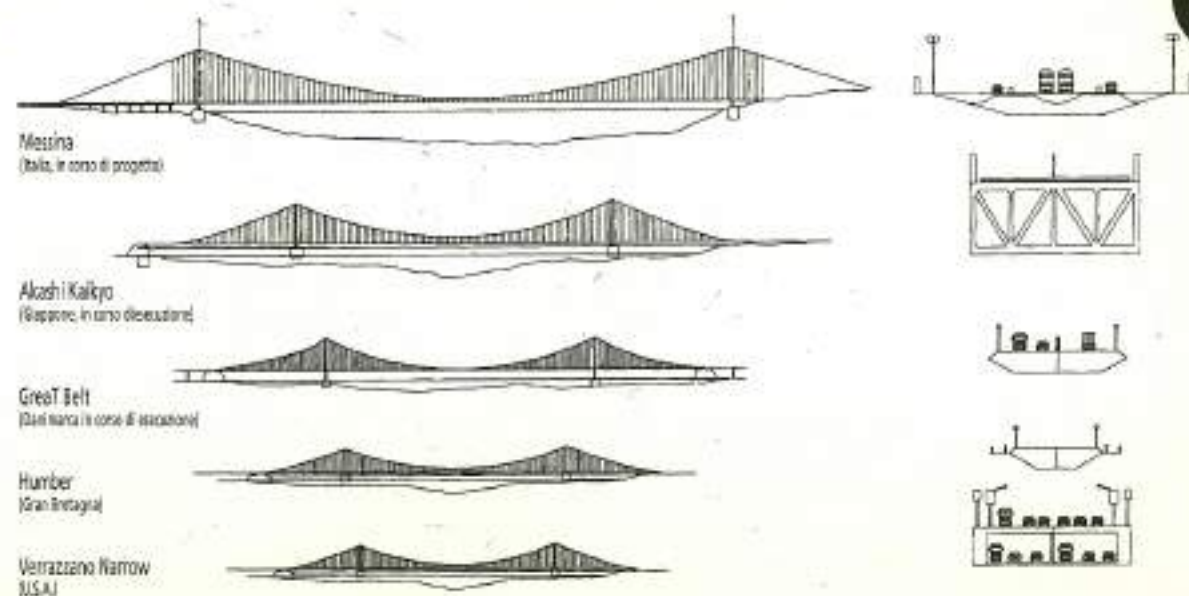
Una seconda strada concettuale venne introdotta alla fine degli anni '60: la strategia di base è quella di ridurre, giocando esclusivamente sulla forma del profilo, le azioni aerodinamiche. Gli impalcati così

progettati vengono definiti, per la loro forma ed il loro comportamento al vento, come "affusolati" (streamlined) o "aerodinamicamente trasparenti". Essi sono usualmente caratterizzati da sezioni scapolari singole e/o multiple, mono o pluricellulari, con lastra ortotropa quale superficie di supporto e trasmissione dei carichi. In questo modo le azioni aerodinamiche, in particolare quella di drag trasversale, sia pseudo-statico che turbolento, vengono ridotte, mentre un significativo contributo alla rigidezza torsionale globale continua ad essere fornito dall'impalcato.

Attualmente ci si domanda quali siano gli schemi di impalcato da impiegare per le grandissime luci, ossia a partire dai 2000 m. La prima risposta è stata data dai progettisti giapponesi dell'Akashi Kaikyo che assicurano la stabilità aerodinamica riproponendo un profilo d'impalcato reticolare rigido, pur pagando, come detto, un altissimo prezzo in termini di resistenza al "drag" e sensibilità ai fenomeni turbolenti (buffeting, distacco di vortici).

Questa scelta, effettuata in corrispondenza di un "salto" repentino dai 1624 m di luce ai 1990 m, ha rappresentato un punto critico di biforcazione, di significato storico, nello sviluppo della progettazione dei ponti sospesi e pone notevoli interrogativi per le applicazioni future. Queste prevedono, come è

**Fig. 1.21** Evoluzione dei ponti sospesi di grande luce



noto, "salti" di scala ancora più impressionanti: 3300 m per il ponte sullo stretto di Messina e 5000 m per il ponte a più campate sullo stretto di Gibilterra.

Dalle considerazioni sopra riportate, la conflittualità decisionale risulta dunque chiara: con la soluzione di impalcato rigido si ottengono le caratteristiche aerodinamiche per garantire l'efficienza e la stabilità a scapito di un maggiore peso e, conseguentemente, di un maggiore costo strutturale, con la soluzione "trasparente" si diminuiscono al contrario le azioni trasversali.

La mancata sintesi unitaria nelle scelte progettuali risiede principalmente nelle incertezze legate soprattutto alla modellazione fisica del sistema ed in particolare delle azioni; questa ancora non permette di valutare la sensibilità ed il grado di affidabilità del processo globale di progetto e di analisi per i ponti di grandissima luce, per i quali il vento è senza dubbio l'azione dominante. L'incertezza relativa all'incompleta conoscenza delle proprietà stocastiche delle azioni, della modellazione e del comportamento dei materiali, della modellazione numerica e delle proprietà strutturali (massa, smorzamento e rigidità), rende necessario il controllo di affidabilità complessiva di tutto il processo di progetto ed esecuzione [1.28]. Tramite un'indagine svolta sul ponte sull'Humber, sono state controllate le incertezze del modello matematico aeroelastico in base alle incertezze dei parametri strutturali e di quelli aerodinamici [1.25]; è stato così possibile fornire,

per ponti tipologicamente simili, un'indicazione globale delle incertezze del modello analitico per mezzo della determinazione della velocità critica di flutter. A seguito dell'interessante dibattito sviluppatosi nel corso dei lavori del Simposio ISALB '92, si è ricavata la sensazione "ingegneristica" che l'affidabilità del processo globale di progetto e verifica del sistema strutturale classico di ponte "semplicemente" sospeso abbia un limite attuale per luci fino a 2000 m. Al fine di rimuovere parte di queste incertezze, sono state progettate e realizzate apposite gallerie del vento di larghezza tale da poter ospitare modelli aeroelastici in scala fino a 1:100 dell'intera struttura, ivi compresi i viadotti di accesso. Nel caso del progetto giapponese si è raggiunta una larghezza della sezione trasversale di prova di 43 m. Solo così è stato possibile diminuire il grado di incertezza sulle caratteristiche strutturali e di interazione vento-struttura (frequenze, smorzamento, scaling inerziale), oltreché sulla "fedeltà" della modellazione di torri, impalcati e sistema di funi.

In particolare, la seconda via di soluzione del problema, ovvero quella di affrontarlo "lato azioni", cercando di ridurre drasticamente queste ultime attraverso lo studio appropriato di una sezione aerodinamicamente trasparente o ventilata, presuppone, per essere applicabile, che le metodologie di estrapolazione dal modello all'opera intera, siano oltremodo certe, ovvero con incertezze valutabili dal confronto con casi reali già costruiti. In realtà nel caso di ponti con grandissime luci, i



Fig. 1.23 Progetto di ponte sullo stretto di Messina

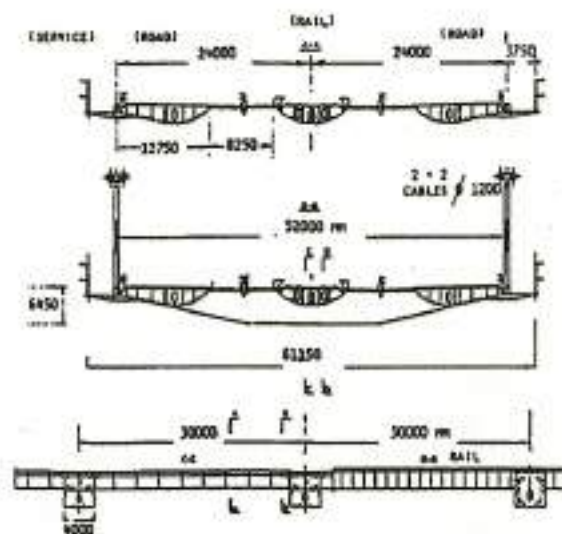


Fig. 1.22 Progetto del ponte sullo Stretto di Gibilterra

paragoni con casi simili non sono possibili o immediatamente estrapolabili. D'altra parte le metodologie teorico-numeriche di estrapolazione dal modello alla realtà sono affette da numerose incertezze di cui è opportuno rendersi conto.

Una prima serie di incertezze risiede nella stessa significatività delle prove su modello in galleria del vento.

pllessità dell'interazione fluido - struttura..." Infine si deve sottolineare che anche se le analisi su modello e la trattazione fossero esatte, l'estrapolazione numerica attraverso algoritmi di simulazione di tempeste di vento nel tempo porta essa stessa, con se, alcune incertezze:

- prima di tutto il fatto che, per essere statisticamente significative, le simula-

Secondo Scanlan, "... il numero di Reynolds della prova sarà in genere 2 o 3 ordini di grandezza minore.... L'argomento usuale che gli effetti del numero di Reynolds sono trascurabili per elementi strutturali con spigoli vivi, resta da essere dimostrato completamente..."

Ancora Scanlan mette in luce alcuni limiti della sua trattazione teorica dell'instabilità aeroelastica "... E' ipotizzato, nelle trattazioni sopra riportate che le forze di flutter e di buffeting siano essenzialmente separabili e non interagenti ... Dal momento che i fenomeni fisici attorno ai corpi tozzi e la loro interazione con essi sono effetti intrinsecamente non lineari, questa separazione analitica, fatta per analisi ingegneristiche, è conveniente ma non comprende, in principio, certe com-

zioni devono comprendere numerose storie (più di 20-30) di durata opportuna (10-20 minuti);

- secondariamente, il fatto che tutti gli algoritmi di generazione di storie nel tempo, non tengono conto dello spettro in quadratura del vento. Ciò significa che le fasi non possono essere simulate correttamente. Quindi, nel caso di fenomeni di scia, provocati dalla forma stessa dell'oggetto investito e dalla presenza di traversi o risalti, anche nel caso di venti obliqui, il distacco dei vortici che corrono longitudinalmente su tutto il ponte e che possono innescare eccitazione di modi superiori al primo non può essere, allo stato attuale di sviluppo dei metodi di generazione, correttamente simulato.

Tutte le considerazioni sopra esposte legittimano dunque il dubbio se sia



opportuno riproporre lo schema classico del ponte "semplicemente" sospeso anche per le grandissime luci, senza introdurre elementi innovativi nella concezione strutturale; se, cioè, sia possibile dominare tutti i problemi che sorgono attraverso una sorta di accanimento "analitico" nel migliorare uno schema per così dire antico, senza rivedere, in "sintesi", la concezione strutturale.

Nel caso del ponte di Messina [1.23] (Fig. 1.23), la soluzione proposta dai progettisti è affidata all'idea in un impalcato così detto "ventilato", ossia formato da tre cassoni separati da settori grigliati che consentono l'attraversamento, in direzione verticale, del flusso d'aria; ciò implica una drastica riduzione dei coefficienti quasi statici di resistenza aerodinamica al sollevamento ed alla coppia (momento).

Alcuni aspetti decisamente innovativi nella concezione strutturale globale sono riscontrabili negli schemi di larga massima frutto degli studi iniziali di fattibilità dell'attraversamento dello stretto di Gibilterra (Fig 1.22) [1.24]; l'attenzione risulta qui non più esclusivamente concentrata sulle prestazioni aerodinamiche dell'impalcato, bensì è principalmente rivolta all'introduzione di ulteriori risorse prettamente strutturali che, trasformando lo schema classico, ne incrementino la resistenza per potere compiere il "salto" qualitativo richiesto.

Muovendosi su questa linea direttrice, Lin e Chow [1.21] propongono ad esempio di aumentare il rapporto freccia-luce da 1/10 a 1/5 in modo da ridurre gli sforzi sulle funi portanti. L'incremento di costo derivante dalle torri più alte sarebbe compensato, secondo i proponenti, dalla riduzione

del diametro delle funi.

N.J. Gimsing [1.20] ha indicato, con alcune suggestive proposte, come apportando alcune sostanziali modifiche alla classica disposizione piana delle funi e/o stralli, il comportamento statico e dinamico possa essere controllato ben oltre le luci attualmente raggiunte. K. Ostenfeld e A. Larsen [1.27] hanno proposto sistemi inclinati di funi che valgono a stabilizzare trasversalmente l'impalcato ed hanno addirittura suggerito alcuni sistemi di controllo attivo che portino ad una diminuzione delle azioni sollecitanti.

Sembra comunque importante che, nell'ambito delle luci libere oltre i 2000 m, l'affidabilità del processo di analisi (teorica e sperimentale), di produzione,

montaggio e manutenzione non può che essere fondata su chiare concezioni progettuali che rimuovano o, almeno, sensibilmente riducano, le incertezze rilevate da molti autorevoli esperti.

A conclusione di questo paragrafo, che in modo conciso racchiude in sé le idee e le realizzazioni più significative nel campo dei ponti utilizzando funi d'acciaio, è ancora importante ricordare che la prima applicazione di una

montaggio e manutenzione non può che essere fondata su chiare concezioni progettuali che rimuovano o, almeno, sensibilmente riducano, le incertezze rilevate da molti autorevoli esperti.

A conclusione di questo paragrafo, che in modo conciso racchiude in sé le idee e le realizzazioni più significative nel campo dei ponti utilizzando funi d'acciaio, è ancora importante ricordare che la prima applicazione di una



Fig.1.24 Progetto del ponte sullo stretto di Gibilterra

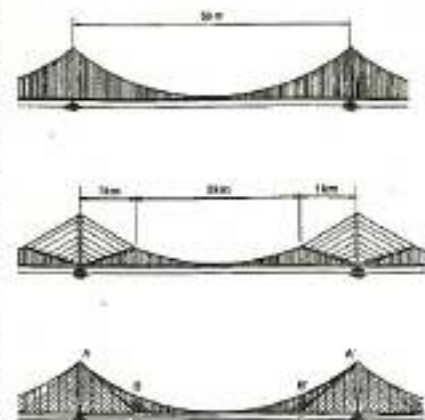


Fig.1.27 Sezione trasversale del ponte sullo stretto di Messina



Fig.1.26 Sezione longitudinale e trasversale del ponte sullo stretto di Messina. (Progetto Musmeci)

tensostruttura a doppio effetto, portante ed irrigidente, nel campo dei ponti sospesi, è prevista nel mirabile progetto di Sergio Musmeci, per l'attraversamento dello stretto di Messina del 1970. Il progetto prevede un'orditura longitudinale e trasversale di irrigidimento di notevole sensibilità architettonico-strutturale. La luce libera è di 3000 metri e le antenne (piloni compressi) hanno un'altezza di 600 metri, anticipando 20 anni prima le soluzioni e proporzioni geometriche proposte attualmente. Nella Fig. 1.26 sono rappresentate la vista longitudinale e trasversale del ponte.

Con la tensostruttura a doppio effetto si può intervenire con il "dosaggio" dello sforzo e della rigidità della fune traente nel progetto, irrigidendo perciò la struttura per quanto serve da un punto di vista della stabilità aeroelastica. In sostanza, si ha un parametro progettuale di "controllo" in più su cui si può agevolmente intervenire, che è quasi "variabile indipendente", mentre nello schema classico lo sforzo nella fune è imposto dalle condizioni di equilibrio ed è assegnato, non appena siano assegnati la geometria ed il carico.

Tale vantaggio è inoltre particolarmente

utile nella fase di montaggio del ponte, quando i carichi e la struttura non hanno assunto la configurazione finale.

Ma occorre sottolineare ancora il vantaggio di potere dotare queste funi stabilizzanti di smorzatori di tipo meccanico viscoso o isteretico ai punti di attacco, che certo potranno costituire una "riserva" importante per quanto riguarda lo smorzamento strutturale.

Fenomeni insidiosi quali quelli aeroelastici e di distacco di vortici, saranno perciò contrastati oltre che dallo smorzamento aerodinamico, con tutte le incertezze di valutazione prima sottolineate, anche dallo smorzamento meccanico di tali funi.

#### Eliminazione dei pendini di estremità

Un ulteriore vantaggio della soluzione proposta da Musmeci, ripreso poi in parte dalla soluzione di Lin per il ponte di Gibilterra, consiste nell'eliminazione dei lunghissimi pendini vicini al pilone, che offrono ben poca rigidità verticale. Anche se la proposta progettuale deve ovviamente trovare ulteriori riscontri, sia numerici che economici, si ritiene comunque che questa reinterpretazione dell'idea di Musmeci abbia numerose doti che la rendono senz'altro degna di approfondimento per la scelta di soluzioni progettuali per ponti di grandissima luce.

Nell'ambito dei ponti di grande luce la progettazione, in funzione del controllo dell'impatto ambientale, viene oggi eseguita mediante particolari tecniche di simulazione grafica. In figura 1.25 è possibile osservare il controllo paesaggistico di un ponte strallato sull'Oxselssundet (Stoccolma) eseguito mediante modellazione grafica 3D.

Fig.1.25 Studio di impatto ambientale per un ponte strallato





Fig. 1.30 Stadio Olimpico di Roma

1.4 COPERTURE SOSPENSE

La versione moderna delle coperture sospese (denominazione dovuta all'impiego degli schemi tensostrutturali) è sicuramente la tenda. Il principio dell'utilizzazione di funi in una copertura è documentato per la prima volta nel 70 d.C. per la copertura del Colosseo Romano di metri 189 x 156.

Un primo esempio di copertura sospesa risale alla fine del secolo scorso con la costruzione di padiglioni espositivi a Nizni Novgorod, mentre l'inizio del moderno sviluppo della progettazione, dell'analisi e delle tecniche costruttive relative alle coperture sospese, avviene solo dopo gli anni 50 in corrispondenza della nota Raleigh Arena progettata da Nowicki e costruita in USA nel 1953 (fig. 1.28).

Il progresso tecnologico è stato rapidissimo e, mentre nello stesso periodo si è passati, tanto per citare esempi paralleli in altri campi della tecnica, dalle ferrovie da 100 Km/h a quelle da 200 Km/h, dalle navi da 80.000 t a quelle da 1.000.000 t, dagli aerei ad elica, ai veicoli lunari, nel campo dei ponti in c.a. le

luci massime sono state aumentate dai 187 m degli archi di Plougastel (Brest) ai 304 m del ponte sul Parramatta (Sidney). Nei ponti metallici, come già accennato, si realizzano la campata centrale del ponte Giovanni da Verrazzano ed il progetto per il ponte sullo stretto di Messina. Nelle coperture vengono realizzate costruzioni destinate ad essere immagine architettonica dei nostri tempi alla luce della nuova tradizione costruttiva in strutture leggere, proprie della nostra epoca, grazie al cui impiego è stato possibile ottenere, nella copertura, quella leggerezza e quella libertà di forme che ne costituiscono le caratteristiche più entusiasmanti.

Le coperture sospese possono, oggi, annoverare tra le proprie realizzazioni il complesso olimpico di Tokyo (1968), di Monaco (1972), la copertura a tenda del nuovo air terminal di Jeddah (1982), i nuovi stadi di Torino e Roma (1990) e la prossima compertuta del Giorgia Dome per le Olimpiadi del 1994, dove, in seguito alle esperienze fatte in precedenti realizzazioni, è stato possibile ottenere strutture molto più perfezionate in fase di analisi, progettazione esecutiva dei

Fig. 1.29 Veduta generale degli impianti olimpici di Tokio.



Fig. 1.28 Raleigh Arena

Fig. 1.32



Fig. 1.33



Fig. 1.32 Veduta di uno dei terminal dell'aeroporto di Jeddah [1.3].

Fig. 1.33 Stadio di Vancouver.

Fig. 1.33 b Tokio Dome



Fig. 1.31 Veduta generale degli impianti olimpici di Monaco

particolari costruttivi e nelle tecniche di montaggio e messa in tensione. Queste importanti opere sono illustrate nelle figg. 1.29, 1.30, 1.31, 1.32, . Per le stesse ragioni anche le strutture pneumatiche

hanno avuto un grande impulso necessitando, se destinate alla copertura di grandi spazi di sistemi rinforzanti e di irrigidimento costituiti da cavi d'acciaio opportunamente posizionati.

Attualmente, le coperture a sostegno pneumatico specialmente per ragioni economiche, hanno una notevole diffusione negli USA per la copertura di grandi impianti sportivi.

L'ultima realizzazione in ordine di tempo di questa tipologia strutturale è (fig. 1.33 b) il Tokio Dome con una luce di 180 x 180 m.

1.5 CAMPO DI VALIDITÀ TECNICO ED ECONOMICO DELLE TENSOSTRUTTURE

Attualmente, è possibile constatare che il periodo pionieristico epico, nel campo della ricerca teorica ed applicativa delle strutture leggere, è ormai finito.

Specialmente in questo ultimo decennio, dopo le numerose ricerche teoriche e le esperienze tecnologico-costruttive e di montaggio e soprattutto, dopo l'osservazione del comportamento nel tempo delle ormai numerose realizzazioni, è possibile redigere una sintesi consuntiva.

A posteriori, pertanto, possiamo trarre le dovute informazioni e conclusioni sul

campo di validità conquistato dalle strutture leggere nelle applicazioni architettoniche, sia dal punto di vista economico, sia da quello tecnico-strutturale.

Il campo di validità applicativo conquistato dalle varie tipologie strutturali costituenti le strutture leggere (quali le tensostrutture piane e spaziali, le strutture a membrana e le strutture pneumatiche, nell'attuale sviluppo del proprio stato dell'arte tecnologica) è dovuto principalmente alle seguenti caratteristiche tecniche ed economiche.

1.5.1 Caratteristiche tecniche

Le strutture possono reggere i carichi con stati di sollecitazione, nei quali siano



predominanti i momenti flettenti associati agli sforzi di taglio, oppure gli sforzi normali. Naturalmente, per le note proprietà generali, è preferibile che siano questi ultimi a prevalere ed, in particolare, che si abbia sforzo positivo ossia di trazione, per non mettere in gioco il pericolo di instabilità dell'equilibrio.

Da questo fatto discendono direttamente le seguenti caratteristiche tecniche:

- Possibilità di realizzare grandi luci libere.

- Ottimo sfruttamento della resistenza del materiale impiegato con soli sforzi di

trazione.

L'elevato rapporto resistenza/peso ( $\sigma/\gamma$ ) permette di ottenere minimi pesi strutturali come è possibile osservare dai dati sintetizzati nella tabella 1.2.

- Rapidità e facilità di esecuzione e montaggio con la conseguente diminuzione dei tempi e dei costi. In tabella 1.3 è illustrato un tipico programma dei tempi per la costruzione di una tensostruttura di 10.000 m<sup>2</sup>. Il tempo di

inflexione laterale degli elementi compressi. L'azione del fuoco sulle tensostrutture viene sopportata per periodi più lunghi, dal momento che la dilatazione del materiale agisce, in una prima fase, diminuendo lo stato di pretensione, ed in seguito, la capacità portante delle funi superiori rimane geometricamente integra anche dopo notevoli spostamenti (circa 1% della luce).

- Aumento della sicurezza sotto cari-

Tab. 1.2 peso approssimativo di alcune tensostrutture

COSTRUZIONE	TIPO DI STRUTTURA	LUCE (m)	PESO (N/m <sup>2</sup> )
Scalo merci di Schiphol (Olanda)	piana	77	41
Magazzino Edeka di Karlsruhe (Germania)	piana	2x32	22
Pal. dello sport di Helsinki (Finlandia)	piana	93	62
Stadio del ghiaccio di Stoccolma (Svezia)	piana	83	73
Comitz	piana	45	33
Piera del marmo a Carrara (Italia)	piana	3x43	30
Auditorium di Utica - New York (USA)	piano radiale	73,2	171
Palasport di Genova (Italia)	piano radiale	68	105
Pontiac Stadium - Michigan (USA)	pneumatica	220x168	68
Pal. dello sport di Atene (Grecia)	rete	113,96	90
Complesso olimpico di Monaco (Germania)	rete	78.000 m <sup>2</sup>	150-200

messa in opera si aggira intorno al valore di 0.1 ora/m<sup>2</sup> per uomo.

- Versatilità strutturale, libertà formale e compositiva.

- Eliminazione delle cassature, tanto onerose nelle coperture in c.a. costruite in opera, ed in particolare nelle volte sottili; messa in opera delle funi largamente più agevole di quella delle strutture metalliche piane e spaziali.

- Particolare adattabilità delle tensostrutture per zone sismiche. Le forze d'inerzia conseguenti ai movimenti ondulatori e sussultori del sisma risultano assai modeste, giacché l'accelerazione sismica agisce su masse notevolmente ridotte, rispetto alle strutture convenzionali.

- Buon comportamento in presenza di cedimenti vincolari. Lo schema geometricamente ipostatico della tensostruttura si adatta istantaneamente alle nuove condizioni al contorno, senza che si verificano apprezzabili modifiche delle tensioni interne.

- Aumento della sicurezza antincendio rispetto alle strutture tradizionali, le quali entrano normalmente in fase critica attorno a temperature di 300-350°C, cedendo frequentemente per

camento per effetto della non linearità geometrica.

- Ottimo controllo dell'efficienza strutturale. Come si vedrà più dettagliatamente nel Capitolo 7, le funi delle tensostrutture vengono automaticamente collaudate con tutti gli accessori di collegamento (teste fuse, terminali), in concomitanza della fase di stabilizzazione del modulo elastico fittizio  $E^*$  mediante i cicli di pretensione della fune al 50% del carico nominale di rottura. In queste strutture, pertanto, vengono minimizzati gli errori di esecuzione. Basti pensare, quale esempio di confronto, alla quantità di saldature e giunti bullonati necessari per eseguire

Tab. 1.3 Programma dei tempi massimi per la costruzione di una tensostruttura (corrispondente a 10.000 m<sup>2</sup>).

TEMPI	1° MESE	2° MESE	3° MESE	4° MESE	5° MESE
1. ARRETRATI E OPERE ESISTENTI	■				
2. PERMISSE PRELIMINARI PER I MONTAGGI	■				
3. PREPARAZIONE DEI MATERIALI IN ALBERGO		■			
4. PREPARAZIONE DEI MATERIALI DI ASSEMBLAMENTO		■	■		
5. IMPIANTO DELLE FUNI		■	■	■	
6. PREPARAZIONE DELLE FUNI			■	■	
7. ORGANIZZAZIONE DEI LAVORI PER IL MONTAGGIO DELLA TENSOSTRUTTURA				■	■
8. MONTAGGIO DELLA TENSOSTRUTTURA					■

una struttura metallica tradizionale che rendono disomogeneo, probabilisticamente, il coefficiente di sicurezza lungo i correnti.

- Limitazione sulle spese di trasporto. Di norma le strutture tradizionali per la copertura di grandi spazi, ad esempio il c.a.p., vengono trasportate in cantiere parzialmente ed il loro rapporto peso proprio/volume può far incidere la voce «trasporto» in modo non indifferente sul costo globale dell'opera.

Le funi d'acciaio, non presentando discontinuità nel materiale e grazie alle loro caratteristiche di flessibilità possono essere avvolte in rulli per una lunghezza fino a duecento metri. Essendo, inoltre, il loro peso generalmente compreso tra 40 e 60 N/m<sup>2</sup> è possibile trasportare con un solo autocarro il materiale occorrente per 2000-2500 m<sup>2</sup> di copertura.

1.5.2 Aspetto economico

La completa utilizzazione delle caratteristiche dell'acciaio ad alta resistenza, mediante l'uso di uno schema strutturale che in ogni suo punto è sollecitato da soli sforzi di trazione, dà luogo a soluzioni economicamente favorevoli rispetto a strutture impegnate flessionalmente, oppure soggette a sforzi normali alternativamente di trazione e compressione, come in genere si verifica per le strutture reticolari.

Infatti, nel primo caso il materiale in prossimità dell'asse neutro non è impegnato, entro i limiti elastici, al massimo delle proprie possibilità e, nelle strutture reticolari, le aste compresse debbono essere dimensionate anche in vista del pericolo dell'instabilità dell'equilibrio. Queste proprietà sono chiaramente confermate dalla fig. 1.34 dove, in funzione della luce libera, sono riportati gli ordini di grandezza dei costi specifici delle strutture convenzionali e delle tensostrutture, relativi alle tipologie costruttive ed ai parametri dimensionali illustrati in fig. 1.35.

La curva 1, che rappresenta i costi per travi semplicemente appoggiate ad anima piena considerando, al variare della luce libera, la più economica delle soluzioni in acciaio o in cemento armato e c.a.p., fornisce costi rapidamente crescenti, giacché le strutture inflesse impegnano, in campo elastico, solo in limitate zone la resistenza del materiale nella misura massima ammissibile.

Le curve 3 racchiudono la zona rappresentante i costi delle lastre curve, che risultano fortemente influenzati da fattori tecnologici connessi con montaggi in cantiere, cassature, ponteggi, getti ad altezze elevate, ecc. La curva

2, corrispondente alle strutture ad arco, è notevolmente più ribassata delle precedenti poiché queste presentano problemi, di montaggio e di prefabbricazione, ridotti rispetto a quelli per i gusci; ma a partire da una certa luce, diventano anch'essi proibitivi a causa dell'oneroso dimensionamento richiesto per evitare fenomeni di instabilità.

La curva 4, tipica delle strutture sospese, indica i costi per le tensostrutture. Evidentemente, si tratta di confronti di carattere puramente orientativo: da essi emerge che l'onere, derivante dall'impiego di acciaio ad alta resistenza, dall'innovazione dei particolari costruttivi

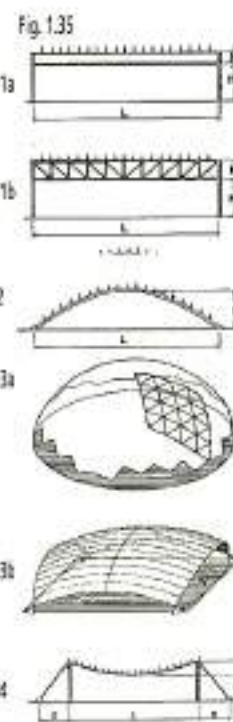


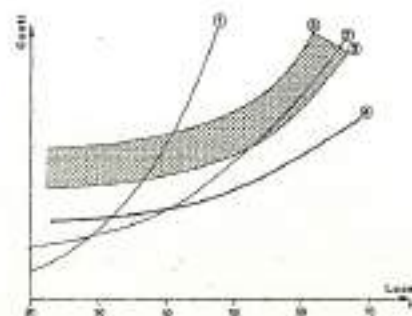
Fig. 1.35 Tipologie costruttive:

- 1) travi semplicemente appoggiate
  - 2) archi
  - 3) gusci reticolari monostrato o multistrato
  - 4) tensostrutture.
- Dove:  
L = luce libera  
h = altezza utile della trave  
f = freccia  
H = altezza all'intradosso della trave

Fig. 1.34 Diagramma

comparativo dei costi:

- 1) travi semplicemente appoggiate
- 2) strutture ad arco
- 3) lastre a semplice o doppia curvatura
- 4) tensostrutture.



e soprattutto dal costo delle strutture d'ancoraggio, fa sì che, per piccole luci, il sistema delle coperture con funi non risulti conveniente. Però, aumentando la luce, la differenza dei costi aumenta rapidamente e il sistema con tensostrutture si dimostra decisamente il più economico rispetto ad ogni altra soluzione. Tuttavia altri vantaggi tipici di queste strutture, quali il facile montaggio, il recupero, l'adattabilità ad esigenze architettoniche, ecc., le hanno fatte non di rado preferire anche per modeste luci.

### 1.6 OBIETTIVI DELLA MONOGRAFIA

In base alle proprie caratteristiche tecniche ed economiche le strutture leggere hanno conquistato un loro campo di validità applicativo, individuabile in special modo per la copertura di grandi aree.

Solo negli ultimi anni, tuttavia, l'interesse degli studiosi in materia e dei progettisti si è rivolto concretamente a questo genere di tipologie costruttive e si è avvertita la necessità di una seria analisi delle conquiste ottenute, sia nell'ambito della ricerca pura, che nel settore tecnico applicativo.

L'opera di sintesi delle esperienze e dell'informazione in materia, inizia con la pubblicazione del libro «Das Hängende Dach» del 1958, nel quale l'architetto Frei Otto illustra per la prima volta in modo organico, i concetti generali di progettazione, le tipologie costruttive, i materiali, i particolari costruttivi e fornisce alcuni cenni introduttivi al calcolo delle tensostrutture a membrana, con o senza l'impiego di funi o reti di funi. Attualmente, sulla base delle esperienze fatte e dei numerosi studi svolti sull'argomento, sono state sufficientemente chiarite le più importanti peculiarità delle tensostrutture.

Per quel che concerne il loro comportamento statico, come si vedrà in seguito, si sono a lungo avute perplessità derivanti soprattutto dall'impossibilità di

prescindere dalle deformazioni del sistema, con conseguente rinuncia alla sovrapposizione degli effetti.

Per questo nelle prime applicazioni si fece ricorso a schemi molto vicini a quelli della semplice fune sospesa agli estremi con andamento a catenaria, impiegata sia come elemento base di coperture a «botte rovesciata» che come sostegno di tetti rigidi secondo il classico schema dei ponti sospesi. Schemi semplici, quindi, per i quali è abbastanza agevole il calcolo degli sforzi nelle varie condizioni di carico. L'elaborazione di forme più complesse di coperture, e specialmente di reti di funi a doppia curvatura, ha posto i progettisti dinanzi a problemi statici ben più ardui; il che non ha certo favorito la diffusione di tali sistemi di copertura.

Per il superamento di queste difficoltà, molti si sono serviti di metodi empirici di calcolo, di volta in volta scelti in funzione del tipo e della forma della struttura da costruire e con largo ricorso a criteri di successive approssimazioni grafico-analitiche (si veda ad esempio il sistema adottato da Tsuboi, Kawaguchi e Kawamata per i due famosi Stadi Olimpici coperti di Tokyo [1.4], [1.5]) ed a prove su modelli. Molto laboriosa si presenta infatti la formulazione di teorie che trattino con conveniente rigore i vari aspetti del problema e che possano agevolmente applicarsi in tutte le circostanze.

Ciò comporta, inevitabilmente, se si esclude l'apporto di ipotesi semplificative spesso discutibili, il ricorso a calcoli molto complessi.

Recenti importanti congressi [1.6÷1.17] hanno favorito una più approfondita conoscenza sia delle possibilità del nuovo sistema costruttivo che dei problemi connessi con il suo effettivo impiego.

Dall'analisi dello sviluppo storico, artistico, scientifico e tecnologico, associato alle strutture leggere si può osservare che le principali problematiche individuate riguardano i seguenti argomenti:

- ricerca della forma
- definizione dello stato «0»

- non linearità geometrica e materiale
- unilateralità degli sforzi
- contatto unilaterale discreto e continuo
- viscoelasticità
- creeping a corta e lunga durata
- effetti dinamici indotti dal vento
- collaborazione con strutture di ancoraggio
- analisi anelastica e instabilità
- stati limite ultimi e di esercizio
- collasso critico ad alte temperature
- prove sperimentali
- tecnologie costruttive.

Negli argomenti sopra enunciati risiedono principalmente le cause per le quali la tecnologia delle coperture sospese non è entrata nella prassi progettuale corrente. Ognuno di questi argomenti apre una problematica «non convenzionale» per il progettista: la ricerca formale, imposta dalla definizione di uno stato iniziale dove siano noti la geometria strutturale e lo stato di coazione (pre-tensione) iniziale, capovolge l'impostazione convenzionale della progettazione, per la quale la geometria strutturale è nota e l'incognita del problema è trovare lo stato di sollecitazione. Le verifiche statiche e dinamiche necessitano di un'analisi strutturale assistita da elaboratore elettronico. Le strutture di bordo diventano «ancoraggio» invece di «appoggi»; i particolari costruttivi, l'e-

secuzione ed il montaggio aprono problematiche diverse ai progettisti, alla direzione dei lavori ed agli appaltatori. I problemi da affrontare non sono «più difficili» da affrontare, ma solo «diversi» rispetto a quelli convenzionali. Da aggiungere alle novità progettuali, c'è la mancanza di dati relativi ai costi di costruzione e, se l'appaltatore non può basare la propria analisi dei costi su precedenti esperienze, si troverà obbligato a dilatarli in modo da tenere conto degli eventuali imprevisti tecnico-economici, che possono emergere durante la costruzione.

E' quindi una mancanza d'informazione e di «know-how», la causa prima della naturale diffidenza a percorrere vie progettuali «non convenzionali». E la mancanza d'informazione il maggior ostacolo allo sviluppo delle «novità costruttive», anche se, oggi, con le tensostrutture già realizzate, fortunatamente si è vinto l'attrito di primo distacco.

L'obiettivo principale di questa monografia è, pertanto, quello di colmare una lacuna d'informazione scientifica e tecnologica in materia, informazione indispensabile per passare ad una applicazione più estesa delle coperture sospese. Si spera, così, di rimuovere i «prejudizi» che, come disse Oscar Wilde, «...sono i giudizi più difficili da essere modificati».

- [1.1] A.A. BELES, M. SOARE: *Les paraboloides elliptique et hyperbolique dans les constructions*, Dunod, Paris 1967.
- [1.2] La campata di 3000 m di Musmeci, *L'industria delle costruzioni* n. 22
- [1.3] *Aéroports du Roi Abdal Aziz, Terminal Hair, Jeddha, Arabie Saoudite, L'architecture d'aujourd'hui*, n. 223 Octobre 1982.
- [1.4] Y. TSUBOI, M. KAWAGUCHI: *The analysis and design of a suspension structure*, *International Conference on Space Structures, University of Surrey, September 1966*, edited by R.M. Davies, Blackwell Scientific Publications, 1967.
- [1.5] Y. TSUBOI, S. KAWAMATA: *The design and construction of a suspension structure*, *International Conference on Space Structures, University of Surrey, September 1966*, edited by R.M. Davies, Blackwell Scientific Publications, 1967.
- [1.6] *IASS Pacific Symposium on Tension Structures and Space Frames, Tokio and Kyoto 1971*.
- [1.7] *International Conference on Tension Roof Structures, Polytechnic of Central London, April 1974*.
- [1.8] *International Symposium on Wide Span Surface Structures, Stuttgart 1976*.
- [1.9] *IASS World Congress on Space Enclosures (WCOSE-76), Montreal 1976*.
- [1.10] *IASS World Congress on Shell and Spatial Structures, Madrid 1979*.
- [1.11] *Third International Conference on Space Structures, University of Surrey, Noashin, Surrey 1984*.
- [1.12] "Shell, Membranes and Space Structures" I.A.S.S., Osaka, Japan, Spt. 1986
- [1.13] *Congress of ISA 86, Sydney, Australia, Aug. 1986*.
- [1.14] *International Congress I.A.S.S., Madrid, Spain, Sept. 1989*.
- [1.15] *7th International Conference on Wind Engineering, London, Canada, July 1991*
- [1.16] *International Congress I.A.S.S., Copenhagen, Denmark, Aug. 1991*.
- [1.17] *Fourth International Conference on Space Structures, Guilford, London, September 1993, England*.
- [1.18] *Proc. of Int. Symp. on Aerodynamics of large bridges, Copenhagen, 19-21 Feb. 1992, A. Larsen Ed. ; A.A. Balkema, Rotterdam /Brookfield, 1992*.
- [1.19] *IASS - CSCE International Congress, Innovative Large span structures: concept, design, construction, Toronto 1992*.
- [1.20] Ginzling N.J., *Large Bridges of the future, Proc. of Int. Symp. on Aerodynamics of large bridges, Copenhagen, 1992*.
- [1.21] Lin T. Y., Chow P., *Gibraltar Sirt crossing - a challenge to bridge and structural engineers, Structural Engineering International, 2/91*.
- [1.22] Miyata T. et al. *Aerodynamics of wind effects on the Akashi Kaikyo bridge, Atti del Convegno ANIV IN VENTO '92, Capri*.
- [1.23] Finzi L, Castellani A. *Innovative structural system for a 2 miles span suspension bridge, IASS -CSCE Int. Cong. Innovative large span structures: concept, design, construction, Toronto 1992*.
- [1.24] Madsen H. O., Ostenfeld-Rosenthal P., *Wind criteria for long span bridges, Proc. of Int. Symp. on Aerodynamics of large bridge, Copenhagen, 1992*.
- [1.25] Diana G., *Falco Indagine analitico sperimentale su un ponte sospeso di grande luce soggetto all'azione del vento Atti del Convegno ANIV IN VENTO '90*
- [1.26] Scanlan R.H., *Wind dynamics of long-span bridges, Proc. of Int. Symp. on Aerodynamics of large bridges, Copenhagen, 1992*
- [1.27] Ostenfeld K., Larsen A., *Bridge engineering and aerodynamics, Proc. of Int. Symp. on Aerodynamics of large bridges, Copenhagen, 1992*.
- [1.28] C. Borri, M. Majowiecki, P. Spinelli: *The aerodynamic advantages of a double effect large-span suspension bridge under wind loading, SPACE STRUCTURES 4, University of Surrey, Guilford, London, 1993*.

## SISTEMI TENSOSTRUTTURALI

### 2.1 GENERALITÀ

Per comprendere, in modo intuitivo, il differente comportamento meccanico di sistemi strutturali soggetti prevalentemente a sforzi di compressione o trazione, è interessante osservare l'andamento carichi-spostamenti dell'esempio illustrato in fig. 2.1. Questo corrisponde ad un arco parabolico sottile (rapporto molto minore dell'unità tra spessore e luce libera  $S/L \gg 1$ ) caricato uniformemente sull'orizzontale. Incrementando l'intensità del carico si hanno le seguenti fasi:

STATO INIZIALE - ARCO SCARICO

#### Fase A-B

regime di risposta meccanica, sotto carico incrementale continuo, di tipo non lineare geometrico con diminuzione della rigidità tangente (softening),  $K_1 > K_1'$ , ramo di equilibrio stabile con diminuzione del valore positivo della variazione seconda dell'energia potenziale totale ( $\partial^2 \pi$ ). In corrispondenza del punto B la capacità portante della struttura è nulla ( $K=0$ ). La determinazione

sperimentale o matematica del carico critico ( $P_{crit}$ ) è soggetta a incertezze statistiche riguardanti il tipo di configurazione instabile, il regime elastico c/o plastico delle sezioni critiche, errori ed imperfezioni geometriche di esecuzione instabile, il regime elastico c/o plastico delle sezioni critiche, errori ed imperfezioni geometriche di esecuzioni c/o montaggio, ecc. che penalizzano la verifica agli stati ultimi dovendo, necessariamente, aumentare l'indice di sicurezza  $\beta$  rispetto allo stato limite ultimo di rottura (SLV).

#### Fase BCE

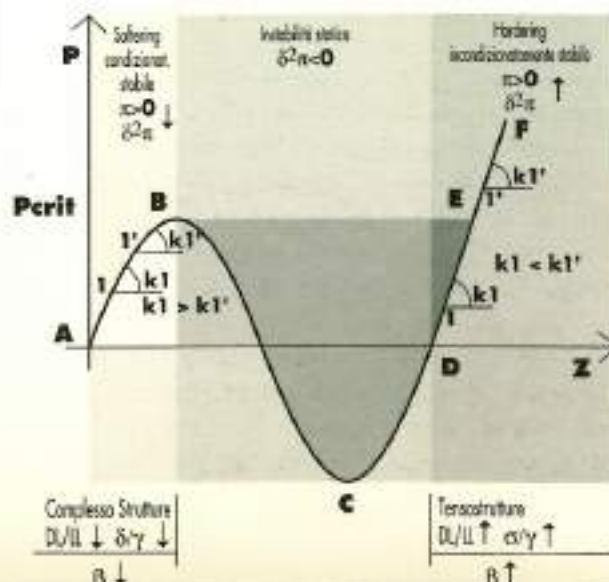
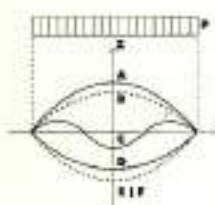
Fase instabile, il passaggio dalla configurazione B alla configurazione E, avviene in modo dinamico con liberazione di energia cinetica. Termine  $\partial^2 \pi < 0$ . Il tratto DC è ottenibile con inversione del segno dei carichi ed ha le stesse proprietà del tratto AB.

#### Fase DEF

Hardening geometrico (aumento della rigidità tangente  $K_1 < K_1'$ ), ramo di equilibrio stabile con incremento del valore positivo di  $\partial^2 \pi$ .

Il tratto DEF è caratteristico della meccanica tensostrutturale. La non linearità geometrica in hardening fa crescere le sollecitazioni, in funzione dei carichi, meno che proporzionalmente, risultandone avvantaggiato l'indice di sicurezza  $\beta$ , valutato agli stati limite ultimi. Il livello di carico portato dalla struttura (F) è molto maggiore non presentando problemi di instabilità dell'equilibrio. Unendo al regime tensostrutturale i materiali ad alta resistenza si ottiene la possibilità di aumentare l'efficienza strutturale ( $\sigma/\gamma$ ) così diminuire il rapporto pesi propri-carichi accidentali (DL/LL) definendo

Fig. 2.1 Meccanismo strutturale



così un campo tipologico denominato STRUTTURE LEGGERE, studiate, di norma, all'interno degli insegnamenti di strutture speciali.

Caratteristica essenziale delle tensostrutture è quella di utilizzare elementi portanti principali, dotati di sola rigidezza estensionale, attiva in stato unilaterale di sollecitazione di trazione ( $S > 0$ ). Questo tipo di elemento strutturale sarà in seguito denominato «elemento fune».

L'elemento fune, non essendo dotato di rigidezza tagliante e flessionale, può trasmettere i carichi agli ancoraggi solo con cambiamenti di forma (fig. 2.1) e pertanto l'elemento fune può essere definito ipostatico o, più precisamente, a «geometria variabile».

Le notevoli variazioni geometriche, provocate principalmente da variazioni di carico dissimili da quelle presenti nello stato precedente (fig. 2.2), sono la causa principale del comportamento non lineare geometrico dell'elemento fune. In fase elastica, non considerando la fase di spostamenti cinematici di moto rigido, la non linearità è di tipo a «incremento di rigidità» (hardening), dove (fig. 2.3):

- il legame carichi-spostamenti cresce più che proporzionalmente;
- il legame carichi-sollecitazioni cresce meno che proporzionalmente.

La conoscenza del comportamento meccanico non lineare dell'elemento fune è indispensabile durante la fase di progettazione delle tensostrutture, in modo da definire un SISTEMA STRUTTURALE che diriga le forze secondo direzioni volute, portandole a terra in modo da ottenere il massimo rendimento dei materiali, il minimo di ingombri intermedi ed il massimo risultato estetico. Per

ottenere un sistema strutturale dotato di queste caratteristiche, è necessario che il progettista abbia una conoscenza:

- del meccanismo di variazione di direzione dei carichi;
- del sistema resistente e del regime deformativo
- della relazione mutua tra diversi elementi strutturali.

Queste conoscenze formano la «sensibilità progettuale» o «intuizione fisica» del

progettista di architettura strutturale, indispensabile per poter scegliere e definire le TIPOLOGIE STRUTTURALI necessarie a formare il SISTEMA STRUTTURALE INTEGRALE costituito principalmente dalle TENSOSTRUTTURE e dalle STRUTTURE DI BORDO o di ANCORAGGIO.

La fase di definizione del SISTEMA STRUTTURALE è l'essenza stessa della progettazione strutturale. Da questa fase sarà possibile estrarre lo SCHEMA STRUTTURALE O MODELLO MATEMATICO, base dell'analisi e verifica dello stato di sollecitazione e deformazione.

Le strutture portanti di copertura, generalmente note con il nome di tensostrutture, possono essere divise in due classi: strutture in fune a funzionamento «discreto» e strutture membranali o «continue».

Le tensostrutture in fune possono essere divise in quattro sottoclassi:

- fune singola: struttura monodimensionale dove funi singole, o un insieme di segmenti semplicemente connessi sono soggetti a carichi giacenti essenzialmente su un piano;
- trave di funi, o tensostruttura a funi contrapposte: formate da segmenti multiconnessi giacenti sullo stesso piano di azione dei carichi. Il sistema è presollecitato;

Fig. 2.1

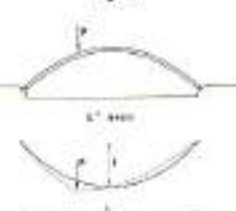


Fig. 2.2

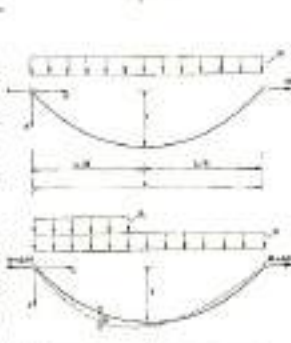


Fig. 2.3

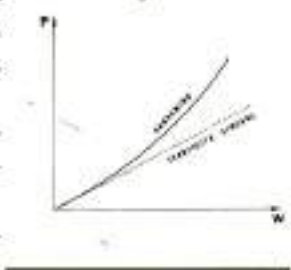


Fig. 2.2 Variazione geometrica della fune provocata dal carico addizionale q.

Fig. 2.3 Hardening geometrico: diagramma carichi - spostamenti

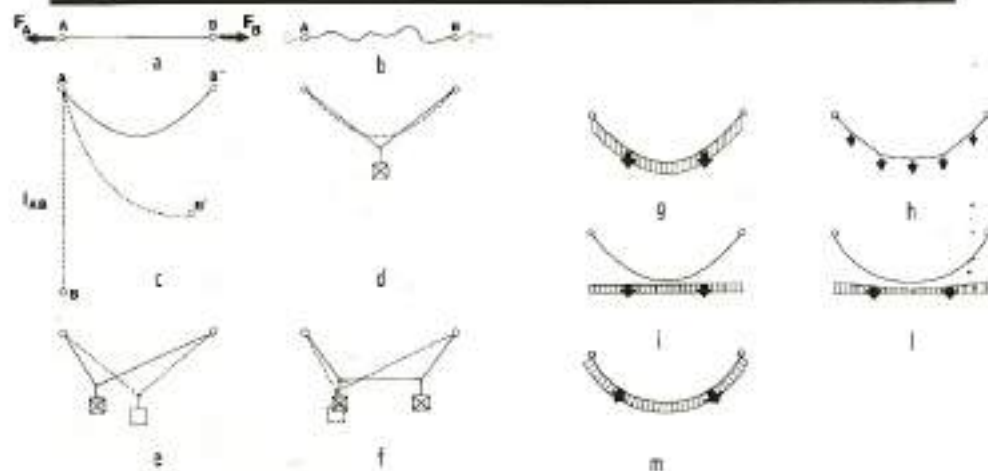
- rete di funi monostrato: struttura formata da segmenti multiconnessi, giacenti su una superficie necessariamente a curvatura totale o gaussiana negativa; il carico, comunque diretto nello spazio, è principalmente diretto normalmente alla superficie. Il sistema è presollecitato.

2.2 L'ELEMENTO STRUTTURALE FUNE

Una fune flessibile ed inestensibile AB,

Fig. 2.4

- a) Struttura in c.a.
- b) Struttura metallica
- c) Tensestruttura



può essere teoricamente schematizzata da un sistema articolato semplicemente connesso in cui il numero delle aste divenga infinito, mentre la lunghezza di ciascuna asta diviene infinitesima. Il carattere di flessibilità proviene dal fatto che ogni punto del filo si può considerare come un nodo articolato e rispecchia la proprietà che ha la fune di potersi adattare, esercitando convenienti forze, secondo una linea geometrica qualsiasi.

La inestensibilità è dovuta all'ipotesi che la lunghezza di un arco di fune compreso tra due suoi punti qualsiasi, conservi, in ogni possibile configurazione, la medesima lunghezza.

Con queste ipotesi semplificative, è possibile schematizzare facilmente, in prima analisi, il problema dell'equilibrio dei fili, poiché è possibile, anche con semplici considerazioni fisiche, intuire il comportamento statico-cinematico dell'elemento strutturale fune.

Lo studio dell'equilibrio dei fili è basato sul seguente postulato, di per sé evidente dal punto di vista fisico: condizione

necessaria e sufficiente per l'equilibrio di un tratto AB di un filo flessibile ed inestensibile senza peso e sollecitato unicamente da due forze  $F_A$  ed  $F_B$  applicate agli estremi A e B, è che queste siano uguali ed opposte e dirette verso l'esterno del tratto di filo considerato:  $F_{AB} > 0$  (fig. 2.4a,b).

In base alle sopracitate ipotesi la configurazione di una fune di lunghezza  $l_{AB}$  varierà in funzione delle coordinate dei nodi d'ancoraggio e del proprio peso

disponendosi, per equilibrio, secondo le generiche linee  $AB'$  e  $AB''$  (fig. 2.4c).

Per carichi aggiuntivi applicati sulla fune, trascurando il peso proprio della fune stessa, si ha una configurazione di equilibrio a bi-latera, tri-latera, o poligonale in dipendenza del numero, intensità e posizione dei carichi (fig. 2.4 d,e,f,h).

Per carichi uniformemente distribuiti, interpretabili come infiniti carichi concentrati, disposti a distanza infinitesima lungo la fune, si hanno le note configurazioni:

- linea catenaria: per carichi uniformi verticali distribuiti lungo la fune stessa (fig. 2.4g);
- linea parabolica: per carichi uniformemente distribuiti lungo l'orizzontale (fig. 2.4i);
- linea cubica: per carichi distribuiti linearmente lungo l'orizzontale (fig. 2.4f);
- linea circolare: per carichi distribuiti uniformemente lungo la fune e diretti normalmente all'asse (fig. 2.4m). Questi esempi illustrano, fisicamente, il chiaro rapporto tra CONFIGURAZIONE GEOME-

TRICA e CARICHI APPLICATI nonché la automatica disposizione della fune secondo il «naturale» flusso delle forze, identificato dalla FUNICOLARE DEI CARICHI.

Un altro elemento importante per acquisire una «sensibilità fisica», necessaria nell'ambito della progettazione di strutture con funi, è il rapporto tra i parametri geometrici e lo stato di sollecitazione della fune.

Nella fig. 2.5 a,b,c, si può osservare l'in-

Fig. 2.5 Influenza della freccia della fune sulla distribuzione degli sforzi.

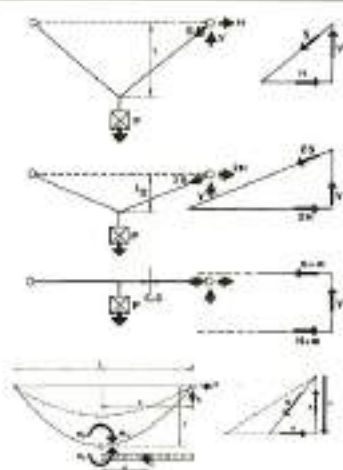
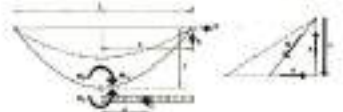


Fig. 2.6 Equilibrio di una fune soggetta a carico uniformemente distribuito sull'orizzontale.



fluenza della freccia della fune  $f$  sulla distribuzione degli sforzi. Lo sforzo  $S'$  lungo la fune e la componente orizzontale  $H$ , sono inversamente proporzionali alla freccia  $f$ . Se  $f=0$  gli sforzi diventano infiniti.

Per la fune sospesa soggetta ad un carico uniformemente distribuito sull'orizzontale (fig. 2.6) l'equilibrio esiste in quanto il momento dovuto alla reazione orizzontale  $H$ , ossia  $M_0$ , compensa la differenza tra  $M_c$  e  $M_s$ .

La forza  $H$ , col suo momento, ripristina l'equilibrio in modo che si abbia sempre  $M=0$  per ogni punto della fune.

A parità di altre condizioni,  $H$  aumenta in modo inversamente proporzionale ad  $f$ .

2.2.1 IL RAPPORTO  $f/L$

Il rapporto freccia/luce libera ( $f/L$ ) domina la meccanica delle strutture a fune, e pertanto è indispensabile cogliere l'influenza della sua variazione sullo stato di sollecitazione e sul dimensionamento esecutivo della fune stessa. L'influenza

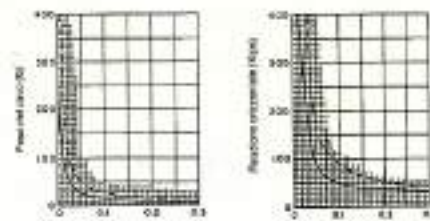


Fig. 2.7 Grafici comparativi per carico concentrato e distribuito.

- a) Variazione del peso proprio della fune in funzione di  $f/L$ ;
- b) Variazione di  $H$  in funzione di  $f/L$  ( $1 \text{ lb} = 4,448 \text{ N}$ ;  $1 \text{ Kps} = 4,448 \text{ kN}$ ) [2.2]

di  $f/L$  è illustrabile analizzando il problema di fig. 2.7, nella quale una fune di luce libera prefissata viene sottoposta alternativamente ad un carico concentrato in mezzeria e ad un carico uniformemente distribuito di uguale risultante. Imponendo, al variare  $f$ , la costanza dello stato di tensione della fune, e variando opportunamente l'area della sezione, è possibile costruire i diagrammi di fig. 2.8 dove vengono riportate le variazioni della sollecitazione  $H$  e del peso proprio della fune in funzione di  $f/L$ .

Da questi è possibile rilevare che:

- per alti valori del rapporto  $f/L$  lo stato di sollecitazione è poco influenzato da variazioni di  $f$ ;
- per piccoli valori di  $f/L$  lo stato di sollecitazione può aumentare notevolmente per piccole variazioni di  $f$ ;
- lo stato di sollecitazione corrispondente al carico concentrato sul centro è sempre più elevato di quello relativo allo stesso carico distribuito;
- l'andamento delle curve che considerano la variazione del peso proprio della fune in funzione di  $f/L$  rispecchia quello degli sforzi orizzontali;
- l'intervallo di convenienza economi-

Fig. 2.8

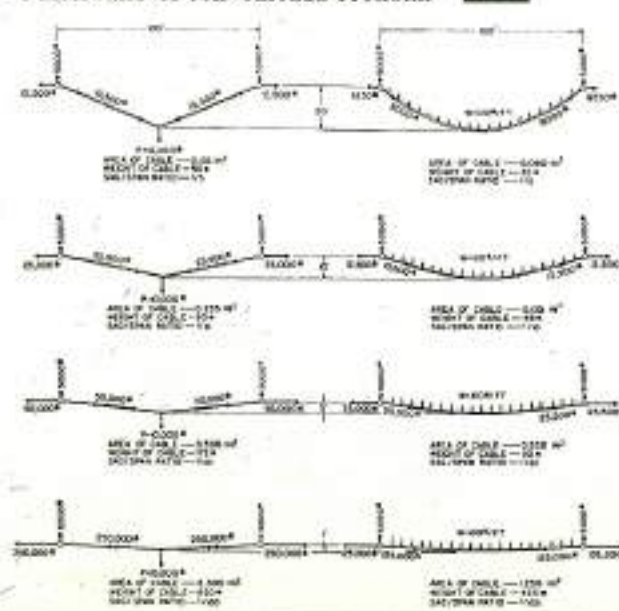




Fig. 2.9 La fune libera: elemento a geometria variabile sotto carico; a) variazione della configurazione dovuta a carichi distribuiti (p.e. La depressione esercitata dal vento); b) variazione della configurazione per carichi concentrati.

ca per il rapporto  $f/L$  può essere individuato nell'intervallo  $f/L=0,04 \div 0,1$  come si vedrà al Capitolo 4.

2.3 METODI DI STABILIZZAZIONE GEOMETRICA PER FUNI SINGOLE

Dall'osservazione del comportamento meccanico dell'elemento strutturale fune illustrato nel precedente paragrafo si può immediatamente dedurre che, per poter usufruire delle sue ottimali caratteristiche portanti per strutture di copertura, è necessario ovviare

deformazioni causate da carichi asimmetrici.

3) Sistemi stabilizzati mediante un ordine o famiglia di cavi secondari che abbiano il compito di introdurre uno stato di pretensione. La stabilizzazione è ottenuta per mutuo contrasto tra funi portanti o primarie e funi stabilizzanti o secondarie.

In funzione dei sistemi di stabilizzazione, è possibile esaminare le differenti tipologie strutturali, illustrate nei paragrafi successivi.

2.3.1 Sistema a stralli

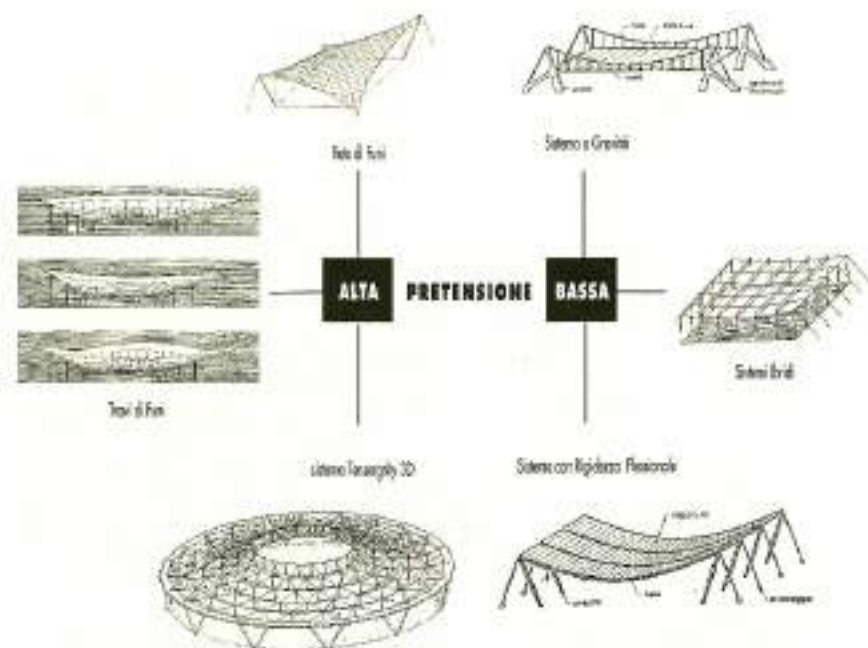


Fig. 2.10 Metodi di stabilizzazione di strutture a fune [2.1].

alla intrinseca ipostaticità strutturale, contenendo gli spostamenti cinematici rigidi, estremamente dannosi per il materiale di copertura, con opportuni metodi di stabilizzazione geometrica (fig. 2.9). In funzione dei metodi di stabilizzazione geometrica è possibile definire i sistemi strutturali come segue (fig. 2.10):

- 1) Sistemi stabilizzati con l'introduzione di elementi flessionalmente rigidi quali archi o travi.
- 2) Sistemi stabilizzati per gravità mediante l'introduzione di pesi permanenti sostanzialmente più grandi dei carichi accidentali, in modo da contenere, in particolar modo, le

I sistemi strutturali precedentemente illustrati (Cap. 1 fig. 1.19) per i ponti strallati, sono direttamente utilizzabili nella definizione di sistemi di copertura a stralli che impiegano l'elemento fune nella sua forma più semplice di tiranti teoricamente rettilinei tra due punti di ancoraggio.

Il sistema strutturale a stralli è formato essenzialmente da (fig. 2.11):

- colonne assai più alte del livello di



Fig. 2.11 Generico sistema di struttura strallata.

- copertura;
- stralli;
- strutture mono-bi-tridimensionali di orditura orizzontale, essenzialmente inflesse.

L'obiettivo principale da raggiungere nel caso di utilizzazione di coperture strallate è quello di ridurre il peso della struttura orizzontale, avvalendosi di strutture esterne, colonne e stralli, che permettano di creare su di essa opportuni sostegni intermedi.

Le coperture sospese vengono usate principalmente nel caso in cui si debbano realizzare notevoli aggetti,

essere ottenuto contrapponendo due sbalzi da un lato e dall'altro delle pareti di appoggio, cui fanno capo le funi. Il doppio sbalzo realizza, infatti, un equilibramento reciproco del tiro dei cavi, consentendo lo snellimento dell'ossatura centrale.

La stabilità geometrica del sistema viene assicurata in virtù della rigidità flessionale delle travi. Non possiamo, quindi, parlare di sistemi strallati come di vere e proprie tensostrutture, ma più propriamente di un sistema misto, ottenuto con l'introduzione di rigidità flessionale delle travi.

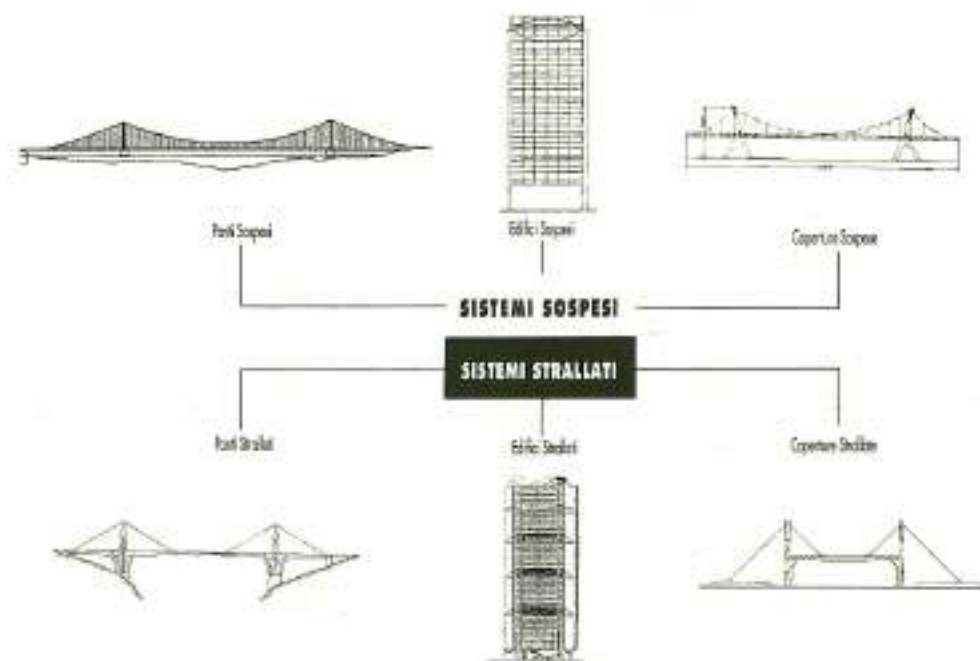


Fig. 2.1 Campo di impiego delle strutture strallate [2.1].

Esempi tipici sono gli hangar per aerei, dove nessun sostegno verticale è possibile in corrispondenza del lato apribile e la copertura di tribune per stadi sportivi, nei quali si presenta la stessa necessità.

Ai tiranti è spesso affidata, oltre alla funzione di sostegno, anche quella di controventamento laterale.

Tale risultato si ottiene disponendo le funi a ventaglio e collegandole a punti della copertura diversamente distanziati dalle incavallature. Così facendo, è possibile realizzare aggetti notevoli con impalcati di spessore relativamente modesto. Il miglioramento del comportamento statico di tali strutture può

Le strutture strallate trovano pratico impiego in capriate, grigliati, edifici ecc..., come è possibile rilevare dallo schema di tavola 2.1.

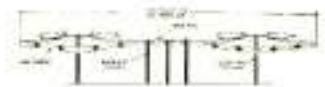
Alcune realizzazioni, qui di seguito illustrate, permettono di comprendere chiaramente le motivazioni progettuali architettonico-strutturali che hanno determinato l'adozione del sistema a stralli.



STRUTTURE STRALLATE



1959



AIR TERMINAL DELLA PAN-AM

Aeroporto internazionale J.F. Kennedy N. Y. (USA). Completato nel 1959. Di forma ellittica in pianta (L = 160,9x128,6 m). La copertura poggia al centro su due file di colonne disposte in modo concentrico. Gli stralli di diametro 63,6 mm, in numero di 192, sono fissati esternamente alle estremità degli aggetti e passano sulla sommità dei piloni compressi [2.2].

1956



HANGAR DELLA PAN-AM

Aeroporto internazionale J. F. Kennedy, N. Y. (USA) Completato nel 1956. Area totale coperta: 115,8x195 m, diametro dei cavi 57 mm; la copertura è sorretta da 22 stralli fissati ad una parete di ancoraggio in luogo degli usuali piloni [2.2].

1958

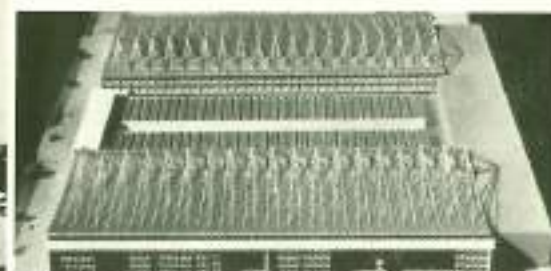


STADIO DI NYA-ULLEVI

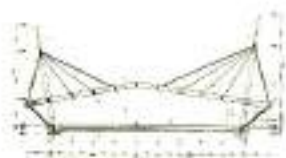
Gothenborg (Svezia). Completato nel 1958. Le funi sorreggono la copertura della tribuna principale che ha uno sbalzo variabile da 13 a 24,4 m ed hanno un diametro da 36 a 57 mm. Lo sforzo presente nelle funi è di circa 800 kN. Queste ultime sono ancorate alla sommità di due piloni in c.a. che lavorano a mensola [2.3].

HANGAR DELLA U.S. NAVY Bedford, Mass. (USA).

Le dimensioni sono circa 79,2x56,7 m, diametro dei cavi 50 mm. Gli stralli, aventi lunghezza di circa 36,5 m, sono fissati sull'asse longitudinale di mezzera della trave aggettante [2.2].



1974



PISTA DI PATTINAGGIO

Braunlage (Germania)

Completato nel 1974, luce 82x57 m. La copertura appoggia ad una trave di colmo in acciaio con andamento a gomito a doppia pendenza simmetrica di 82 m di luce, sostenuta da due piloni alti 31 e 34 m, mediante cavi del tipo impiegato nella presollecitazione del calcestruzzo, protetti contro la corrosione da guaine di polietilene, riempite di malta [2.4].

1956



HANGAR DI FIUMICINO

Roma (Italia).

La struttura è realizzata con una serie di travi in c.a.p. curve di cui una parte è a sbalzo (60 m) e l'altra copre l'edificio retrostante. L'area totale coperta è di 5 ettari; il complesso è costituito da due aviorimesse ciascuna di dimensioni 200x85 metri ed inoltre da una sala fra esse conglobata di 200x60 m [2.8].

1981



MERCATO DEI FIORI

Pescia - Pistoia (Italia).

Completato nel 1981; la copertura luce 110 m posta a 18 m da terra, è assimilabile ad una trave continua a giunti Gerber con tre campate di luci 28 + 54 + 28 m. Trasversalmente è invece suddivisa in 5 tronchi indipendenti ed identici per una lunghezza totale di 100 m. Gli appoggi intermedi sono costituiti da funi metalliche del diametro di 64 e 42 mm, agganciate alle colonne a 41 m dal piano di appoggio di queste sulle fondazioni [2.6].



1982



**FABBRICA**

(Inghilterra)  
Completata nel 1982. Gli stralli sostengono le travi principali in tre portali rappresentativi delle differenti condizioni strutturali, ed hanno il compito, insieme ai portali reticolari, di garantire la stabilità nei piani verticale ed orizzontale. Gli stralli sono dotati di appositi tenditori ed hanno lunghezza di 27 e 16 metri circa, in sezione trasversale [2.7].

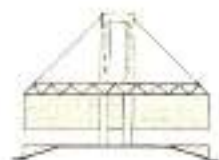
1959



**CENTRE RENAULT**

Aeroporto internazionale J.F. Kennedy N. Y. (USA). Completato nel 1959. Di forma ellittica in pianta (L = 160,9 x 128,6 m). La copertura poggia al centro su due file di colonne disposte in modo concentrico. Gli stralli di diametro 63,6 mm, in numero di 192, sono fissati esternamente alle estremità degli aggetti e passano sulla sommità dei piloni compressi [2.2].

1970

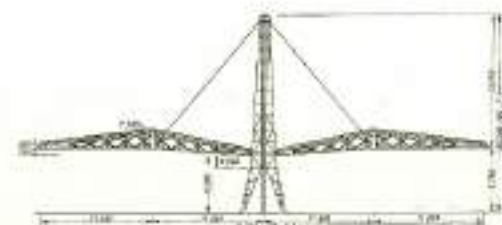


**PADIGLIONE DELLA G.B. ALL'EXPO DI OSAKA 70'**

(Giappone). La costruzione si compone di 4 unità sospese collegate tra loro da corridoi e copre un'area di 3400 m<sup>2</sup>; la copertura è sospesa a 4 piloni a portale. Gli stralli, in numero di 24, del diametro di 88 mm, hanno una inclinazione di 45°. Tutti gli sforzi che impegnano la costruzione sono trasmessi ai piloni sia direttamente sia tramite i cavi [2.9].

**DEPOSITO ITALTUBI**

Roma (Italia). Copertura a doppio sbalzo completamente libera nel perimetro, dimensioni 81 x 54 m, superficie 3150 m<sup>2</sup>, tre pilastri, altezza 6 m. Tiranti: 12 principali e sei secondari. Trave centrale. Il peso totale è di circa 1570 kN [2.5].



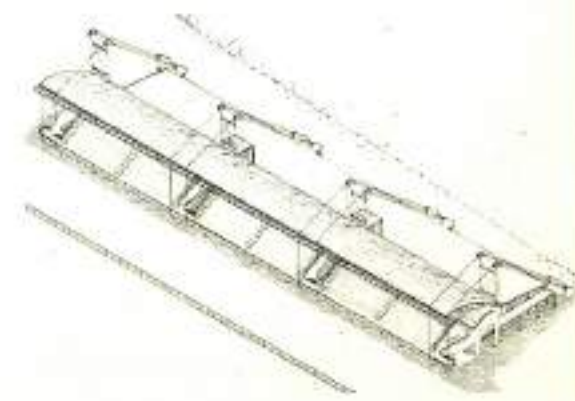
**IPPODROMO**

Modena (Italia).

La struttura metallica di copertura è formata da un sistema portante principale di tipo a stralli. Gli elementi di strallo sono posizionati in corrispondenza dei telai principali ad interasse di circa 35 m e sono costituiti da: due colonne verticali compresse in tubolare d'acciaio di 508 di diametro, a quota 10.70 m con altezza massima a 19.70 m; due puntoni inclinati tubolari - 355.6 unità tra di loro per costituire sistema controventante laterale; stralli anteriori e posteriori in fune - 40 mm spiroidale zincata. Il sistema di strallatura è chiuso mediante un tirante verticale in fune spiroidale - 30 mm posizionato nella parte anteriore delle tribune,

ancorata ad elasticità controllata in corrispondenza della mensola in c.a., a quota 3 m. Al sistema portante principale - tridale - è appesa una trave reticolare spaziale tubolare, di sezione triangolare, di 2 m di base per 2 m di altezza per una lunghezza complessiva di circa 113 m. A questa trave reticolare vengono appoggiate, parallelamente e trasversalmente le strutture metalliche secondarie costituite da archi ibridi realizzati in tubolari calandrati di R = 20.83 m e - 273 mm di diametro. Gli archi, collaboranti con un sistema di armatura di piano in funi, sono appoggiati frontalmente sulla trave longitudinale reticolare a quota 14.70 m

ed alle strutture in c.a. a quota 8.20 m, mediante aste pendolari di 2.50 m di altezza. Il controventamento orizzontale di falda è affidato al manto di copertura in lamiera grecate, efficientemente collegate alle strutture metalliche, ed a croci di S. Andrea in tondo d'acciaio posizionate a livello dell'intradosso della copertura.



## 2.3.2 Sistemi sospesi

Nelle coperture rigide sospese, come si è visto, coesistono le tradizionali membrature resistenti a flessione e taglio, che formano l'impalcato vero e proprio, e le membrature tese, per lo più funi di acciaio, che hanno funzioni di semplice sostegno. La copertura non è più appoggiata, ma «appesa», ed il regime di sollecitazioni che si stabilisce al suo interno non presenta per questo modifiche sostanziali; vi sono solo da registrare, nel caso in cui il tiro delle funi di sospensione è inclinato sulla superficie della copertura, valori elevati dello sforzo normale in conseguenza della forte componente assiale del tiro stesso.

Una più importante novità, invece, è rappresentata da quelle strutture nelle quali le funi entrano effettivamente a far parte della copertura medesima e

non costituiscono più un semplice tramite tra questa e le strutture di ancoraggio. Il loro comportamento statico è allora completamente condizionato dalla presenza di questi elementi tesi, anche se non sempre essi assolvono da soli alla funzione portante dell'intera copertura.

Una fune sospesa agli estremi esplica nel migliore dei modi la sua funzione di equilibrare le forze esterne in quanto, per la sua flessibilità, assume la forma di una funicolare dei carichi, che è la configurazione di equilibrio che consente la massima capacità portante. La funicolare tesa, già vista in alcune strutture rigide sospese, sfrutta appunto questa proprietà, ma resta all'esterno dell'impalcato vero e proprio che ha una forma ed una rigidità relativamente autonoma. Diversamente

accade se ad un'unica robusta funicolare esterna si sostiene, ad esempio, una molteplicità di funi sospese agli estremi ed affiancate a brevi intervalli; disponendo su di esse un opportuno rivestimento, si ottiene una copertura che dalle funi trae la forma oltreché il sostegno.

Traendo lo spunto da questo principio elementare, si è sviluppata una tecnica costruttiva che ha profondamente modificato gli usuali schemi statici ed architettonici. Gli elementi strutturali di base, le funi, sospese ad ossature perimetrali, si sono dimostrate oltre che di eccezionale praticità ed efficacia, anche egregiamente adattabili alla copertura di ambienti di forma più svariata: a pianta quadrata, rettangolare, circolare, ellittica e similari.

L'elemento strutturale fune, nel caso dei sistemi sospesi, viene caricato lungo il suo sviluppo e perciò la sua configurazione non è più rettilinea

ma è funzione della distribuzione del carico e delle condizioni al contorno. Proprio in funzione della disposizione del carico sulla fune, determinabile dalla configurazione del sistema di copertura, è possibile classificare i sistemi sospesi in:

a) Sistemi sospesi con copertura disposta inferiormente (appesa) all'elemento fune.

b) Sistemi sospesi con copertura disposta superiormente (appoggiata) all'elemento fune.

**SISTEMI TIPO (a):**

in questo caso, il sistema di stabilizzazione delle singole funi avviene secondo lo schema (fig. 2.12) in cui la copertura è opportunamente connessa alle funi disposte superiormente rispetto ad essa. Si può, quindi, propriamente parlare di sistema strutturale a «copertura appesa», il

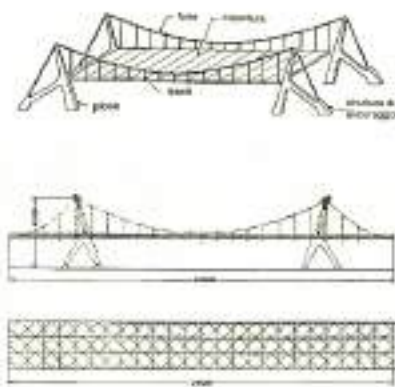


Fig. 2.12 Sistema strutturale stabilizzato a gravità con copertura appesa [2.2]

Fig. 2.12 bis Sezione e pianta della copertura della cartiera Brugo.

quale ricalca fundamentalmente quello dei ponti sospesi, in quanto la copertura è collegata alle funi portanti mediante tiranti verticali, con la stessa tecnologia impiegata nel collegamento dell'impalcato stradale.

La copertura assolve alla funzione stabilizzante del sistema strutturale mediante semplice zavorramento, o con l'introduzione di rigidità flessionale, in modo da evitare pericolosi fenomeni di flutter e galloping, già evidenziati nel crollo del Tacoma Narrows Bridge. Una copertura che adotta questa tipologia strutturale è quella del padiglione

della cartiera Burgo di Mantova (fig. 2.12 bis e scheda tecnica).

**SISTEMI TIPO (b):** nella stabilizzazione per zavorramento superiore la copertura è appoggiata sopra le funi, le quali possono, come vedremo, essere disposte in diversi modi. Va subito rilevato che,

quando il materiale di copertura (di norma elementi prefabbricati di c.a. o c.a. alleggerito) non è collaborante, il suo funzionamento si esplica soltanto con l'effetto stabilizzante del proprio peso. Otteniamo così un arco rovescio con comportamento speculare a quello dell'arco compresso. Anche in questo caso si rende necessario aumentare il peso proprio in ordine a contenere gli spostamenti rigidi, atti a modificare la propria configurazione geometrica in funzione della variazione della funicolare dei carichi (permanenti + accidentali).

Al contrario degli archi, nei sistemi sospesi, il peso proprio della copertura funziona come zavorra, in modo da opporsi ai fenomeni di depressione originati dal vento. Se questo ragionamento è convincente in senso

statico, non lo è altrettanto dal punto di vista dinamico, dal momento che la frequenza naturale della fune non dipende dalla intensità del carico applicato, e mette in gioco pericoli di vibrazioni autoeccitate (vedi Cap. 6). Infatti, in seguito all'applicazione dei carichi, una fune semplicemente sospesa agli estremi tende a deformarsi considerevolmente. Ciò è dovuto non solo alle variazioni di lunghezza che si generano in conseguenza delle variazioni di tiro, ma soprattutto all'effetto di sovraccarichi la cui curva funicolare si discosta in misura sensibile

dalla configurazione originaria della fune.

Le deformabilità rilevanti sono sempre dannose non solo per il materiale di rivestimento che vi si deve adeguare, ma anche perché a

sollecitazioni di intensità e direzione variabile, quali quelle provocate dal vento, si accompagnano pericolose

oscillazioni. Il maggior pericolo, tuttavia, è dovuto a fenomeni di depressione sulla faccia superiore della copertura, con conseguente spinta dal basso verso l'alto. A questo tipo di azione esterna una copertura del genere non può opporre che la sola inerzia del proprio peso, giacché le funi non sono in grado di assorbire, ovviamente, il benché minimo sforzo di compressione.

Anche in direzione perpendicolare ai piani di giacitura delle funi si presenta la necessità di un adeguato controventamento che assicuri una sufficiente rigidità alla struttura.

Nell'ambito di questo sistema di stabilizzazione, è possibile ottenere superfici di copertura geometricamente definibili dalla disposizione relativa delle singole funi. Adottando le funi disposte su piani

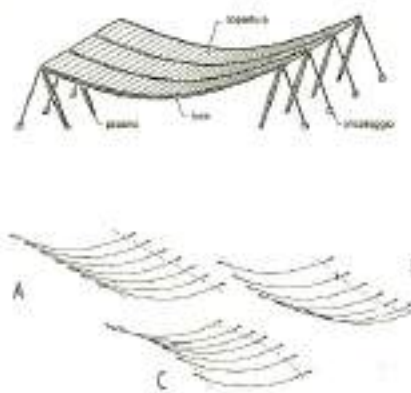
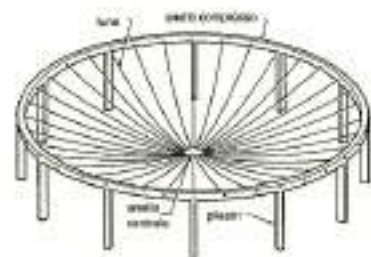


Fig. 2.13 Sistema strutturale stabilizzato a gravità con copertura appoggiata sull'elemento fune [2.2]

Fig. 2.14 Alcune superfici di copertura ottenibili con diverse disposizioni delle funi singole.

tra loro paralleli ad interasse costante, si generano per traslazione superfici cilindriche (fig. 2.13 e fig. 2.14a). Variando l'altezza all'ancoraggio delle funi si ottengono superfici di copertura a doppia curvatura (fig. 2.14 b,c) e, in questo caso, si ottiene una migliore predisposizione al deflusso delle acque piovane (fig. 2.14c).

Utilizzando invece l'elemento fune ripetitivamente con una disposizione a raggiera, o radiale, si ottengono superfici di copertura sinclastiche (fig. 2.15), dove le funi semplicemente sospese, convergono verso il centro e si agganciano ad un anello



centrale soggetto a sforzi di trazione, mentre la trave anulare di contorno risulta soggetta a sforzi di compressione.

Se da un lato la disposizione radiale dà luogo a coperture più rigide di quelle con disposizione a schiera delle funi e consente un comportamento migliore nei confronti di sovraccarichi dissimmetrici, resta tuttavia il problema della scarsa capacità di controbilanciare gli effetti di eventuali depressioni sulla superficie esterna. Nella maggior parte dei casi, infatti, la stabilizzazione dei sistemi sospesi non è stata eseguita con solo zavorramento, ma sono stati adottati sistemi di copertura dotati di rigidità flessionale. I sistemi di copertura a stabilizzazione flessionale, si presentano quali archi o gusci rovesci, in funzione della disposizione parallela o radiale delle funi.

In questo caso, la soletta assolve precise funzioni portanti, in quanto conferisce all'insieme la capacità di

assorbire anche sforzi tangenziali e normali di compressione. Per quanto riguarda la loro messa in opera la presenza delle funi e la forma concava della superficie naturalmente generata dalla gravità, consentono di ricorrere a tecniche costruttive più semplici ed economiche (impalcature parziali mobili) rispetto a quelle relative alle volte in cemento armato richiedenti l'uso di casseforme e centine spesso costose.

Esempi di strutture costruite con questa tecnica ci sono forniti dalla piscina di Wuppertal e dallo stadio di Montevideo, in cui i cavi sono disposti rispettivamente in parallelo e radialmente.

Per lo stadio di Montevideo, fu adottata una tecnica di precompressione consistente nella applicazione di un sovraccarico provvisorio in fase di montaggio prima della saldatura dei giunti tra i pannelli prefabbricati usati per la copertura.

Dopo aver colato la malta di cemento nei giunti, fu tolto il sovraccarico e la soletta in calcestruzzo subì l'effetto voluto di precompressione.

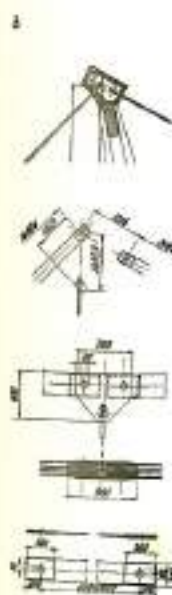
Riassumendo, la stabilizzazione della fune singola è, quindi, ottenuta aumentando il peso proprio o aumentando la rigidità flessionale nella copertura. Questo è, in un certo senso, in contrasto evidente con l'immagine di una tensostruttura che deve avere, nella leggerezza, la sua peculiarità. E per questo motivo che agli schemi precedentemente descritti, vengono preferiti schemi strutturali che abbiano ancora, nelle funi, gli elementi stabilizzanti principali, e che quindi permettano di ridurre notevolmente il peso proprio strutturale.

Fig. 2.15 Funi disposte radialmente [2.2]

**SISTEMI SOSPESI  
CON MANTO DI COPERTURA DISPOSTO INFERIORMENTE**



a - particolari costruttivi  
b - sezione longitudinale



**CARTIERA BURGO**  
Mantova (Italia)

La superficie coperta è di 7470 m<sup>2</sup> (249x30 m) senza appoggi intermedi. La luce della campata centrale è di 163 m, gli sbalzi di 43 m. È stato adottato un sistema di sospensione a catene; le catene portanti sono quattro con interasse di 10 m. La freccia della funicolare è di 22,5 m; rapporto  $f/L = 17$ . I piloni configurati a cavalletto inclinato, in c.a., sono studiati in modo da ridurre al minimo le azioni flettenti e le azioni di trazione sui blocchi di fondazione. L'impalcato è sostenuto da quattro travi principali longitudinali in acciaio a schema reticolare alte 1,5 m, collegate tramite funi verticali in tondo d'acciaio alle quattro corrispondenti funicolari portanti. I pilastri esterni a mensola sono alti 15,6 m. Per l'intera struttura sono stati impiegati circa 11.680 kN di acciaio, dei quali 100 kN per le catene di sospensione [2.5], [2.8].



**PROGETTO PER UN IMPIANTO SPORTIVO**  
Karlsruhe (Germania)

Dimensioni 66x114 m. La struttura principale è situata al di sopra della copertura ed è costituita da due funi portanti spirroidali chiuse  $\phi 98$  mm non parallele tra loro, con andamento sghembo nello spazio; queste sono stabilizzate per contrasto con gli elementi rigidi del tetto. Avendo la possibilità di sistemare le funi all'esterno, si è riusciti a minimizzare il volume costruttivo. Le due funi portanti si ancorano alla testata di un cavalletto alto 28 m ed i tiri vengono convogliati, tramite tiranti esterni, agli ancoraggi a terra ad una distanza di 24,5 m. La struttura rigida del coperto è collegata alle portanti, con tiranti inclinati in numero di 12. L'introduzione di rigidità flessionale nel coperto avviene tramite un sistema misto di travi principali e secondarie. Lo sforzo di trazione, presente nelle funi, è di 10.000 kN [2.10].

**SISTEMI SOSPESI CON FUNI DISPOSTE PARALLELAMENTE  
E MANTO DI COPERTURA DISPOSTO SUPERIORMENTE**

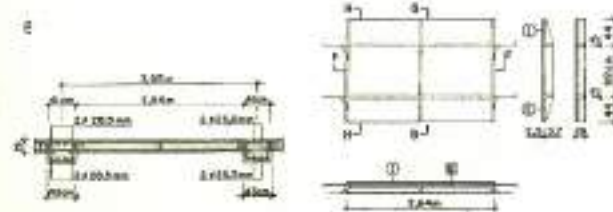


- a - vista generale dell'aerostazione
- b - sezione trasversale
- c - fase di costruzione della copertura
- d - particolari dei pannelli
- e - sez. trasversale copertura
- f - veduta laterale esterna

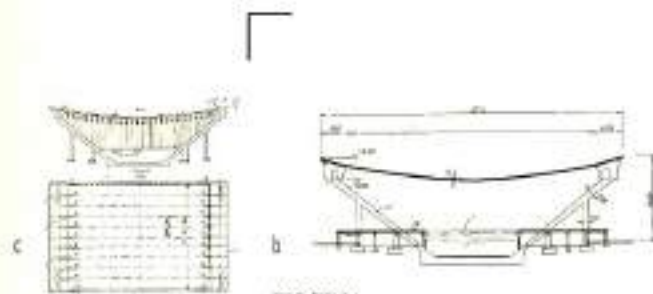


**AEROPORTO INTERNAZIONALE DI DULLES**  
Washington D.C. (USA)

La costruzione è stata completata nel 1963. La hall dell'aerostazione è completamente libera da pilastri per un'area di 8354 m<sup>2</sup> corrispondenti ad un rettangolo i cui lati misurano 45,7x182,8 m. Le funi, in numero di 128 ed aventi un diametro di 25,4 mm, sono ancorate ai loro estremi a due diverse altezze, 20 m e 12 m rispettivamente, a mensole inclinate verso l'esterno. Queste ultime hanno il compito di contrastare il tiro delle funi tese tra di esse. La copertura è stata realizzata in conglomerato cementizio alleggerito, ed ha un peso complessivo di 18.143,6 kN [2.11].



- a - vista esterna
- b - sezione trasversale
- c - sezione longitudinale



**PISCINA**

Wuppertal (Germania).

- a - vista esterna
- b - sezione trasversale
- c - sezione longitudinale

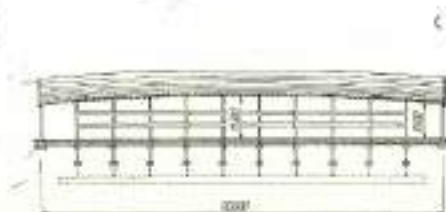
La copertura sottende un'area rettangolare i cui lati misurano 38x65 m. Gli elementi strutturali flessibili portanti sono realizzati con barre d'acciaio Dywidag ST80/105 del diametro di 26 mm, annegati in una soletta di calcestruzzo ed ancorati ad una altezza di 18,5 m.

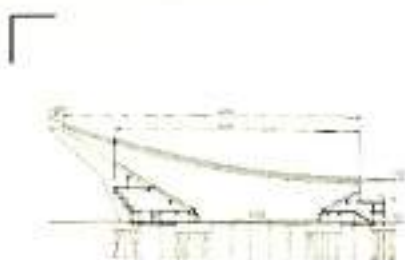
Essi sono in numero di nove e posti ad un intervallo di 3,8 m all'interno di una guaina di prestiratura. Il tiro viene trasmesso ad una trave di bordo trasversale la cui reazione viene scaricata dagli elementi strutturali di parete. La copertura è realizzata con pannelli prefabbricati di 9 cm di spessore. Essendo la piscina di Wuppertal uno dei primi esempi di strutture di questo tipo, si fece ricorso per la sua costruzione ad impalcature complete. La freccia in mezzera è di 3,9 m; il rapporto  $f/L = 0,06$  [2.12].

**WESTFALENHALLE**

Dortmund (Germania).

In questo caso la copertura è a doppia curvatura, anche se poco pronunciata, in quanto le funi sono state ancorate a diverse altezze, in diminuzione dal centro verso gli estremi con una contropendenza di 1,25 m. La pianta è rettangolare e l'area coperta utile, ossia considerando solo la luce tra i cavalletti di ancoraggio, è di 8800 m<sup>2</sup>, con lati 110x80 m. Il rapporto freccia/luce è pari a 0,0625. I cavi utilizzati sono composti da 12 fili  $\phi 8$  mm del tipo da precompressione. Lastre prefabbricate larghe 5 m, sono poste in opera sulle funi facendole scorrere sulle stesse mediante un meccanismo trainante sito sul bordo opposto [2.12].





a - Sezione  
b - vista lato nord

STADIO DI BREMA  
Brema (Germania)

Le dimensioni sono di 80x95 m. Anche in questa struttura si è usato il sistema della presollecitazione. Gli elementi in calcestruzzo hanno una sezione di 310x370 mm. Si è adottato un sistema di copertura dissimmetrico ad andamento inclinato da nord (parte alta) a sud (parte bassa), in cui gli ancoraggi delle funi sono fissati ad una altezza di 31,5 m e 13 m rispettivamente. Il tiro delle funi è assorbito dalla struttura di sostegno delle gradinate. Le azioni che si verificano in fondazione vengono contrastate da travi in cemento armato disposte parallelamente ai cavi; tali travi, in corrispondenza della parte centrale della copertura, lavorano a compressione, mentre lavorano a trazione nella parte sottostante le tribune [2.12].

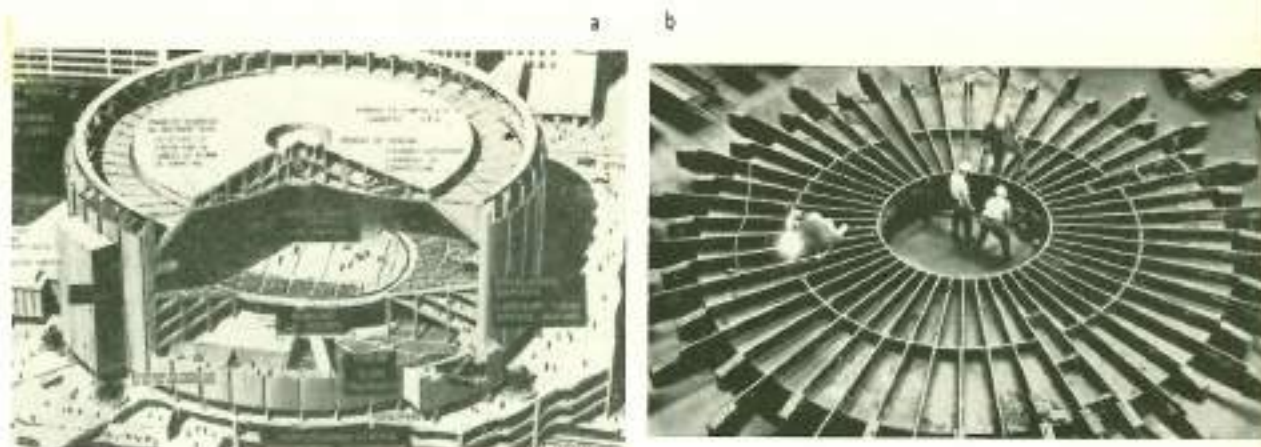
1965

LA MAISON DES JEUNES ET DE LA CULTURE  
Firminy-Vert (Francia)

L'edificio è stato realizzato nel 1965, esso ha una lunghezza di 112 m., e la copertura è sostenuta da 132 funi, ognuna delle quali è composta da 19 trefoli da 38/10. Le funi sono raggruppate a due a due, distanziate di 235 mm mentre la distanza assiale tra le coppie è di 1,75 m. La larghezza della costruzione (luce) è di 18,25 m e la superficie di copertura presenta, in sezione, una curva assimilabile ad una parabola asimmetrica avente freccia uguale a 1,30 m. Il dislivello tra gli ancoraggi superiori ed inferiori è di 2,95 m. Il carico permanente della copertura è di circa 800 N/m<sup>2</sup> [2.13].

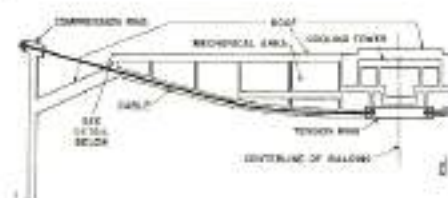
a - Vista generale  
b - ancoraggi delle funi posti alla quota più bassa

SISTEMI SOSPESI CON ORDITURA RADIALE DELLE FUNI E COPERTURA DISPOSTA SUPERIORMENTE



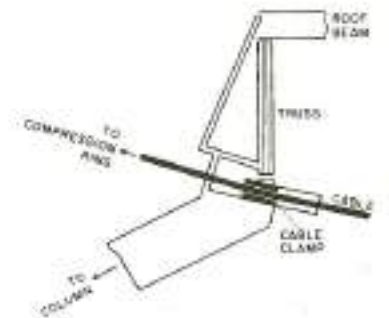
a - spaccato dell'edificio  
b - anello esterno di compressione  
c - anello interno di trazione  
d - sezione delle strutture di copertura  
e - particolare del nodo A

1967



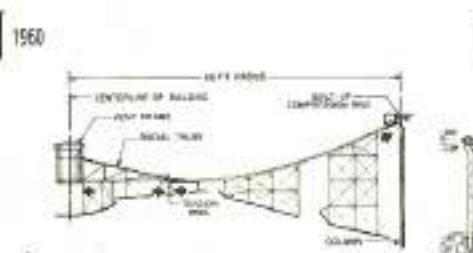
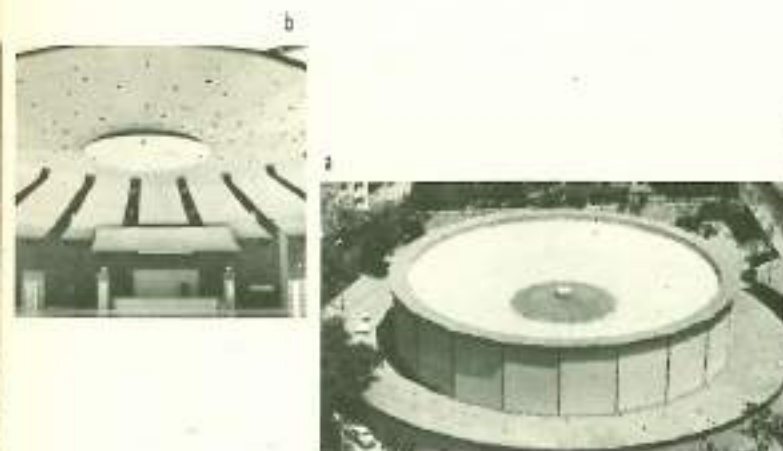
MADISON SQUARE GARDEN DI  
New-York (USA)

Questa imponente opera è stata completata nel 1967; la copertura, di forma circolare, ha un diametro di 127 m ed è sostenuta da 48 cavi del diametro di 95 mm ognuno dei quali ha una lunghezza di circa 58,8 m. L'altezza dell'edificio è di circa 46 m. L'anello interno teso, avente un diametro di 9,75 m, è costituito da una piastra circolare in acciaio ad alta resistenza e rinforzato con nervature radiali terminanti con blocchi forati predisposti per l'attacco delle funi. L'anello esterno compresso ha un diametro di 123 m ed è realizzato con travi a cassone. La sua sezione è inclinata sulla orizzontale in modo che le sue facce laterali risultino perpendicolari all'asse delle funi in



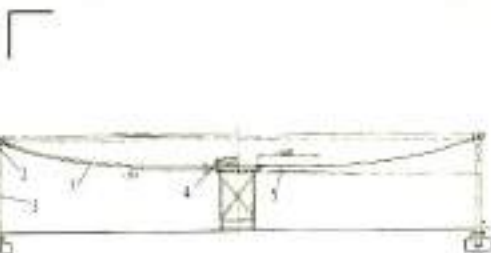
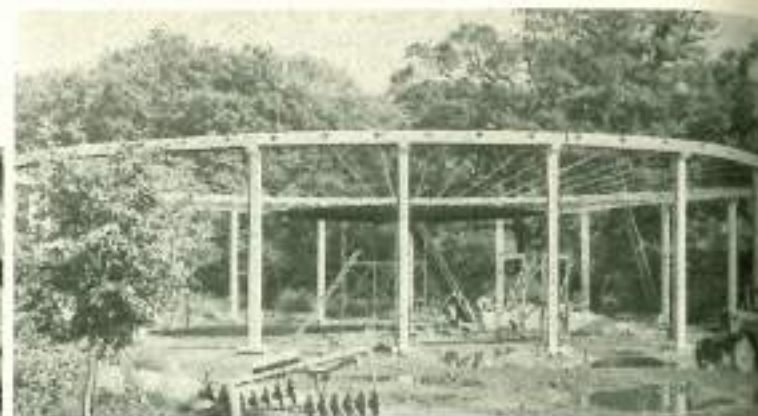
assetto di equilibrio per ridurre l'insorgere di momenti secondari. Le funi sostengono superiormente una struttura metallica a due piani, destinata ad impianti tecnici la cui ossatura è sostanzialmente costituita da elementi rigidi anulari realizzati con travi circolari concentriche e montanti perimetrali. La struttura di sostegno dell'anello compresso è realizzata da 48 colonne costituite da profilati a I rigidamente collegati all'anello [2.2], [2.8].





**SALONE DI VILLITA**  
S. Antonio (USA).

La costruzione, ultimata nel 1960, è di forma circolare ed ha un diametro di 40,2 m. La copertura è sorretta da 200 cavi zincati e pre-stirati aventi un diametro di 17,4 mm ed una lunghezza approssimativa di 14 m. Le estremità dei cavi sono costituite da un attacco a U (capocorda aperto martellato), verso l'anello centrale e da occhielli (capocorda chiuso martellato) verso il perimetro esterno. La parte centrale della copertura è costituita da una trave reticolare radiale alla cui periferia è posto l'anello teso; all'interno dell'anello stesso è posizionato l'impianto di ventilazione dell'edificio. La parte alta dell'anello compresso è composta da due profili in acciaio distinti che assicurano la rigidità nei piani orizzontale e verticale. La struttura è realizzata interamente in acciaio; il salone è adibito a manifestazioni pubbliche, concerti, assemblee. La soffitatura interna è costituita da pannelli a superficie fonoriflettente rivestiti in legno con un soddisfacente risultato formale [2.2].



**SALONE DI LANGERWISCH**  
Langerwisch (Germania).

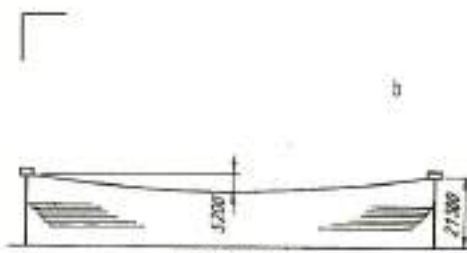
Edificio di forma circolare il cui diametro misura 31,6 m. La copertura è sostenuta da 22 funi disposte radialmente e non presollecitate, convergenti in un anello centrale realizzato con un tubo di acciaio. La copertura consta di due parti: una intorno all'anello centrale realizzata in lamiera grecata formante una corona circolare di 4 m, la restante parte è in calcestruzzo alleggerito. Gli ancoraggi delle funi sono posti a quota 6,05 m sulle colonne perimetrali e a quota 3,95 m al centro [2.12].

- Sezione:
- 1 - soletta di 50 mm di spessore che definisce a sigillatura avvenuta un guscio sinclastico capovolto
  - 2 - anello di bordo compresso 680x230 mm
  - 3 - colonne perimetrali 280x280 mm
  - 4 - anello teso 273x16
  - 5 - lamiera di copertura



**STADIO DI MONTEVIDEO**  
Montevideo (Uruguay)

Realizzato nel 1958, ha un diametro di 95 m. La copertura di 8500 kN è sostenuta da 256 cavi di acciaio ancorati ad un anello di bordo in c.a. che poggia sulle pareti perimetrali dell'edificio aventi spessore di soli 10 cm ed alte 25 m. Al centro lasciato scoperto, vi è uno spazio di alcuni metri attraverso il quale si illumina l'ambiente interno. Non si ha quindi collaborazione tra bordo e copertura però si è ottenuta una struttura antisismica in grado di non subire molti danni in caso di fenomeni vibratorii provocati da scosse telluriche. La copertura è realizzata con circa 9000 lastre prefabbricate dello spessore di 5 cm e di larghezza non superiore a 90 cm [2.8].

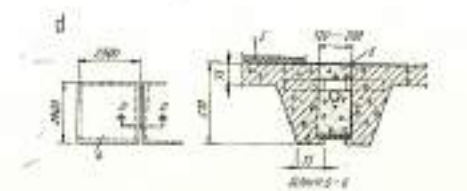


**OKLAHOMA STATE FAIR ARENA**  
(USA)

Si tratta di un guscio sospeso su pianta ellittica delle dimensioni di 97,5x122 m lungo gli assi principali. Si sono utilizzate funi portanti che si incrociano ad angolo retto, e aventi come direzione gli assi principali dell'ellisse. Ne consegue una struttura a rete, a curvatura sinclastica con maglie quadrate di 3,05 m di lato, sulla quale sono appoggiati i pannelli prefabbricati di calcestruzzo dello spessore di 30,4 cm. Gli spazi tra i pannelli nei quali sono alloggiati le funi, sono stati colmati con un successivo getto di malta di cemento. Le funi sono in numero di 50 lungo l'asse maggiore e di 32 lungo quello minore, tutte hanno un diametro di 63,5 mm [2.8], [2.14].



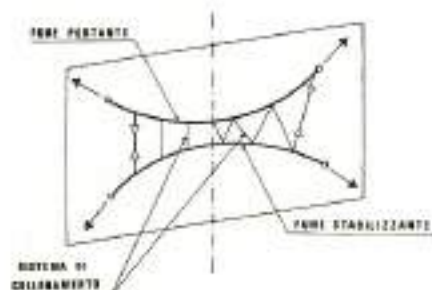
- a - veduta generale durante la fase di montaggio dei pannelli di copertura
- b - sezione lungo l'asse principale
- c - pianta
- d - particolari costruttivi



2.4 METODI DI STABILIZZAZIONE PER SISTEMI PIANI DI FUNI

Il modo più economico, e quindi più usato, per ridurre la notevole deformabilità propria, è quello di introdurre una rigidità artificiale attraverso una adeguata pretensione iniziale. In genere, la pretensione si realizza introducendo, in aggiunta alle funi portanti con curvatura rivolta verso l'alto, altre funi dette «stabilizzanti», o «di tensione» a curvatura rivolta verso il basso. La pretensione nasce dal mutuo contrasto di questi due ordini di funi. Nei sistemi piani le funi, portante e stabilizzante, sono poste nello stesso piano verticale (fig. 2.16) che coincide con il piano dei carichi (tensostrutture piane o travi in fune). L'irrigidimento del sistema, ottenuto per mutuo contrasto tra le funi a curvatura contrapposta, è realizzato tramite elementi verticali paralleli tra loro o con collegamenti diagonali

Fig. 2.16 Sistema piano di funi sottoposto a sforzi di pretensione



Nelle strutture pretese, si ha la possibilità di ottenere, anche in assenza di qualsiasi carico, una ben determinata configurazione geometrica in funzione del regime di sforzi di pre-sollecitazione. Con un sistema strutturale piano del tipo descritto, si possono realizzare delle superfici di copertura cilindriche o a doppia curvatura.

2.4.1 Sistema piano a collegamenti verticali

Se il collegamento tra la fune portante e la stabilizzante è realizzato con elementi verticali, i sistemi di stabilizzazione che ne derivano sono sostanzialmente tre:

a) Sistema aperto.

b) Sistema misto.  
c) Sistema chiuso.

a) Sistema aperto

È lo schema maggiormente utilizzato. La fune superiore è portante e quella inferiore stabilizzante.

I collegamenti tra le due funi sono tutti soggetti a trazione. All'atto della applicazione di un carico esterno rivolto verso il basso (fig. 2.17a), si induce una diminuzione della trazione nella fune stabilizzante, con conseguente incremento di sforzo nella fune portante.

Da quanto detto, emerge la necessità di calcolare opportunamente la pretensione iniziale del sistema in modo da garantire, anche per casi di carico gravosi, un residuo di tensione nella fune stabilizzante. Nel caso di depressione da vento, le funzioni assunte dai due ordini di funi si invertono (fig. 2.17b).

b) Sistema misto

La fune portante e stabilizzante si intersecano.

In questo caso gli elementi di collegamento sono compressi nel fuso centrale e tesi quelli esterni. Questa tipologia (fig. 2.18) (come del resto il sistema chiuso) necessita di un irrigidimento trasversale, per impedire lo svergolamento della trave di funi, problema non riscontrabile nel caso a.

c) Sistema chiuso

Come illustrato dalla fig. 2.19, gli elementi verticali di collegamento sono racchiusi entro le due funi principali. La fune portante è quella di intradosso, mentre la stabilizzante è disposta superiormente. I collegamenti verticali sono in questo caso dei puntoni, che tengono in tensione i due cavi e trasferiscono alla fune portante i carichi agenti sulla copertura. Nel momento in cui il carico esterno inverte il suo segno (depressione dovuta al vento), le due funi principali invertono, di conseguenza, la loro funzione.

Per il regolare funzionamento della struttura, in ogni caso, le aste verticali

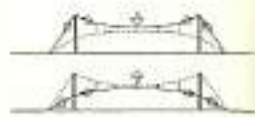


Fig. 2.17 Sistema aperto.

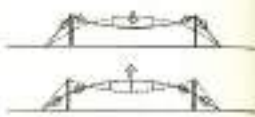


Fig. 2.18 Sistema misto

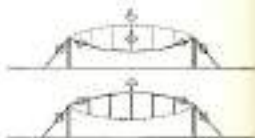


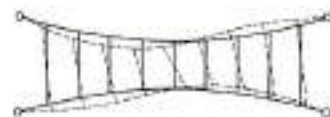
Fig. 2.19 Sistema chiuso.

dovranno essere sempre in regime di sforzi di compressione. Il sistema non è stabile fuori dal suo piano e necessita di elementi controventanti trasversali. Per questa ragione, il sistema è stato impiegato raramente anche se è particolarmente vantaggioso. Infatti diminuisce l'altezza dei tamponamenti laterali, smaltisce facilmente le acque piovane e non richiede particolari o difficoltose strutture di ancoraggio. Gli elementi verticali di collegamento sono, di norma, realizzati con tubi di acciaio o con profilati accoppiati di acciaio, oppure con cavi d'acciaio, quando gli sforzi presenti siano sempre di trazione, come nel caso a e come nelle zone laterali del caso b.

2.4.2 Sistema piano a collegamenti inclinati (o diagonali)

Lo schema strutturale che utilizza collegamenti verticali è stato il primo ad esse-

Fig. 2.20 Deformazione asimmetrica causata dal vento.



re adottato circa 25 anni fa; ma, in esso, i collegamenti e le funi formano maglie facilmente deformabili per carichi asimmetrici. L'azione del vento, che può provocare deformate asimmetriche (fig. 2.20), si mostrò particolarmente insidiosa e creò serie difficoltà nella realizzazione del manto di copertura e dei relativi giunti elastici. Questo problema di ordine pratico, che aveva frenato lo sviluppo di queste strutture, venne studiato e risolto da un progettista svedese, David Jawerth il quale propose un nuovo sistema (che porta il suo nome) con collega-

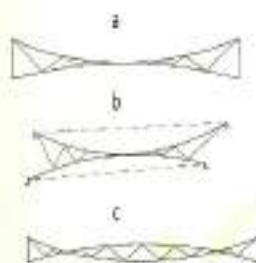
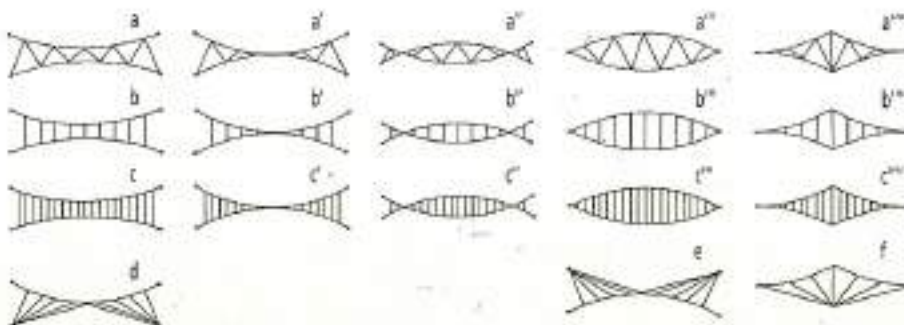


Fig. 2.21 Schemi in corrente stabilizzanti il sistema Jawerth.

Fig. 2.22 Schema riassuntivo dei sistemi tensostrutturali più frequentemente adottati.



menti inclinati. Questo tipo di collegamento, che ostacola efficacemente gli spostamenti orizzontali e conferisce al complesso una notevole rigidità anche in presenza di carichi asimmetrici, superò le citate difficoltà, e diede un notevole impulso all'applicazione di tensostrutture. Come illustrato in fig. 2.21 dal punto di vista geometrico, le funi portanti e stabilizzanti possono essere disposte impiegando il sistema Jawerth, secondo i seguenti schemi

a) Schema simmetrico con collegamento in mezzeria tra la fune portante e la fune stabilizzante.

b) Schema asimmetrico, che permette una notevole libertà compositiva.

c) Schema a funi incrociate, con la possibilità di ridurre l'altezza degli ancoraggi della fune portante.

I sistemi di stabilizzazione piani esaminati fino ad ora, opportunamente modificati per le esigenze che via via si incontrano nella progettazione delle tensostrutture, danno origine ad una serie di soluzioni valide, sia dal punto di vista della stabilità che da quello estetico. Alcune di queste possono riassumersi nella fig. 2.22, nella quale sono illustrate le soluzioni più rappresentative. Per quanto riguarda gli studi di nuovi tipi di travi di funi con stralli inclinati, nella struttura schematizzata in fig. 2.22d la stabilizzazione della copertura è ottenuta grazie a una serie di stralli inclinati convergenti tutti nella sommità di un pilone. In questo sistema, il cavo inferiore viene a mancare e le sue funzioni sono svolte interamente dai tiranti disposti a ventaglio.



2.5 SUPERFICI DI COPERTURA GENERATE DA SISTEMI TENSO-STRUTTURALI PIANI

Fino ad ora, ci siamo limitati ad esporre i vari metodi di stabilizzazione dei sistemi tensostrutturali piani, analizzandone le caratteristiche separatamente. E' ovvio che, per realizzare una copertura, questi schemi si debbono disporre in modo ripetitivo (parallelo o radiale), ed è proprio variando questa possibilità, che il progettista ha a disposizione diverse forme di copertura geometricamente definite, in base alla scelta dello schema strutturale e dalle sue possibili aggregazioni.

2.5.1 Travate disposte parallelamente

Si consideri, ad esempio, la tipologia a «trave di funi» a sistema aperto con tiranti verticali o inclinati. Operando per traslazione dell'elemento tipologico principale, si ottengono superfici di copertura concave di forma cilindrica (fig. 2.23 a,b). Realizzazioni pratiche per quanto riguarda questa tipologia sono, ad esempio, lo stadio del ghiaccio di Stoccolma, il palazzo dello sport di S. Etienne, la piscina di Paderno Dugnano. Spesso, allo schema originario, sono state apportate alcune variazioni per lo più consistenti nel collegamento in

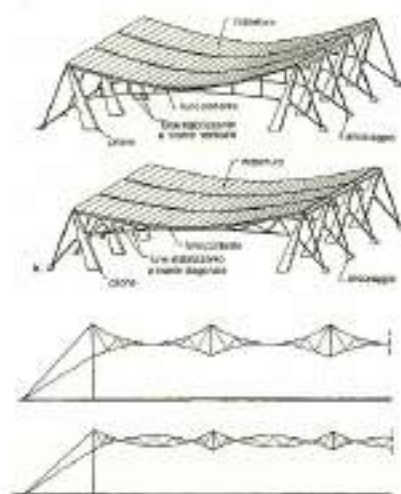


Fig. 2.23 Superfici di copertura cilindriche ottenute con travi di funi a sistema aperto con tiranti verticali (a) e diagonali (b).

Fig. 2.24 Esempi di disposizioni in serie di travi di funi.

serie di più elementi semplici, come illustrato in fig. 2.24. Realizzazioni pratiche: fabbrica a Lesjöfors, teatro

ad Otigheim, Fiera del marmo a Carrara.

In alcuni casi, la disposizione delle travi funicolari presenta una diversa altezza degli ancoraggi alle estremità (fig. 2.25). In questo caso, la pendenza viene sfruttata per lo scolo delle acque

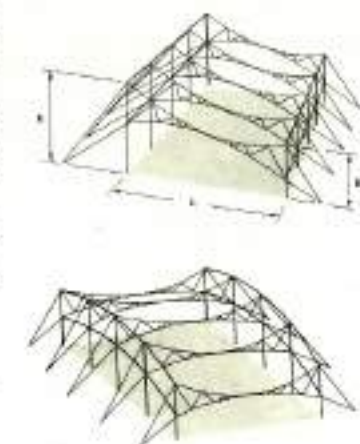


Fig. 2.25 Travi di funi con ancoraggi posti ad altezze diverse

Fig. 2.26 Superfici di copertura a doppia curvatura.

(esempi: piscina di Lugo, stabilimento industriale a Vigevano; in quest'ultimo caso la copertura è fissata alla fune inferiore).

Anche per le travi di funi, come per la fune singola è possibile creare superfici a doppia curvatura, variando l'altezza degli ancoraggi delle funi portanti (fig. 2.26). Pratiche realizzazioni: stadio del ghiaccio di Helsinki, concessionaria Fiat a S.G. in Persiceto. La disposizione a schiera delle tensostrutture piane a sistema chiuso e misto genera ancora delle superfici cilindriche convesse, come illustrato in fig. 2.27 a,b.

Una pratica realizzazione, in riferimento alle travate di funi a sistema misto, ci è fornita dal complesso Estramed a Pomezia.

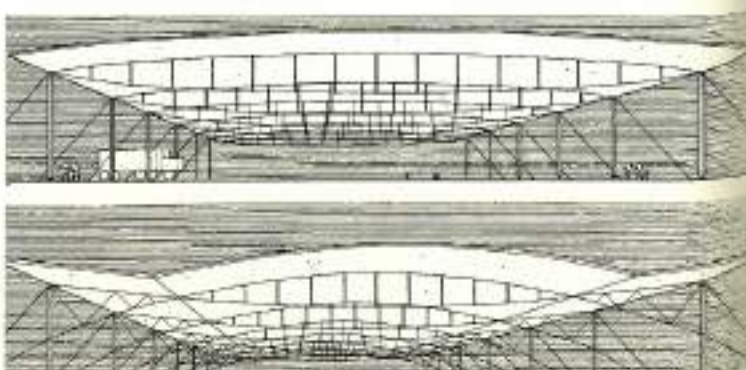
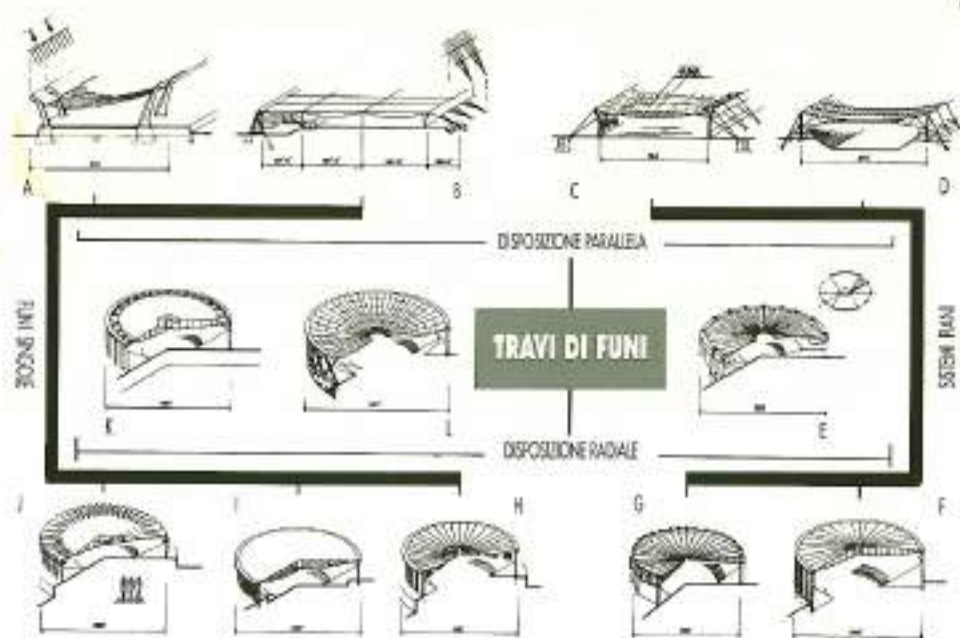


Fig. 2.27 Esempi di coperture ottenibili con travate a sistema chiuso (a) e misto (b).



Tav. 2.2 Tipologie derivanti dalla disposizione delle travi di funi (2.1)

2.5.2 Travate disposte radialmente

Disponendo le travi di funi con simmetria radiale, si realizzano le cosiddette tensostrutture a ruota, o radiali. Esse sono costituite da una trave anulare piana interna (ad asse non necessariamente circolare) alla quale vengono ad ancorarsi le tensostrutture piane pretese ed uscenti a raggiera da un corpo centrale, solitamente sospeso.

La trave anulare di contorno (anello) è vincolata a strutture circostanti, in un certo numero di punti o in modo continuo, e risulta sollecitata prevalentemente a compressione.

Gli elementi flessibili radiali tesi (raggi) sono realizzati con funi o con sistemi piani di funi.

Il corpo centrale è, di solito, di piccole dimensioni in pianta, ma non mancano casi in cui esso sia costituito da un anello teso di dimensioni non piccole rispetto a quelle dell'anello esterno compresso, con funzione di puntone distanziatore di due ordini distinti di raggi. Nel caso particolare in cui l'anello sia un cerchio ed il corpo sospeso sia collocato al centro, la struttura acquista l'aspetto caratteristico di una ruota di bicicletta.

In questa configurazione, con disposizione orizzontale ed appoggio dell'anello su pilastri, o sulle estremità di menso-

le radiali, oppure a coronamento di una sottile parete cilindrica, le tensostrutture a ruota hanno trovato diverse applicazioni.

Nella fig. 2.28 sono illustrati alcuni schemi che, più frequentemente, vengono utilizzati.

E' opportuno specificare che lo schema a, creato con l'accoppiamento di due funi semplici ad inclinazione opposta, può definirsi una trave di funi, in quanto contiene sia la fune portante che la stabilizzante, sia pure con l'unico mutuo collegamento costituito dal corpo rigido centrale.

Lo schema a è stato utilizzato per la copertura del palasport di Genova e per il padiglione USA all'Expò di Bruxelles.

Lo schema b è stato invece adottato per il Memorial Auditorium di Utica.

Attualmente, la tipologia con disposizione radiale delle travi funicolari è stata un po' trascurata per la diffusione sempre maggiore dei sistemi a rete di funi.

A conclusione delle considerazioni riguardanti le superfici di copertura generate da sistemi piani di funi, ed in relazione alla disposizione parallela o radiale di questi ultimi, nella tavola 2.2 sono state riassunte, schematicamente, le tipologie derivanti.

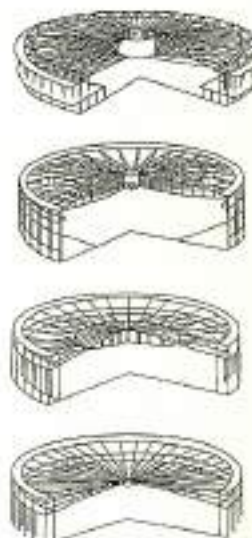


Fig. 2.28 Alcuni esempi di strutture radiali ottenibili con la disposizione a raggiera delle travi di funi. (2.12)

TRAVI DI FUNI DISPOSTE PARALLELAMENTE



PALAZZO DELLO SPORT

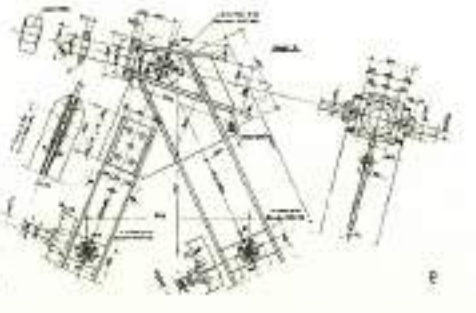
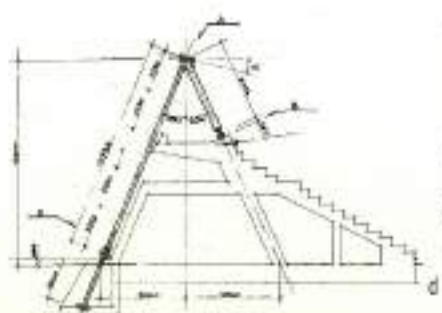
1978



Roseto degli Abruzzi (Italia)

L'impianto costruito nel 1978 (impianto base) è stato ampliato successivamente nel 1983. Inizialmente la superficie coperta in pianta era di 2500 m<sup>2</sup> per una capienza di circa 2000 spettatori. L'ampliamento, avvenuto in direzione nord-sud, è stato reso possibile grazie alle travi reticolari di testata già predisposte. Questo completamento ha portato ad una capienza di 4000 spettatori, potendo utilizzare le due aree laterali aggiuntive di circa 750 m<sup>2</sup>. Le strutture orizzontali principali sono

costituite da 6 travi di funi a collegamenti diagonali. La luce della fune portante è di 50,20 m mentre la luce della fune stabilizzante è di 44,39 m. Entrambe sono di tipo spiroidale e zincato rispettivamente di diametro Ø 46 mm e Ø 34 mm. Queste funi vengono ancorate ad un telaio misto in acciaio e c.a. La parte in acciaio del cavalletto d'ancoraggio è formata da un puntone inclinato HEA 280, mentre il tirante esterno è formato da due UNP 180 accoppiati [2.23].



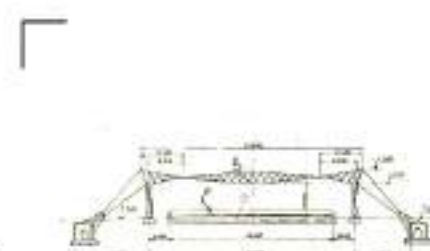
- a - trave reticolare di testata
- b - vista d'insieme dell'impianto
- c - sezione
- d - telaio d'ancoraggio
- e - particolare (A) del telaio d'ancoraggio



STADIO DEL GHIACCIO

Helsinki (Finlandia)

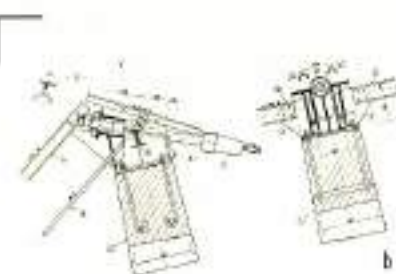
La superficie totale è di 9500 m<sup>2</sup>. Le travi di funi sono realizzate con sistema Jawerth ed hanno una luce libera di 34 m. Le funi sono disposte parallelamente, ma gli ancoraggi di bordo sono posti a differenti quote, degradanti dal centro alla periferia; ciò crea una superficie di copertura a doppia curvatura. Quest'ultima è sorretta da 18 travi di funi. È interessante notare come un siffatto sistema strutturale consenta di utilizzare ampie vetrate laterali, il che conferisce una notevole trasparenza e luminosità all'interno dello stadio. Il peso totale delle travi funicolari è di circa 62 N/m<sup>2</sup>. Le travate sono ancorate direttamente alle tribune le quali sono irrigidite da robusti travoni; vengono cioè utilizzate le strutture tradizionali accessorie presenti negli stadi sportivi per assorbire i notevoli sforzi orizzontali delle funi all'ancoraggio [2.14].



COMPLESSO "ESTRAMED"

Pomezia (Italia)

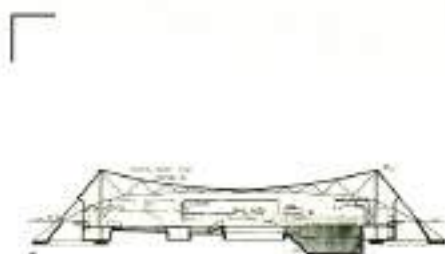
Tra i vari edifici che compongono il complesso, quello che utilizza una tensostruttura a sistema misto ha dimensioni 54x80 m, è di forma rettangolare ed ha una altezza libera di 8,50 m. La copertura è sorretta da 17 travi di funi poste ad interasse di 5 m trasversali a sezione triangolare, con correnti di funi a curvatura contrapposta (due portanti e una tenditrice) intersecantisi in due punti in modo che la parte centrale presenta sezione lenticolare. Con una tale disposizione si è ottenuta la limitazione dell'altezza nella zona centrale e alle estremità a 2,50 m. Il manto di copertura è costituito da lamiera grecata, coibente e impermeabilizzante, poggiante direttamente sulle funi stabilizzanti e, nella parte terminale, sulle funi portanti. Le funi sono di tipo spiroidale Ø 48 mm. Le aste di parete compresse (zona centrale), sono realizzate in tubo Ø 48,3 mm mentre quelle tese (zone laterali) sono funi Ø 14 mm con tenditore. La costruzione ospita all'interno una vasca per esperienze marittime [2.24].



PISCINA A LUGO

Ravenna (Italia)

La luce libera è di 57,4 m e la superficie totale è di circa 2600 m<sup>2</sup>. Le travi funicolari sono otto e poste ad un interasse di 4,75 m. La tensostruttura è di tipo asimmetrico avendo gli ancoraggi opposti a diverse quote. Dal lato più basso (lato est), dove trovano posto i servizi, i punti di ancoraggio delle funi portanti sono a quota 7 m (stabilizzanti 3,10 m). Nel lato più alto i punti di ancoraggio hanno quote variabili da 12,67 m a 16 m (stabilizzanti 4,40 m). I cavi sono di tipo spiroidale, zincati, Ø 44 mm per la portante e Ø 32 mm per la stabilizzante, mentre i diagonali sono realizzati con barre tonde Ø 18 mm di acciaio Fe 360. I pilastri, dalla parte più alta, sono tutti uguali tra loro ed hanno una sezione variabile 50x50 cm nelle zone terminali, e 70x70 cm in mezzera; nel lato opposto sono anch'essi variabili in sezione oltre che in altezza. I tiranti esterni, per ambedue le testate, sono realizzati con barre Ø 32 mm di acciaio ST80/105 [2.18].



PISCINA A PADERNO DUGNANO

Milano (Italia)

Dimensioni 46,5x35,4 m. La luce libera delle travi di funi è di 40,5 m; esse sono disposte parallelamente ad interasse costante di 5 m. La fune portante ha un diametro di 38 mm mentre quello della stabilizzante è di 30 mm ed i carichi di rottura sono di 1208 kN e 778 kN rispettivamente. I telai d'ancoraggio sono costituiti da un puntone scatolare composto da due UNP 200 mentre il tirante superiore è realizzato con due UNP 180 e l'inferiore con due piatti 130x5. La copertura è stata realizzata con un deck formato da lamiera grecata di altezza 75 mm e 10/10 mm di spessore, zincata e preverniciata all'intradosso. La coibentazione è fatta con pannelli rigidi e l'impermeabilizzazione con manti bituminosi armati [2.16].

a - interno  
b - dispositivo prefabbricato per l'attacco delle funi e dei tiranti Dywidag



a - veduta esterna a lavori ultimati

b - edificio durante la posa in opera della copertura

c - schema statico  
d - particolare del fissaggio fune - copertura



PALAZZO DELLO SPORT

Varnamo (Svezia)

Costruito nel 1959 ha dimensioni di 28x49,5 m. Le funi portanti e stabilizzanti hanno un diametro di 31 mm e 18 mm rispettivamente, mentre i tiranti diagonali sono barre tonde del diametro 16 mm. E una delle prime costruzioni che hanno adottato tensostrutture piane "sistema Jawerth". Il sistema strutturale globale è molto ingegnoso ed è costituito da due travi ad arco dove si ancorano le funi portanti. Le reazioni di queste travi sono trasmesse alle pareti laterali che chiudono, per contrasto, gli sforzi orizzontali. Le funi stabilizzanti sono ancorate su pareti di calcestruzzo. Le pareti curve in corrispondenza delle due testate della struttura hanno configurazione iperbolica in modo da contenere il poligono funicolare dei tiri delle funi quando la copertura è caricata con il proprio peso e con carichi uniformemente distribuiti [2.20].



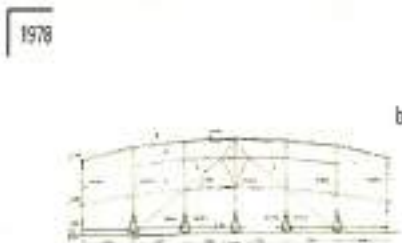
PALAZZO DELLO SPORT

St. Etienne (Francia)

La luce libera dell'edificio è di 60 m mentre la lunghezza è di 100 m. I tiranti laterali vengono inglobati nella costruzione in virtù della copertura parete; i cavalletti di ancoraggio occupano una lunghezza in pianta di 20 m. Questo spazio viene però utilizzato ugualmente in quanto vi sono alloggiati i locali di servizio e secondari. Trattandosi di un edificio per manifestazioni sportive, non è stata richiesta la controsoffittatura e pertanto le travi di funi sono lasciate in vista. La copertura è realizzata in lamiera grecata; questo materiale è utilizzato anche per il rivestimento perimetrale e con il suo diverso colore viene sottolineata anche in facciata la forma dell'elemento strutturale caratteristico [2.14].



a - vista generale  
b - struttura degli ancoraggi laterali  
c - vista e pianta di un pilastro principale con particolari costruttivi dei dispositivi di collegamento



CONCESSIONARIA FIAT

S.G. in Persiceto - Bologna (Italia)

La luce libera è di 50 m. Per ragioni estetiche e tecniche (smaltimento delle acque) i pilastri principali sono stati progettati ad altezza variabile realizzando una generatrice trasversale di tipo parabolico che conferisce alla superficie di copertura una curvatura totale negativa. Le travi di funi sono disposte ad interasse di 5,23 m e sono costituite da funi spirodali zincate Ø 42 mm e Ø 36 mm, rispettivamente per la portante e la stabilizzante. I tiranti esterni di ancoraggio sono realizzati con barre Dywidag Ø 26 ST 80/105. Le fondazioni a cavalletto permettono un agevole passaggio degli autoveicoli. L'area compresa tra la fila di pilastri principali e i cavalletti di fondazione è destinata a parcheggio autoveiture. Il manto di copertura è realizzato in lamiera grecata zincata; la freccia della fune portante è di 2,94 m e quella della stabilizzante 1,93 m (con sistema soggetto solo ai carichi permanenti) [2.18], [2.19].

1978

PALAZZO DEL GHIACCIO

Billingham (Inghilterra)

Dimensioni 61 x 42 m. Per questa struttura non si è fatto ricorso a tiranti esterni con il conseguente ingombro da parte dei cavalletti di ancoraggio, bensì sono state realizzate due coppie di piloni convergenti lateralmente verso l'asse mediano della costruzione. I piloni paralleli sono collegati tra loro da un elemento metallico su cui si scarica la sollecitazione delle barre di ancoraggio delle funi. Un'altra serie di cavi collega poi la sommità di queste ai montanti verticali dell'edificio. Il complesso schema strutturale è interamente evidenziato all'esterno [2.17]



a - prospetto nord  
b - particolari costruttivi

PROGETTO PER PALAZZO DELLO SPORT  
Kano (Nigeria)

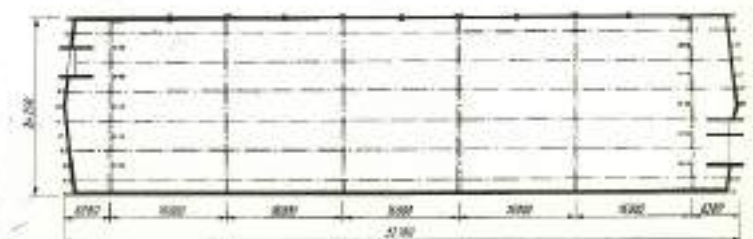
Le dimensioni dell'edificio sono di 55x70 m (3850 m<sup>2</sup>). La copertura è sostenuta da 12 travi funicolari con collegamenti a doppio ordine inclinati, poste ad interasse di 5 m realizzanti una tensostruttura piana di tipo asimmetrico che, partendo da un livello di 5 m, si ancora, dopo aver superato la luce di 70 m, ad una quota di 17,25 m permettendo la sistemazione delle tribune. In corrispondenza delle travi di funi vi sono dei telai in c.a. che realizzano la struttura portante delle tribune principali. I piedritti esterni di tali telai costituiscono inoltre, a quota 5 m e 17,25 m, i punti di attacco sia del sistema piano di funi, sia degli stralli convergenti a terra ai blocchi di ancoraggio. I puntoni sono realizzati con HEA 280 di acciaio Fe 360. Le frecce delle funi, in stato iniziale, sono di 3,75 m e 3,35 m rispettivamente per la portante e la stabilizzante. La copertura è portata per metà della luce dalle funi portanti mentre la rimanente parte, dalle funi stabilizzanti, fornendo così una gronda naturale lungo l'asse di copertura [2.21].



FABBRICA A LESJÖFORS -  
(Svezia)

Dimensioni 24,25x92,75 m. Tipico esempio di ripetibilità longitudinale degli schemi tensostrutturali. Infatti vengono utilizzate, per coprire la luce maggiore, 5 travate di 16 m l'una. La superficie coperta è di circa 1900 m<sup>2</sup>. I piloni di ancoraggio, compressi, sono del tipo a cavalletto inclinato e sono conglobati nella copertura di parete. L'illuminazione, all'interno dell'edificio, è fornita da lucernari posti ad interassi di 8 m situati in corrispondenza della mezzeria delle travate e nei loro punti di connessione [2.10], [2.12].

a - sezione longitudinale:  
1 - fune stabilizzante  
2 - puntone  
3 - pilone di ancoraggio  
4 - tiranti  
b - pianta





1963

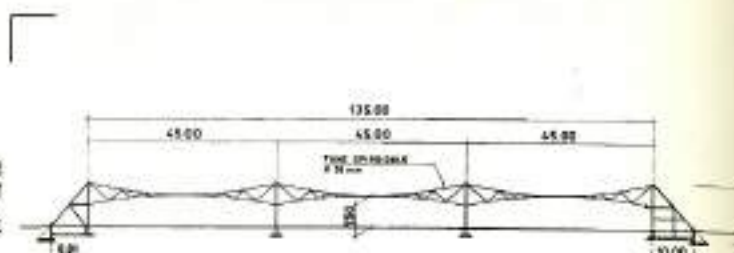
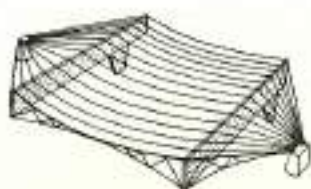
a - ancoraggi delle funi radiali nel blocco di ammasso  
b - sezione  
c - schema strutturale semplificato



TEATRO ESTIVO

Otigheim (Germania)

Ultimato nel 1963. In questo caso la copertura in lamiera grecata è sostenuta da travi funicolari suddivise in tre campate: quella centrale ha una luce di 37,20 m, mentre le due laterali hanno una lunghezza di 18,6 m. Nella parte centrale le dodici travi di funi tipo Jawerth sono disposte parallelamente, mentre le campate laterali convergono in un blocco di ancoraggio in c.a., da cui si dipartono radialmente. Le funi portanti hanno un diametro variabile da 34 mm a 38 mm mentre le stabilizzanti misurano 24 mm di diametro. La copertura sottende un'area di 2200 m<sup>2</sup>; il teatro all'aperto è in grado di ospitare 3850 spettatori [2.10].



FIERA DEL MARMO

Massa Carrara (Italia)

Per la pianta irregolare del complesso fieristico sono state adottate quattro differenti tensostrutture: a una campata, a due campate asimmetriche, a due campate simmetriche, a tre campate. In sezione le tensostrutture sono tutte formate da una fune superiore Ø 34 mm spiroidale zincata e da una fune inferiore Ø 24 con le stesse caratteristiche. I collegamenti diagonali sono realizzati in tondo d'acciaio Fe 510 Ø 18 mm zincato. Le campate hanno una luce di 45 m; gli ancoraggi delle portanti sono posti ad una altezza di 10,50 m. La costruzione è stata ultimata nel 1980. (Per una descrizione più particolareggiata di questa struttura si rimanda al Cap. 8) [2.22].

Sezione delle tre campate simmetriche



a - vista del lato più alto e dei relativi cavalletti d'ancoraggio  
b - vista generale dell'edificio

1979

FABBRICATO INDUSTRIALE

Vigevano (Italia)

L'edificio misura in pianta 77,70 m x 55 m (ingombro massimo), ed utilizza per la copertura dieci travi di funi distanziate tra loro con interasse costante di 5 m. Le tensostrutture si presentano nel loro piano di tipo asimmetrico. Dalla parte della struttura d'ancoraggio più bassa le quote terminali delle funi portanti e stabilizzanti sono di 9,75 m e 4,80 m rispettivamente, mentre, dalla parte opposta, gli ancoraggi delle funi sono collocati a quota 15,95 m e 7,50 m sempre a partire dalla quota ± 0. La freccia è di 3,63 m per le funi portanti (diametro Ø 42 mm) e di 2,70 m per le funi stabilizzanti (diametro Ø 32 mm). La disposizione dei diagonali zincati C40 è stata eseguita in funzione del sistema di copertura sospeso mediante opportuni pendoli collegati nei nodi strutturali sulla fune stabilizzante. Il fabbricato è stato ultimato nel 1979.

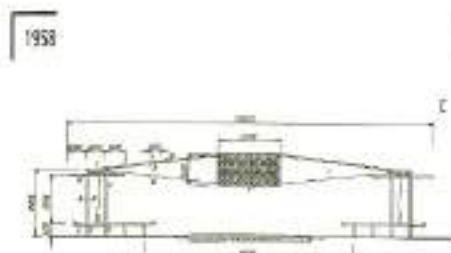
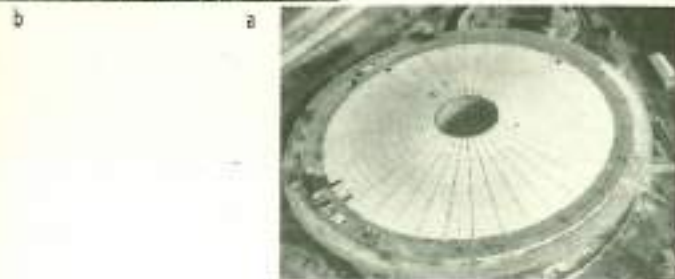


STADIO DEL GHIACCIO

Stoccolma (Svezia)

Le dimensioni dello stadio a pianta rettangolare sono di 83x118 m. Le travi di funi utilizzano un sistema del tipo Jawerth e sono poste a distanza di 5,20 m come interasse, per un totale di 21. Le funi portanti sono realizzate con cavi di acciaio Ø 58 mm mentre le stabilizzanti sono dei Ø 48 mm, i diagonali Ø 19 mm e gli ancoraggi Ø 26 mm. Gli ancoraggi al suolo sono prefabbricati in c.a. (peso proprio 80 kN) e sono capaci di assorbire il tiro di 4400 kN ciascuno grazie all'accurato costipamento del terreno in cui affondano. Il peso della sola struttura portante è di 70 N/m<sup>2</sup>, sulla quale vi è un rivestimento di pannelli sandwich con strati multipli di materiali coibenti e lamierino ondulato, con cornici in profilati a C. Per il controventamento in direzione normale al piano delle funi si sono utilizzati degli elementi rigidi che collegano le funi portanti delle varie travate [2.12].

TRAVI DI FUNI DISPOSTE RADIALMENTE



PADIGLIONE USA ALL'EXPO

Bruxelles (Belgio)

Questo padiglione fu eretto nel 1958 in occasione dell'esposizione di Bruxelles. La pianta dell'edificio era circolare di 104 m di diametro. La copertura vera e propria però aveva un diametro di 92 m. Lo spazio anulare compreso tra queste due circonferenze era occupato da sottili colonne abbinata che sostenevano superiormente la trave di bordo costituita da un anello suddiviso in 36 pannelli con diagonali in croce. Il corpo sospeso centrale aveva anch'esso forma cilindrica, con diametro di 20 m ed altezza 8,5 m. Nell'anello centrale teso confluivano superiormente 72 cavi Ø 32 mm ed inferiormente 36 Ø 54 mm; questi ultimi erano di tipo brevettato, formati da una treccia di fili d'acciaio ad alta resistenza con carico di rottura pari a 1500 N/mm<sup>2</sup>. Tra le due serie di funi furono inseriti dei tenditori verticali che collegavano ciascuna fune inferiore con altrettante funi della parte superiore [2.8], [2.12].

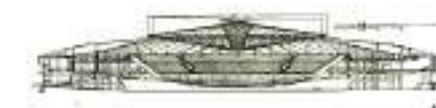


PROGETTO PER UNO STADIO

Il progetto, di Zetlin, elaborato nel 1959, prevede una copertura sostenuta da travi di funi a sistema chiuso disposte radialmente. Le dimensioni sono veramente notevoli, essendo prevista una luce libera di 365 m; lo stadio può raggiungere una capienza di centomila spettatori. Le spinte radiali servono a contrastare il ribaltamento delle strutture sottostanti che sono dotate di un forte aggetto verso l'esterno. Le tensioni dovute ai cavi vengono equilibrate dalla struttura periferica caricata dalle rampe di accesso e dalle gradinate [2.15].



1963



PALAZZO DELLO SPORT

Genova (Italia)

a - veduta generale  
b - anello centrale teso  
c - sezione

L'edificio, di forma circolare, ha una struttura portante in c.a., ed ha un diametro di 160 m. La tensostruttura a ruota copre solo la parte centrale di 68 m di diametro. Al centro dei due orditi di funi è sospeso un corpo rigido a forma di iperboloidi rigato alto 10,6 m; le basi hanno rispettivamente un diametro di 6 e 14 m. La differenza nel diametro è dovuta al fatto che l'ordito superiore è costituito da 144 funi Ø 27 mm, mentre l'inferiore ne ha solo 48 da 54 mm di diametro e richiede quindi un minore spazio per gli attacchi. Il bordo esterno compresso è costituito da un anello circolare in c.a. posto all'estremità di 48 tavoloni radiali in c.a.p. che costituiscono il sostegno della copertura nella restante zona perimetrale dell'edificio. Il rivestimento è stato realizzato disponendo tra ciascuna coppia di funi superiori un tegolo monolite di poliestere rinforzato [2.14].



1959

AUDITORIUM DI UTICA

New York (USA)

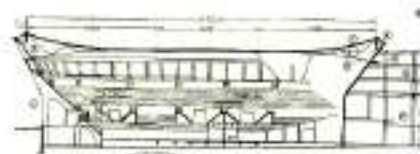
Edificio completato nel 1959, di forma cilindrica di 72 m di diametro, in cui la copertura è sostenuta da 72 coppie di funi d'acciaio. Queste hanno un diametro di 41,2 mm e 50,8 mm rispettivamente per la fune inferiore e superiore. L'elemento centrale teso, è costituito da due anelli mantenuti alla distanza di circa 6 metri. La messa in tensione della struttura è stata realizzata con il distanziamento mediante martinetti dei due anelli centrali e l'inserimento di puntoni. Il bordo esterno è costituito da un sottile anello in c.a.p. del diametro di 71,5 m. La copertura è realizzata con l'impiego di elementi metallici prefabbricati e lo spazio libero tra due serie di cavi è stato utilizzato per la sistemazione degli impianti di condizionamento, illuminazione ecc. [2.2].



a - prospetto principale  
b - schena strutturale  
c - interno: anello inferiore del corpo centrale sceso



1966



**PALAZZO DELLO SPORT VICTOR HUGO**  
Bordeaux (Francia)

Lo schema di questo edificio si può considerare un passaggio intermedio tra le tensostrutture parallele e radiali. Infatti l'edificio è costituito da un corpo centrale rettangolare e da due absidi semicircolari. Le dimensioni in pianta sono di circa 66x48 m per una superficie di copertura di 2650 m<sup>2</sup>. Il sistema delle travi funicolari parallele è integrato con due sistemi convergenti di semitravi impostate sulle semicirconfereze. L'ellisse di bordo è costituita da una massiccia e continua parete in c.a. che ha la doppia funzione di pilone e di controvento. L'anello centrale, di forma molto allungata, è appoggiato sulle travi funicolari disposte secondo l'asse minore; su di esso si innestano i due sistemi radiali che ne provocano la trazione. Alcune misure e dati principali: raggio delle due absidi di 23-25 m e 22 m rispettivamente; le travi disposte parallelamente sono 7

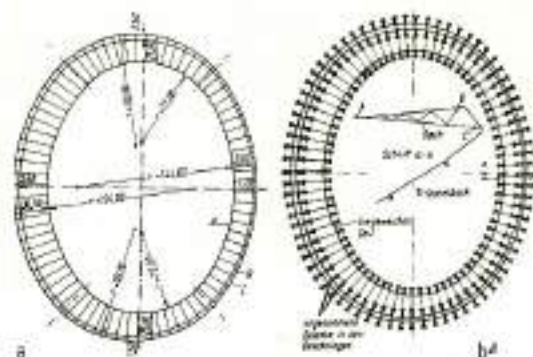
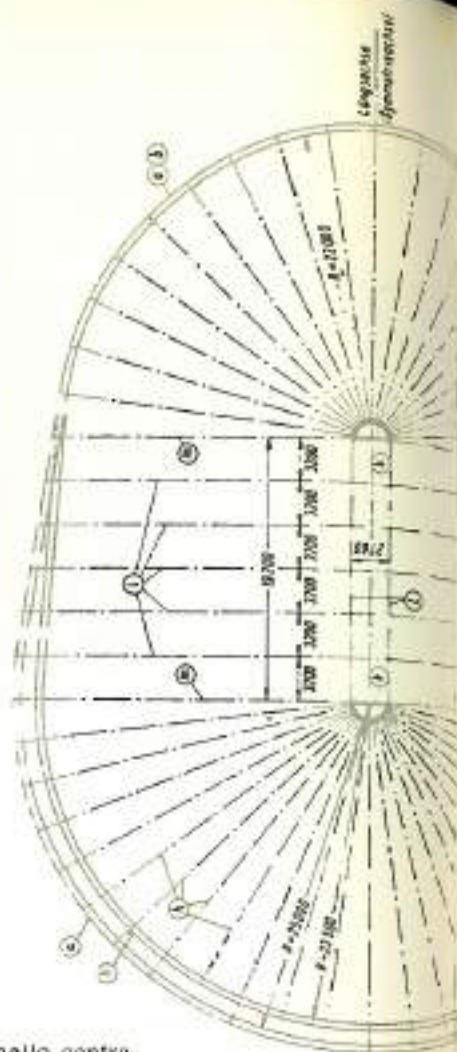
ad interasse di 3,2 m; l'anello centrale, lungo circa 20 m, ha una larghezza di 2,76 m.

Le travi disposte radialmente sono in numero di 23 nel semicerchio di raggio maggiore e di 19 in quello di raggio minore [2,14], [2.8].

**STADIO "DYNAMO" Mosca (URSS)**



Di forma circolare si può senz'altro considerare una delle più grandi realizzazioni, che adottano la disposizione radiale delle travi funicolari, in quanto il diametro dell'edificio è di ben 380 m [2.8].



**PADIGLIONE DELLO STATO DI NEW YORK**  
(USA)

Questa costruzione è stata eretta in occasione dell'Expo mondiale di New York del 1964-65. La pianta è a forma di ellisse i cui assi principali massimo e minimo misurano rispettivamente 110 m e 79 m. I cavi sono ancorati ad un anello di acciaio. Le travi di funi appartengono alla tipologia a schema aperto con tiranti verticali. L'anello compresso è fissato su 16 colonne perimetrali circolari di diametro 3,66 m. L'intera struttura sospesa fu assemblata e pretesa in un periodo molto breve, circa tre settimane. Una volta completata la tesatura l'intera copertura fu disposta nella sua posizione definitiva [2.2].

**PROGETTO PER LA COPERTURA DELLE TRIBUNE DELLO STADIO OLIMPICO DI MONACO** (Germania)



a - pianta  
b - schema statico  
c - sezione  
d - prospettiva

Si tratta di una serie di travate con tiranti diagonali tipo Jawerth (che è anche l'autore del progetto) di lunghezza variabile da un massimo di 30,5 m ad un minimo di 20 m disposte a raggiera lungo il perimetro delle tribune. La pianta dello stadio è ellittica, ma il contorno ove sono ancorate le travi funicolari non giace su un unico piano. E' assente l'anello perimetrale compresso, sostituito da una serie di ossature radiali del tipo a cavalletto che fanno anche parte della struttura portante delle tribune. L'anello teso centrale è invece dilatato fortemente cosicché la copertura resta limitata ad una zona periferica anulare. Questa struttura sebbene non ricalchi gli schemi ricorrenti delle tensostrutture radiali, trova in esse una rispondenza maggiore che non in quelle a disposizione parallela delle travi di funi [2.8].



2.6 STRUTTURE DI BORDO E DI ANCORAGGIO PER TENSOSTRUTTURE PIANE

La chiarezza e sicurezza funzionale dello schema tensostrutturale piano sono ottenute principalmente con l'eliminazione dei fenomeni di instabilità dell'equilibrio nella parte più delicata del sistema strutturale, identificabile nella orditura orizzontale a grande luce libera. Questo implica, però, una complicazione per le strutture di bordo, le quali sono chiamate a trasmettere in fondazione notevoli forze orizzontali. Le strutture di bordo diventano così strutture di ancoraggio, la cui progettazione rappresenta un problema «non convenzionale» alla cui risoluzione è chiamato il progettista di tensostrutture. Lo schema di ancoraggio più elementare è rappresentato dalla mensola semplice (fig. 2.29) che, generalmente, risulta molto costoso.

Uno schema molto diffuso è quello di fig. 2.30, dove è anche visibile la distribuzione delle forze che dal cavo sono convogliate al terreno. Questo sistema è detto «a cavalletto», ed è costi-

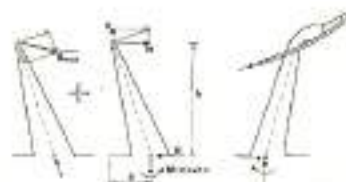
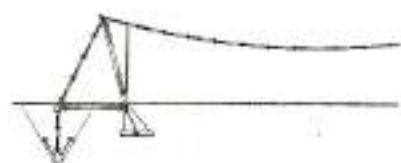


Fig. 2.29 Ancoraggio a mensola.

tuito sostanzialmente da un puntone verticale o inclinato ed un tirante opportunamente ancorato al terreno. Lo sforzo di trazione, presente nel tirante, viene scomposto appena al di sotto della quota zero del terreno secondo due direzioni: una verticale e una orizzontale. La componente verticale è assorbita da un tirante ancorato in profondità, mentre l'altra componente è convogliata alle fondazioni dei pilastri tramite un puntone orizzontale. Nel caso di tensostrutture a curvatura contrapposta, tenuto conto che, in generale, le massime sollecitazioni prodotte dai carichi di segno opposto non intervengono mai simultaneamente sui

Fig. 2.30 Sistema di ancoraggio a cavalletto.



due cavi, la somma degli sforzi a cui essi sono soggetti, rimane sensibilmente costante. Ne deriva, per la maggior parte dei casi, l'interesse ad ancorare ad uno stesso punto a terra i due cavi inferiore e superiore in modo da fare lavorare le fondazioni con variazioni modeste dei carichi ad esse trasmessi. Le fondazioni verranno dimensionate quindi in funzione del carico più gravoso (generalmente è prevalente l'azione del carico neve + peso proprio) agente sul cavo superiore (portante), fig. 2.31. In casi particolari, dipendenti dalle caratteristiche funzionali del progetto, si possono tuttavia evitare i blocchi di fondazione. Ad esempio:

- ancorando i cavi di controventatura ad una ossatura di costruzioni tradizionali;
- ancorando i cavi su un anello circolare o ellittico;
- ancorando i cavi alla struttura delle tribune, nel caso di stadi o palazzi dello sport.

Al fine di ottimizzare il dimensionamento delle strutture di ancoraggio, è importante notare l'influenza della distanza  $D$  o dell'angolo  $\alpha$  (fig. 2.32) sugli sforzi di trazione del tirante esterno e, pertanto, sul dimensionamento; in ultima analisi, sul costo della fondazione di ancoraggio. Dalla figura 2.32 inoltre si comprende come lo sforzo nel tirante diminuisca all'aumentare di  $D$  e divenga quindi opportuno distanziare i punti di ancoraggio dal puntone compresso.

La tavola 2.3 riporta una serie adottabile di soluzioni delle strutture di bordo e di ancoraggio. Le esigenze e i vincoli relativi ad ogni singolo progetto, ne consiglieranno la scelta e l'utilizzo al progettista.

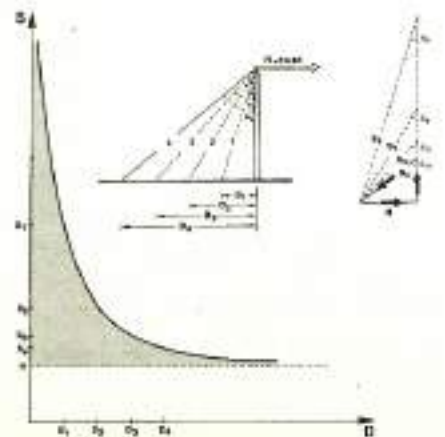


Fig. 2.31

Fig. 2.32 Diagramma degli sforzi in funzione della distanza degli ancoraggi.



Tav. 2.3 Strutture di bordo e ancoraggio

TIPOLOGIE DEGLI ANCORAGGI

Una serie di robusti e sagomati piloni hanno il compito di assorbire i notevoli momenti in fondazione. Vi è una limitazione dello spazio interno.



In questo caso si ha la collaborazione attiva delle tribune. Questo sistema può essere adottato con convenienza per la costruzione di palazzi dello sport o stadi dove le tribune possono collaborare, con il peso proprio, all'equilibramento dei tiri di ancoraggio.



Ancoraggio delle funi su strutture a sbalzo. Schema adottato, quando sia impossibile ancorare con tiranti. Il costo strutturale diventa maggiore a causa delle grandi sollecitazioni di flessione.



Elementi di ancoraggio paralleli con puntori inclinati. È possibile combinare questo schema con il precedente ed avere quindi un ancoraggio puntiforme con puntori inclinati.



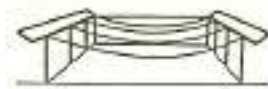
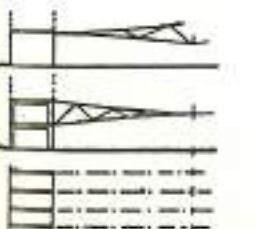
Ancoraggio puntiforme in cui sono convogliati gli sforzi di due cavi portanti e due cavi di stabilizzazione. Il sistema è controventante.



Bordi realizzati con elementi rigidi, a cui vengono ancorate, rispettivamente, sopra la fune portante e sotto la fune stabilizzante.



Sistema che prevede l'ancoraggio dei cavi principali a costruzioni già esistenti o predisposte per tale scopo. Questa soluzione prevede una disposizione parallela delle funi.



Travi di bordo collegano le teste dei piloni e sono soggette a forte flessione. Scaricano sulle pareti, ad esse normali, le sollecitazioni orizzontali. Tali pareti sono ovviamente soggette a compressione.



Questo sistema è una variante del precedente generalmente adottato per coperture di tipo circolare o ovale. È possibile, comunque, anche una disposizione parallela dei cavi.



Variante dello schema precedente con un'unica trave di bordo in cui confluiscono le due funi principali.



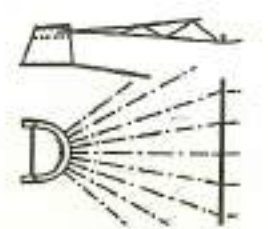
Ancoraggio puntiforme: gli sforzi dei cavi principali sono convogliati a terra, in un unico punto.



Ancoraggio con disposizione dei tiranti a V. Il sistema è controventante, per le azioni fuori dal piano.



Travi di bordo giacenti in piani diversi, sostenute da pilastri collocati lungo il perimetro della costruzione. Il sistema di ancoraggio lavora nello spazio e chiude il sistema di forze per controslanciamento. Sagomando opportunamente la struttura di bordo è possibile ridurre al minimo le sollecitazioni flessionali.



«Torre di ancoraggio», con cavi in essa convergenti.



2.7 SISTEMI SPAZIALI

Il sistema spaziale di stabilizzazione è una diretta conseguenza di quello piano. Le funi portanti e le tenditrici non sono più disposte sullo stesso piano, ma in piani verticali distinti,

il più delle volte intersecantisi ad angolo retto; vedi fig. 2.33.

Per meglio comprendere la meccanica strutturale delle reti di funi si prenda in esame la fig. 2.34: un

carico concentrato su un cavo sospeso provoca una deformazione localizzata nel punto di applicazione della forza stessa (fig. 2.34a); un insieme di cavi trasversali stabilizza il cavo portante riducendo l'effetto della deformazione (fig. 2.34b).

Quanto più si aumenta il numero dei cavi di stabilizzazione (fig. 2.34c) tanto più si ha una valida opposizione alla deformazione. Nel sistema a cui si perviene (fig. 2.34d) tutti i cavi appartenenti alle due famiglie partecipano al meccanismo resistente contro le deformazioni provocate dai carichi applicati.

La stabilità della copertura è, in altri termini, subordinata alla condizione che, in ogni suo punto, i cavi passanti per esso siano a curvature opposte e si scambino una mutua azione per effetto della pretensione.

I nodi comuni dei due orditi di funi disposti ortogonalmente tra loro, si presentano schematicamente come in fig. 2.35a, dove  $\psi_1$  e  $\psi_2$  sono rispettivamente il cavo di stabilizzazione e quello portante. La scomposizione delle forze nei punti di contatto dei cavi avviene secondo lo schema di fig. 2.35b, dove il cavo di tensione  $\psi_1$  che lavora in un piano verticale, agisce sul cavo portante con una forza  $V$ . Questa si scompone in  $Q$ , perpendicolare a  $\psi_2$ , ed in

$L$  ad esso perpendicolare.  $E'$  per effetto della forza  $L$  che  $\psi_1$  tende a scorrere su  $\psi_2$ , per assumere l'assetto di equilibrio determinato dalla forza di pretensione.

L'applicazione di un carico esterno di tipo gravitazionale (diretto verso il basso) comporta un incremento di tensione nella fune portante corrispondente ad un decremento della tensione nella fune stabilizzante.

Le rispettive funzioni si invertono allorché il carico sia costituito da una depressione dovuta al vento (fig. 2.36). La caratteristica fondamentale, che accomuna tutte le tipologie delle tensostrutture con stabilizzazione a rete di cavi, è dunque la doppia curvatura negativa. Una precisa tipologia non è nettamente identificabile, come nel caso dei sistemi piani, in quanto, per le reti, la classificazione non può essere dissociata dalle sue condizioni geometriche al contorno e quindi non può essere dissociata dalle strutture di bordo.

2.7.1 Il paraboloido iperbolico

La forma base più frequentemente adottata nella progettazione formale della superficie di copertura è quella del paraboloido iperbolico o H.P. o Hyphar, (fig. 2.37). La superficie, anticlastica, del secondo ordine, è analiticamente definibile da una

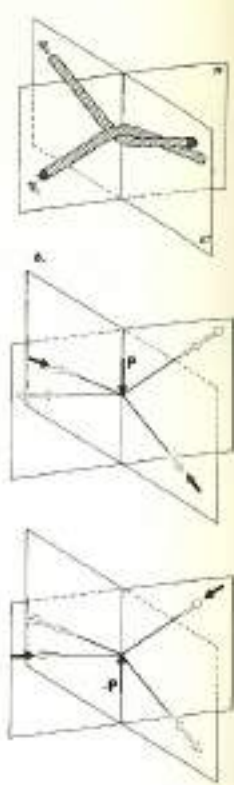
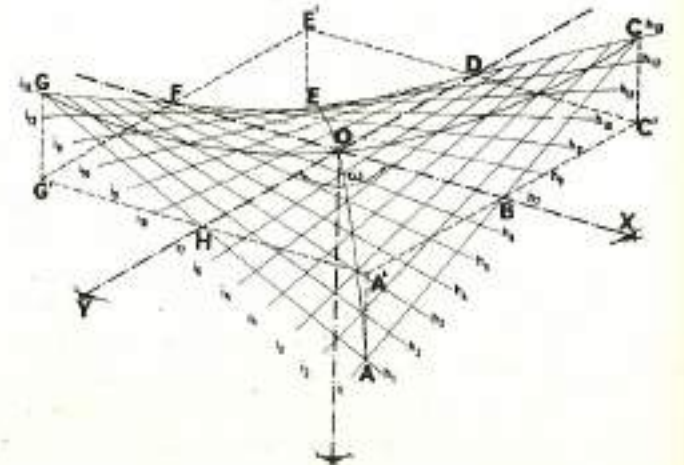


Fig. 2.35 Scomposizione delle forze in un nodo generico della rete.

Fig. 2.36 Gli sforzi delle funi si invertono con l'inversione del segno dei carichi applicati.

Fig. 2.37 Porzione di una superficie di H.P. (2,48)



- HOD, FOB = rette direttrici
- $\eta_1, \eta_2$  = rette costituenti un sistema di generatrici
- $\eta_1 - \eta_2$  = secondo sistema di rette generatrici
- XOZ, YOZ = piani direttori
- GOC, EOA = parabole principali dell'H.P.
- OZ = asse del paraboloido, retta di intersezione dei piani direttori
- OV = angolo arbitrario tra i piani direttori

equazione la cui forma ridotta è:

$$z = \frac{x^2}{2a^2} - \frac{y^2}{2b^2}$$

Tale espressione soddisfa le condizioni necessarie per l'equilibrio in regime di membrana (vedi Cap. 3).

L'analisi descrittiva del paraboloido iperbolico è didatticamente indispensabile perché ci si possa addentrare nella definizione di superfici più complesse, non definibili analiticamente.

L'Hyphar è ottenibile sia trasladando una parabola parallelamente a se stessa, lungo una curva direttrice parabolica a curvatura opposta, sia facendo scorrere gli estremi di un segmento di retta, di lunghezza variabile, su due rette sghembe, e quindi determinando nel segmento un movimento di rotazione come per tutte le superfici rigate. Nella forma più semplice di Hyphar le due parabole, generatrice e traslante, sono perpendicolari tra loro. Sezionando con un piano orizzontale, si ottiene una iperbole, e con un piano verticale qualunque, una parabola.

Se il piano verticale è parallelo ad uno dei piani direttori dell'H.P. la sezione è eseguita secondo una direzione asintotica e, pertanto, essa diviene una retta, essendo l'H.P. una superficie doppiamente rigata.

Nella pratica costruttiva, si utilizza una porzione discreta della superficie infinita dell'H.P., che viene limitata al contorno per necessità progettuali architettonico-strutturali.

La regione di frontiera che viene, così, a delimitarsi, dovrà essere dotata di strutture di ancoraggio di bordo sulle quali verranno a concentrarsi gli sforzi dovuti alle funi e, pertanto, la loro geometria dovrà essere studiata con cura, considerando il tipo di sollecitazione prevalente alla quale esse dovranno resistere. A seconda del modo con cui la superficie dell'Hyphar è sezionata, si possono ottenere delle superfici

delimitate da contorni dritti o curvi, ma sempre a doppia curvatura negativa. Nella tavola 2.4 sono rappresentati alcuni sezionamenti di H.P. con piani orizzontali, verticali e con solidi; si ottengono quindi delle superfici utilizzabili singolarmente come elementi di copertura.

Le porzioni così ottenute per sezionamento dell'H.P. una volta circoscritte da opportune strutture di bordo, possono assumere, tra le altre, le forme di fig. 2.38, nella quale si nota come la delimitazione possa essere costituita anche da funi o sistemi misti travi di bordo - funi di bordo.

Il caso d ad esempio è ottenuto per intersezione dell'Hyphar con un cilindro ad asse verticale. (cfr. con il caso N di tavola 2.4).

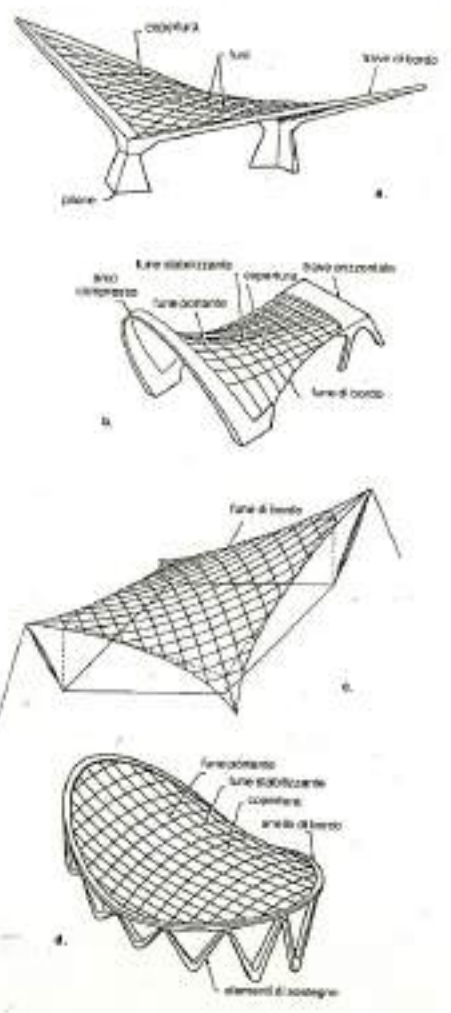


Fig. 2.38 Alcune superfici di H.P.

Fig. 2.33

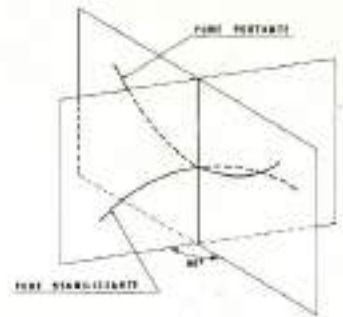
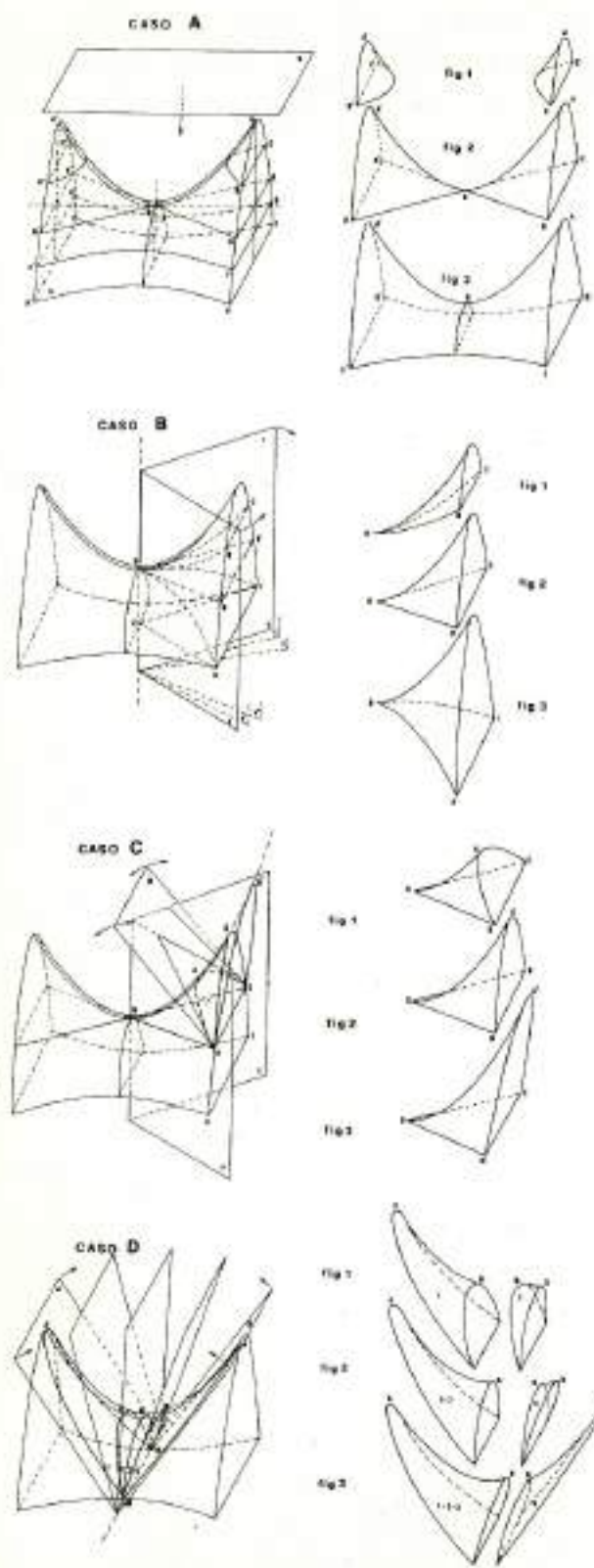


Fig. 2.34 Generazione del sistema di stabilizzazione a rete.



Sezioni di porzione di paraboloidi iperbolici (racchiusa tra i piani abc) ottenute con un piano  $\alpha$  parallelo al piano  $\beta$ .

Il piano  $\alpha$  spostandosi dall'alto verso il basso incontra la porzione di paraboloidi iperbolici dapprima nei punti A e A'. Quindi separa delle porzioni quali quelle in fig. 1, fig. 2 e fig. 3 rispettivamente, scendendo verso il basso. In fig. 4 sono riportate le corrispondenti piante. È stata posta in evidenza con tratteggio una sezione: la sez. OED simmetrica alla O'E'D'.

Intersezioni tra porzione di paraboloidi iperbolici e due piani verticali simmetricamente ruotanti ed incernierati sull'asse passante per OZ.

Ruotando i piani  $\alpha$  e  $\beta$  verso le rispettive posizioni  $\alpha'$  e  $\beta'$  determinano le linee di intersezione OB, OD, OH e le simmetriche OC, OE, OI che stanno le forme come in fig. 1, fig. 2, fig. 3. In fig. 4 sono riportate le corrispondenti proiezioni in pianta.

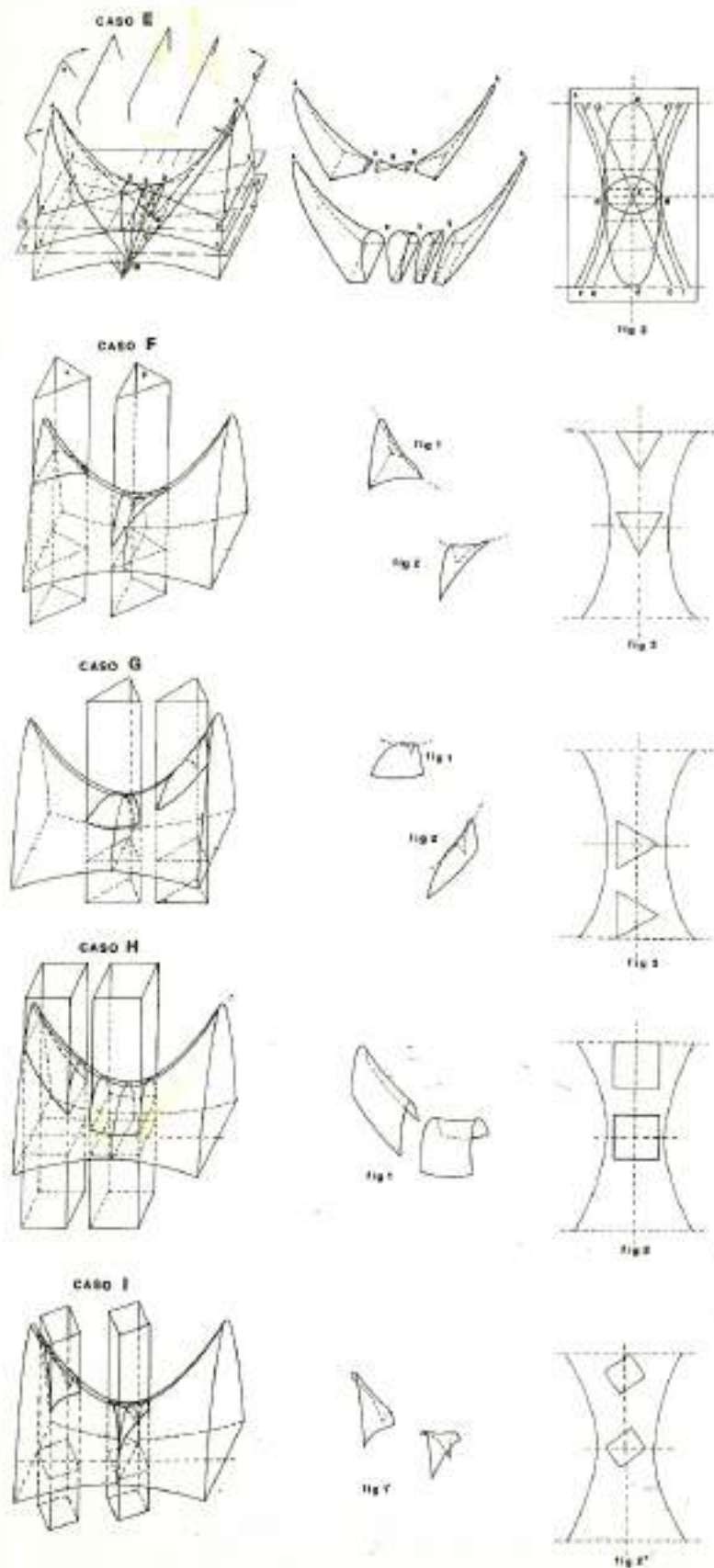
Intersezioni tra porzione di paraboloidi iperbolici ed un piano  $\beta$  incernierato sull'asse passante per DE.

Il piano  $\beta$  incernierato in DE ruotando determina rispettivamente le forme di fig. 1, 2, 3, passando per i punti A, A', A''. In fig. 4 proiezioni in pianta delle intersezioni.

Intersezioni tra porzione di paraboloidi iperbolici e due piani  $\alpha$  e  $\beta$  incernierati sull'asse NW.

I due piani  $\alpha$  e  $\beta$  ruotando verso il centro determinano le forme messe in evidenza nelle fig. 1, 2, 3. In fig. 4 appaiono le proiezioni in pianta.

Tav. 2.4 a-d Sezioni di un paraboloidi iperbolico.



Intersezioni tra una porzione di paraboloidi iperbolici, due piani  $\alpha$  e  $\beta$  incernierati sull'asse NW, e due piani  $\gamma$  e  $\delta$  orizzontali.

I due piani  $\gamma$  e  $\delta$  tagliano orizzontalmente la porzione di paraboloidi iperbolici rispettivamente nel punto O di livello minimo della sella, e punto K (meta dell'asse OZ). I due piani  $\alpha$  e  $\beta$  incernierati in NW si riferiscono al caso precedentemente trattato. È stata posta in evidenza con tratteggio la sezione relativa al piano  $\delta$ .

Intersezioni tra porzione di paraboloidi iperbolici ed un prisma regolare a base triangolare, verticale.

Un prisma verticale triangolare traslando dalla posizione  $\alpha$  alla posizione  $\beta$ , stacca porzioni di paraboloidi iperbolici quali quelle delle figure 1 e 2, con relativi passaggi intermedi. Nella figura 3 si evidenzia la posizione del prisma in pianta.

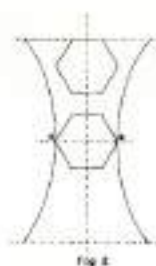
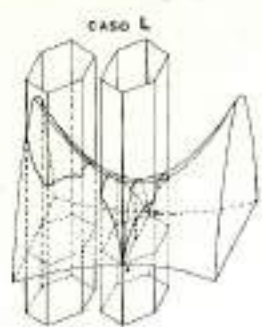
Intersezioni tra porzione di paraboloidi iperbolici ed un prisma regolare a base triangolare, verticale, ruotato di  $30^\circ$  rispetto al caso precedente. Si ripete una situazione analoga al caso F.

Intersezioni tra porzione di paraboloidi iperbolici ed un prisma regolare a base quadrata, verticale.

Un prisma verticale retto a base quadrata, trasla lungo l'asse maggiore della porzione di paraboloidi iperbolici, considerata, separandose delle porzioni come in fig. 1. Nella figura 2 si riporta la situazione in pianta.

Intersezioni tra porzione di paraboloidi iperbolici ed un prisma regolare a base quadrata, verticale ruotato di  $30^\circ$  circa rispetto al precedente. La differenza tra questo caso e il precedente, viene evidenziata dalle posizioni assunte dai prismi in pianta (vedi figg. 2 e 2').

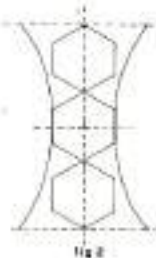
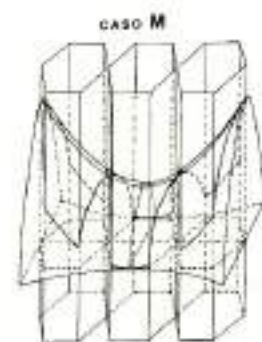
Tav. 2.4 f-i Sezioni di un paraboloidi iperbolico.



Intesezioni tra porzione di paraboloido iperbolico ed un prisma regolare a base esagonale, verticale.

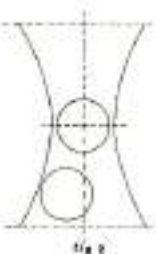
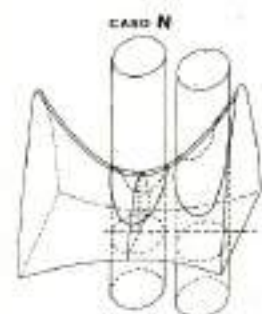
**Tav. 2.41-o** Sezioni di un paraboloido iperbolico.

Un prisma a sezione esagonale, che trasla mantenendo due lati dell'esagono di base paralleli all'asse AB del par. ip. (fig. 2), stacca porzioni di superficie, come quelle in fig. 1.



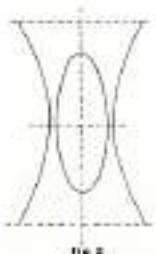
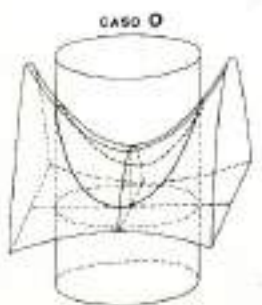
Intesezioni tra porzione di paraboloido iperbolico ed un prisma regolare a base esagonale, verticale, ruotato di 30° rispetto al caso precedente.

Un prisma esagonale che assume le posizioni riportate nella figura a sinistra, interseca il paraboloido iperbolico separandone tre porzioni come in fig. 1.



Intesezioni tra porzione di paraboloido iperbolico ed un cilindro verticale.

Un cilindro verticale intersecando il paraboloido iperbolico in diverse posizioni separa elementi di superficie molto diversi fra loro: un esempio è dato dalla fig. 1.

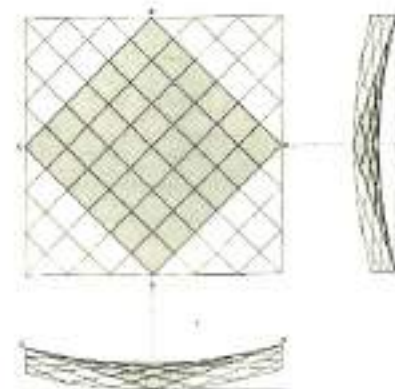


Intesezioni tra porzione di paraboloido iperbolico ed un cilindro a base ellittica.

Un cilindro a base ellittica interseca il paraboloido iperbolico, staccandone una sella come in fig. 1.

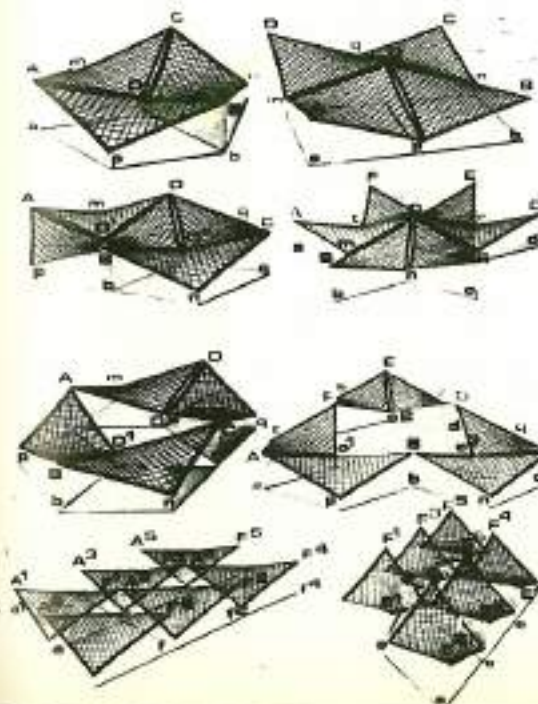
Una pratica realizzazione di copertura adottante uno schema di questo tipo è il Palazzo dello sport di Milano, in cui la trave di bordo è costituita da cassoni in acciaio, a sezione rettangolare saldati in officina, bullonati tra loro al montaggio e sorretti da cavalletti in c.a. I bordi, costituendo un quadro rigido, siano essi in acciaio o in c.a., vengono calcolati come travi dritte o curve, sottoposte a sforzi di trazione provenienti dai cavi. Sui bordi si vengono ad esercitare sollecitazioni composte.

**Fig. 2.39** Sezione equilatera di H.P.



La superficie dell'H.P. equilatero, ottenuta secondo lo schema illustrato in fig. 2.39, superficie delimitata con travi di bordo rettilinee, si presta in modo particolare a soluzioni aggregative. Infatti, l'aggregazione di un insieme di componenti H.P. danno origine a sistemi detti «in serie». Ciascun H.P. mantiene la sua caratteristica di sistema elementare chiuso

**Fig. 2.40** Disposizione in serie di H.P.



in se stesso, e perciò strutturalmente indipendente, quali che siano le modalità di assemblaggio dei bordi fra gli H.P. equilateri componenti. E' interessante notare la vasta possibilità di varietà formale dei sistemi in serie, nonché la loro adattabilità ad una applica-

zione in serie modulare (fig. 2.40), qualora gli H.P. componenti vengano trattati come elementi standardizzati. Una pratica realizzazione, che rispecchia tali caratteristiche, è il Palazzo dello sport del parco olimpico Kamazawa a Tokio. Nella maggior parte dei casi, comunque, si fa ricorso a strutture di bordo ad andamento curvilineo, che seguono il più possibile la funicolare dei tiri trasmessi dalle funi. I bordi curvi sono sollecitati in maniera più vantaggiosa essendo prevalentemente soggetti a compressione (fig. 2.41). Ciò permette di diminuire la loro sezione resistente, ottenendo quindi una certa economia sul materiale, alleggerendo la struttura.

**Fig. 2.41** Distribuzione degli sforzi in strutture delimitate da archi

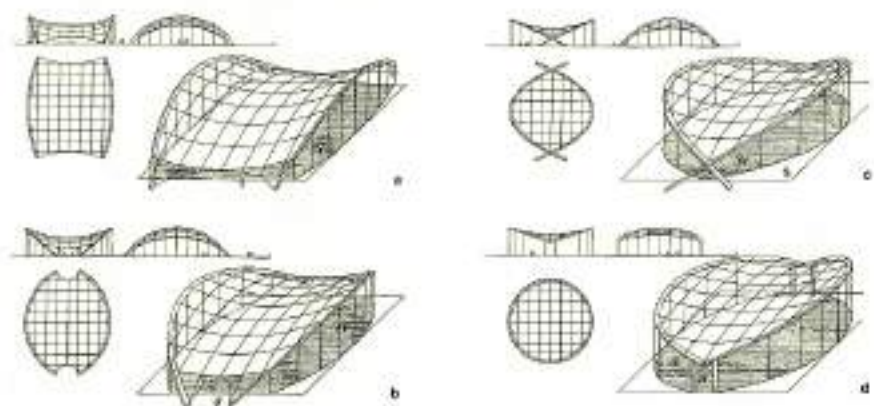


Lo studio della forma da conferire ai bordi è altrettanto importante della scelta della superficie propriamente detta. Ad esempio, la delimitazione di una superficie a sella con archi iperbolici è assai più favorevole di quella delimitata con archi parabolici, poiché gli archi iperbolici permettono di ottenere una migliore distribuzione della curvatura anche nella zona dei bordi e quindi garantiscono una maggiore rigidità locale e complessiva della rete di funi. D'altro canto, per quanto riguarda lo stato di sollecitazione dell'arco stesso, la forma migliore dipende dalla distribuzione dei tiri nella rete. La soluzione definitiva è, come al solito, un compromesso che caratterizza la fase di progettazione delle strutture, sintesi di un notevole numero di variabili ed ipotesi di progetto. Per quanto riguarda le tensostrutture a rete con bordi curvi, è possibile fare una distinzione tipologica definita dalla inclinazione degli archi, come illustrato in fig. 2.42. Il sistema a è molto aperto, con profilo degli archi poco pronunciato. I cavi portanti sono impostati su archi rigidi mentre i cavi di stabilizzazione sono ancorati a bordi flessibili. Nel sistema b si nota una maggiore inclinazione degli archi e un conseguente loro avvicinamento alla base, con possibilità di prevedere fondazioni uniche. Il caso c prevede l'intersezione degli archi prima di giungere a terra dando origine ad un sistema chiuso.

Fig. 2.42 Alcune tipologie a rete con archi al bordo.

La sezione di incrocio è fortemente compressa. Il sistema *d* è a bordo continuo e nessuna forza orizzontale è trasmessa al terreno. In questo caso, si arriva ad avere una pianta circolare.

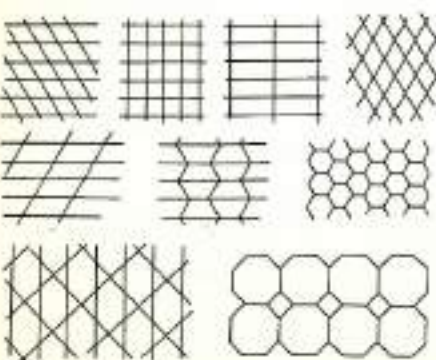
Tra le realizzazioni pratiche che adottano gli schemi strutturali ora descritti, citiamo come esempio utilizzando la soluzione *b* lo stadio di S. Ouen (Parigi) in cui gli archi sono



realizzati in cemento armato. Nell'ambito delle strutture nelle quali gli archi si incrociano prima di giungere a terra, si ricorda la Raleigh Arena, schema *c*, mentre il palazzo dello sport di Bratislava ci fornisce un esempio applicativo dello schema *d*, in cui gli archi non convogliano direttamente gli sforzi al suolo, in quanto tale funzione è assolta da piedritti verticali.

Le precedenti soluzioni trovano, però, dei limiti nei difetti propri degli archi, quali la loro particolare sensibilità ai carichi dissimmetrici ed ai fenomeni di instabilità fuori dal proprio piano, difetti la cui importanza cresce con l'entità della luce, sino a rendere indispensabile il ricorso a strutture di bordo notevolmente pesanti. In queste condizioni è preferibile la soluzione di fig. 2.43 nella quale, con introduzione di nervature centrali stabilizzate

Fig. 2.44 Alcuni esempi del tipo di maglia usato per le reti.



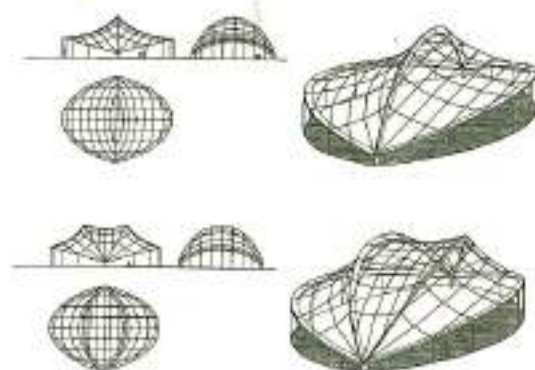
dalla rete stessa, si consente di ridurre le sollecitazioni nelle strutture di contorno. Anche le costolature intermedie possono essere progettate con andamento curvilineo e tali da essere sollecitate quasi esclusivamente a compressione. Esempi di realizzazioni pratiche di questi schemi strutturali ci sono forniti dalla Yale University a New Haven e dalla chiesa di Rutigliano a Bari. Le maglie delle reti di cavi possono

essere di diversi tipi, ossia a trama regolare (fig. 2.44), radiale regolare o irregolare. La scelta del tipo di maglia è condizionata da fattori di praticità esecutiva, di montaggio e da fattori economici, in rapporto con il materiale di copertura prescelto. Le maglie più frequentemente impiegate sono quelle quadrangolari e triangolari.

2.7.2 Reti di forma libera

Tutte le soluzioni fin qui esaminate utilizzavano una superficie Hyphar o sue porzioni, la cui definizione è individuabile analiticamente. E' opportuno rilevare, però, che vi sono anche reti, la cui forma è completamente libera e analiticamente non definibile, originanti coperture dall'aspetto complesso la cui resa architettonica dal punto di vista estetico è molto interessante. Data la complessità della superficie, le curve descritte dalle singole funi presentano dei cambiamenti di segno della curvatura o non giacciono più in un unico

Fig. 2.43 Reti di funi con nervature centrali.



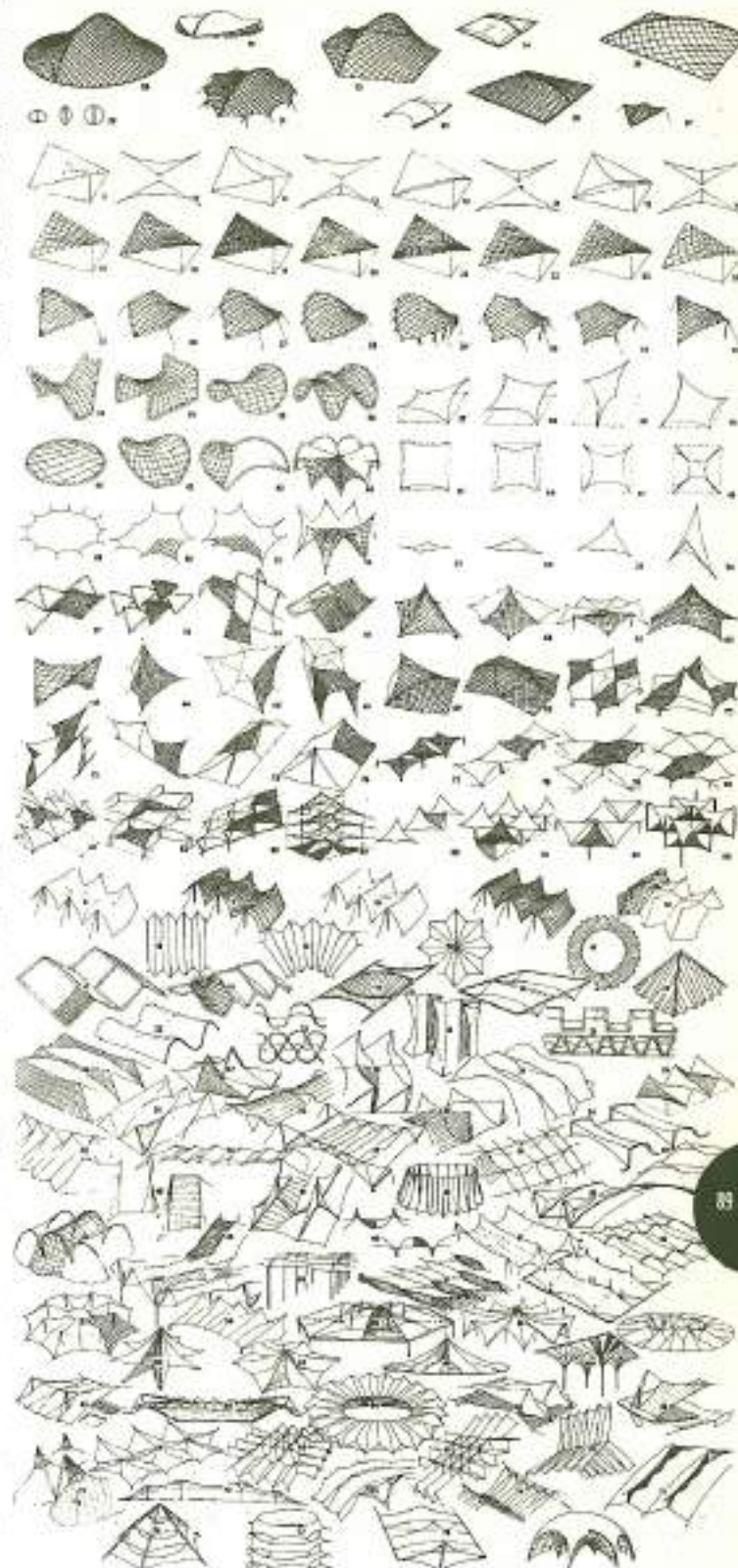
piano. Questo tipo di coperture viene detto a tenda, in quanto ricalca fondamentalmente lo schema base utilizzato nel passato. Il rilancio delle coperture a tenda è stato favorito ai nostri giorni dal progresso tecnologico che ha reso disponibili materiali molto più resistenti dei teli tradizionali. A ciò si accompagna la possibilità di usare funi di acciaio ad elevata resistenza indispensabili per realizzare una ossatura in

grado di sopportare le elevate tensioni che si generano nelle coperture di grande luce. In esse, il supporto perimetrale rigido-continuo è in tutto o in parte sostituito da puntelli, eventualmente disposti anche all'interno della copertura, e da funi di bordo (fig. 2.45).

Queste ultime sono forse l'elemento maggiormente qualificante delle reti, per la loro capacità di rendere dinamica la superficie e di permettere compenetrazioni di spazi, con possibilità compositiva illimitata. Problemi di ordine tecnico ed architettonico si sovrappongono alla semplicità di tali elementi; infatti i sistemi di tamponamento verticale ed il rapporto rete suolo non sono di facile soluzione.

A conclusione di quanto fin qui esposto in merito alle reti, siano esse di superficie ricavabile da quella del paraboloide iperbolico, o reti di forma libera, riassumiamo nella tavola 2.5 una serie di soluzioni schematiche, alcune delle quali hanno anche avuto una pratica applicazione

Fig. 2.45 Westfalenhalle a Dortmund.

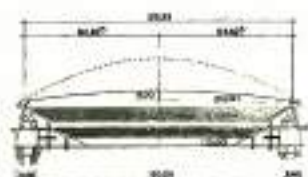


Tav. 2.5 Schemi tensostrutturali piani, a rete e membrane (241).

E' evidente che, una volta assimilati i concetti fondamentali relativi alla problematica tensostrutturale, il progettista potrà ampliare notevolmente questa casistica specialmente dal punto di vista formale.



1983



- a - lo stadio in fase di costruzione
- b - veduta generale
- c - sezioni
- d - sezione delle gradinate e piastrina di sostegno dell'anello perimetrale
- e - pianta

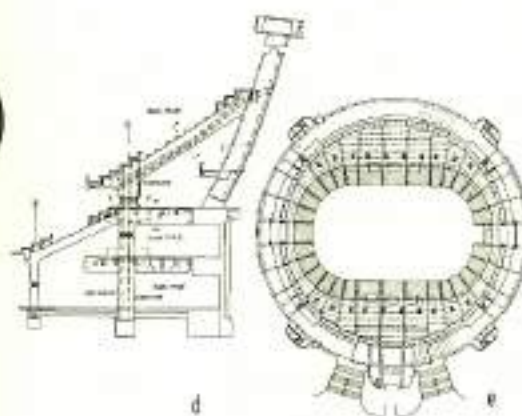
STADIO DEL GHIACCIO

Calgary (Canada)

Lo stadio olimpico del ghiaccio di Calgary (Saddledome) ha una capacità di circa 3000 posti, e la sua inaugurazione è avvenuta nell'ottobre 1983.

La pianta si presenta di forma circolare e la superficie di copertura, a sella (da qui il nome Saddledome), è ottenuta dalla intersezione di una sfera di raggio pari a 67,65 m con un paraboloide iperbolico che genera la copertura stessa e da un piano che delinea la base. Le dimensioni dell'edificio sono rilevabili dalle figure illustrative. La trave anulare è costituita da 16 elementi in c.a. pre-compresso di dimensioni 1,5x4,3x27,4 m

prefabbricati con due stampi a geometria variabile in modo da seguire la costante variazione delle curvature della trave sul piano orizzontale e verticale. Per quanto riguarda le funi, le portanti sono costituite da due elementi formati ciascuno da 12 trefoli con resistenza totale pari a 735,3 kN ogni 6 m. I 4 cavi posti al centro della copertura contengono due paia ciascuno di 15 trefoli poiché sopportano 500 kN di carico supplementare dovuto al tabellone segnapunti e pesi connessi. Le funi stabilizzanti sono costituite da 19 trefoli da 15 mm ciascuno con carico di rottura pari a 306,4 kN. Il punto centrale della copertura si trova a 14 m dal punto più alto della trave anulare, mentre la massima differenza di quota si riscontra tra i punti più alti e più bassi della trave anulare stessa con un valore di 20 m. Il guscio di copertura è realizzato in calcestruzzo leggero ed extra leggero con uno sviluppo totale di 136 m, uno spessore di 50 mm e giunti tra i pannelli pari a 300 mm; si estende per una superficie di 13.900 m<sup>2</sup> ed il suo peso è di 25.000 kN [2.27].



avvenuta nell'ottobre 1983. La pianta si presenta di forma circolare e la superficie di copertura, a sella (da qui il nome Saddledome), è ottenuta dalla intersezione di una sfera di raggio pari a 67,65 m con un paraboloide iperbolico che genera la copertura stessa e da un piano che delinea la base. Le dimensioni dell'edificio sono rilevabili dalle figure illustrative. La trave anulare è costituita da 16 elementi in c.a. pre-compresso di dimensioni 1,5x4,3x27,4 m



1953

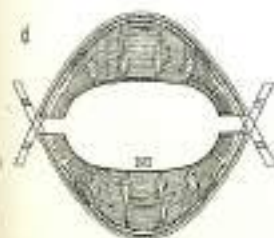


- a - fase di montaggio
- b - vista generale
- c - sezione
- d - pianta

RALEIGH ARENA

(USA)

L'edificio ha dimensioni di 92x97 m e la copertura è sospesa tra due archi parabolici in cemento armato incrociatisi tra loro, giacenti in due piani che formano un angolo ottuso, e sostenuti da montanti verticali in acciaio rivestiti in calcestruzzo. La rete di cavi consiste di 47 cavi portanti prestirati del diametro variabile da 19 mm a 33 mm con alle estremità capicorda forgiati tipo chiuso a doppio gambo filettato. I cavi tenditori, prestirati e zincati hanno invece un diametro variabile da 13 mm a 19 mm ed i capicorda sono del tipo aperto a doppio gambo filettato. All'atto della messa in opera le funi furono semplicemente sospese ai bordi, e non si applicò la pretensione. Per questo motivo a struttura ultimata si manifestarono grandi deformazioni sulla copertura indotte da distribuzione turbolenta del vento. Furono quindi installati all'interno dell'arena alcuni stralzi inclinati con il compito di irrigidire la copertura ancorandola ai pilastri. I due archi sono collegati mediante funi d'acciaio sotterranee presollecitate. La superf-



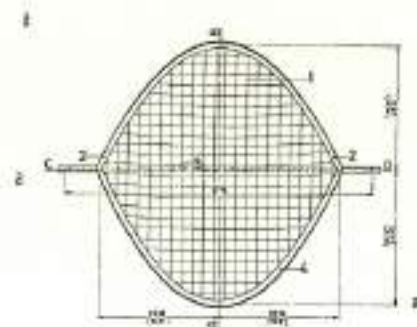
cie coperta è di circa 10.000 m<sup>2</sup>. La Raleigh Arena è stata una delle prime coperture a rete di funi e per anni è stata l'esempio più importante e significativo [2.5].

STADIO

Saint-Ouen (Francia)

Dimensioni 100x45 m. Gli archi sono in cemento armato. Al contrario di quanto avviene per la Raleigh Arena essi non si intersecano ma sono distanziati tra loro ed il contorno è completato da funi di bordo; queste ultime superati gli archi terminano in blocchi di ancoraggio a livello del terreno. Gli archi, di sezione cava, ospitano all'interno le condotte d'aria dell'impianto di condizionamento. Una particolarità di questa costruzione è che le due famiglie di funi sono state fissate tra loro nei nodi prima del montaggio ma lasciate libere di scorrere l'una sull'altra durante la fase della pretensione e fatte assestare tramite vibrazioni. Le funi perciò si sono disposte secondo le geodetiche della superficie, cioè secondo le linee di minore lunghezza fra i punti di ancoraggio [2.8], [2.14].

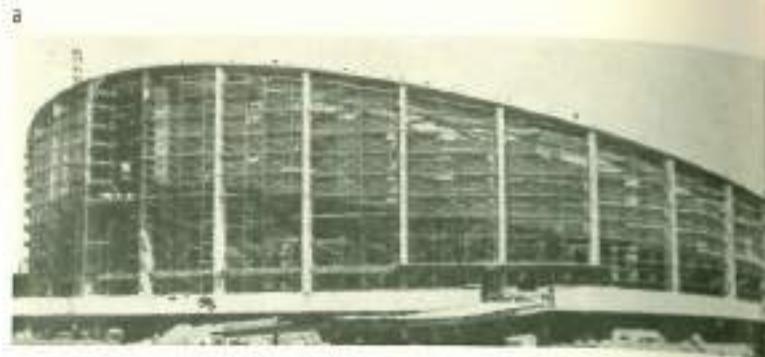
- a - vista frontale prima della posa in opera della copertura
- b - vista laterale



**AUDITORIUM DELL'UNIVERSITA' DI BRUXELLES**  
Bruxelles (Belgio)

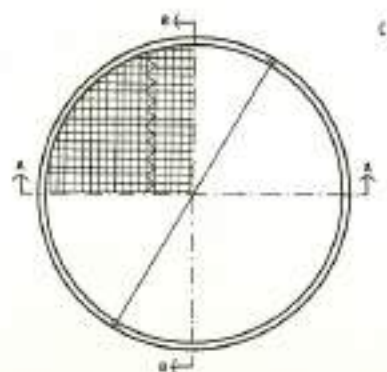
La forma della pianta si avvicina molto a quella di un'ellisse avente un asse maggiore di 48 m e un asse minore di 44 m. La copertura è sostenuta da una rete di funi a curvatura contrapposta in cui le portanti, in numero di 22, hanno un diametro di 33 mm mentre le stabilizzanti, in numero di 24, hanno un diametro di 21 mm; le une e le altre sono poste a distanza di 2 m tra loro. Gli archi di bordo sono in c.a., hanno una sezione 120x60 cm e giacciono in piani formanti tra loro un angolo di 120°, questi sono sostenuti da pilastri verticali disposti lungo il perimetro. Le spinte orizzontali degli archi sono scaricate su due robusti sostegni a tre piedi in calcestruzzo armato collegati fra loro da un tirante in c.a.p. di sezione 45x75 cm [2.26].

- a - pianta
- b - sezione longitudinale
- c - sezione trasversale
- 1 - funi
- 2 - sostegni a tre piedi
- 3 - tirante in precompresso
- 4 - arco



**ARIZONA COLISEUM**  
(USA)

L'edificio ha forma perfettamente circolare, ed ha un diametro di 112 m; l'anello di bordo, cui è ancorata la rete di funi, a maglia quadrata, ha un'altezza massima di 30,5 m e una minima di 19,2 m, ed è sostenuto da colonne in acciaio. Il suo andamento nello spazio fa sì che la rete di funi presollecitate si disponga secondo una superficie anticlastica a forma di paraboloidi iperbolico. La copertura è realizzata con lastre di cemento armato prefabbricate e sigillate con un getto successivo [2.8].



- a - vista generale
- b - sezioni schematiche
- c - pianta



**PALAZZO DELLO SPORT**  
Bratislava (Cecoslovacchia)

Di forma quasi circolare misura, 66x70 m lungo gli assi principali. È stato completato nel 1962. Gli archi parabolici di cemento armato si intersecano, ma al contrario di quanto avviene nell'Arena Raleigh, si uniscono ad un unico blocco in c.a. che scarica a terra le risultanti degli sforzi che in esso confluiscono. L'altezza massima del bordo parabolico è di 21,2 m. Il rapporto  $f/L$  nel punto centrale della copertura per la fune portante è di 0,087, per la stabilizzante di 0,082. Le pareti perimetrali, dell'edificio sono quasi totalmente vetrate e permettono una intensa illuminazione naturale all'interno dello stesso [2.12].



- a - vista generale
- b - schema della tipologia strutturale a cui appartiene lo stadio di Bratislava
- c - sezione

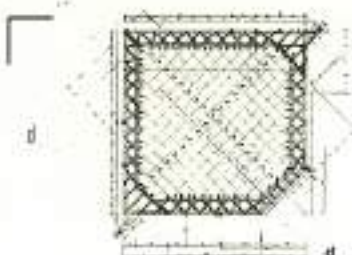
- 1 - copertura
- 2 - archi parabolici
- 3 - parete perimetrale



**CHIESA DI CORREZZOLA**  
Padova (Italia)

La rete di funi è ancorata ad un anello di bordo solidale all'intelaiatura d'ambito in c.a. La superficie di copertura, a paraboloidi iperbolico, è limitata dall'intersezione con un cilindro ad asse verticale; gli assi dell'ellisse sono disposti in modo che all'estremità dell'asse maggiore di 34 m, corrispondano i due punti più alti della copertura a quota 12 m, mentre i due punti più bassi a quota 4,80 m si trovano all'estremità dell'asse minore lungo 25 m. La sezione dell'anello in c.a. è rettangolare. La tensostruttura è formata da funi spirroidali di 19 mm di diametro, disposte parallelamente ai due assi dell'ellisse in pianta, realizzando maglie quadrangolari di circa 1,5 m [2.42].

- a - la struttura in fase di costruzione
- b - prospetto schematico lato ovest



a - ancoraggio delle funi alla struttura di bordo  
b - la rete a montaggio ultimato  
c - plastico dell'impianto  
d - pianta delle strutture di copertura

PISCINA

Gubbio (Italia)

La superficie coperta è di circa 1200 m<sup>2</sup>. La copertura è realizzata mediante una tensostruttura a rete; la struttura di ancoraggio che ne definisce le condizioni al contorno si presenta in forma di poligono non regolare ed è stata realizzata con un telaio reticolare spaziale in c.a. La superficie di copertura così delimitata si presenta simile ad una porzione di paraboloidi iperbolici. Le funi formanti la rete sono del tipo spiroidale zincato, con carico di rottura a 1600 N/mm<sup>2</sup>, i cui diametri sono di 28 mm e 19 mm rispettivamente per le funi portanti e stabilizzanti. Per l'ancoraggio alla struttura di bordo sono stati adottati capicorda fissi, direttamente ancorati all'intradosso della trave, e regolabili, passanti attraverso la trave e ancorati all'estradosso della stessa in modo da ottenere, per gli incroci più vicini alla trave, la non sovrapposizione delle teste delle funi. I capicorda fissi sono collegati ad una piastra opportunamente ancorata nel cemento armato [2.16].

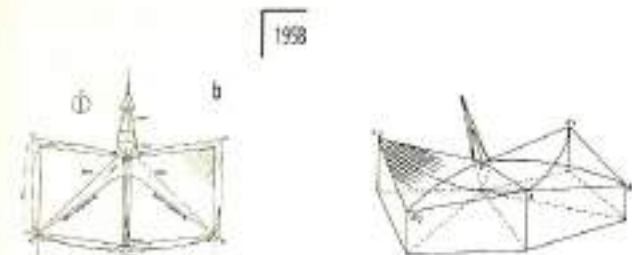


la piscina in fase di costruzione

PISCINA

Naumkirchen Saar (Germania)

La pianta dell'edificio è assimilabile a quella di un trapezio. La rete di funi, a curvatura contrapposta, viene ancorata ad una trave di bordo anulare che segue il perimetro dell'area che ricopre. Questa trave ha una sezione costante di 5 m per uno spessore di 40 cm, rinforzata da nervature che le conferiscono la necessaria resistenza a torsione. La luce coperta dalla rete lungo l'asse longitudinale dell'edificio, secondo il quale sono disposte le funi portanti, è di 2 m. Il sistema è interamente bilanciato ma notevoli sono le sollecitazioni flessionali che nascono per il forte scostamento dell'asse della trave di bordo dal poligono funicolare dei tiri trasmessi dai cavi [2.12].



a - vista generale  
b - schemi strutturali

PADIGLIONE FRANCESE ALL'EXPO '58

Bruxelles (Belgio)

L'edificio è composto in pianta da due rombi accostati sostenuto da una struttura metallica costituita da un pilone di grandi dimensioni da cui si dipartono due travi diagonali supportate, all'altra estremità, da cavalletti a tre appoggi. La struttura di contenimento è realizzata in tubolare metallico e coronata da travi collegate tra loro da semi-articolazioni cui sono sospese le reti di funi che supportano la copertura. La rete a maglia quadrata è formata da fasci di funi pretese di 7 mm di diametro. La trave centrale ha una lunghezza di 70 m, quelle diagonali di 94 m. Le estremità di ciascuna delle travi di bordo, pure di 70 m come la centrale, hanno alternativamente distanza dal suolo di 17 m e 35 m. Il perimetro della copertura risulta così definito da due poligoni spaziali a pianta romboidale uguali su cui i cavi avvolgono superfici di paraboloidi iperbolici [2.12], [2.14].

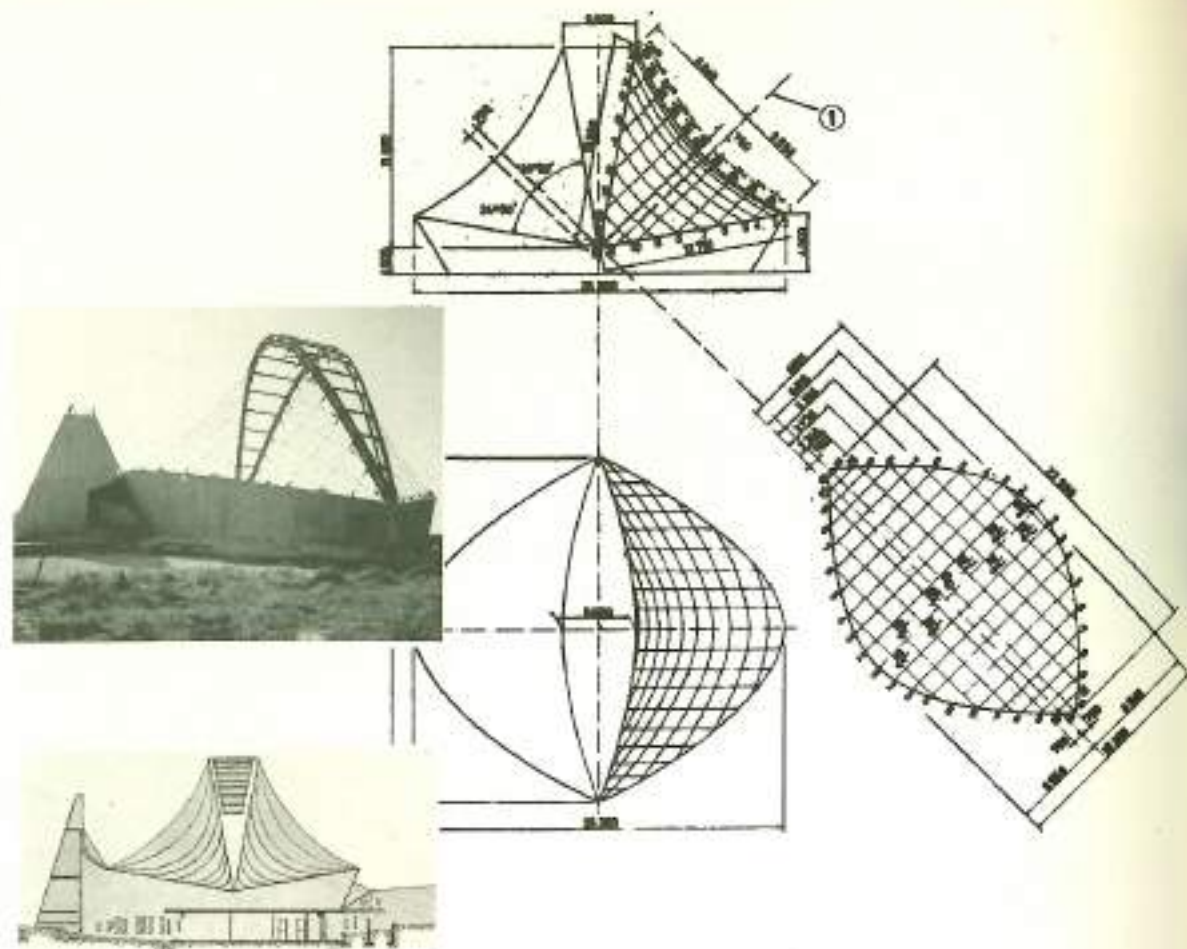


a - vista della facciata principale  
b - spina centrale e attacchi delle funi

YALE UNIVERSITY

New Haven (USA)

Questa struttura realizzata nel 1958 ci offre un esempio della tipologia strutturale utilizzando una nervatura ad arco centrale in equilibrio sotto le azioni orizzontali trasmesse dalle funi. Le dimensioni dell'edificio in pianta sono di 67x55 m. La copertura è costituita da due superfici curve inclinate in senso opposto sostenute da un arco in c.a. di 73 m di luce, contenuto nel piano verticale di simmetria della costruzione. L'arco ha forma parabolica e si prolunga oltre gli appoggi mediante sbalzi curvi concavi verso l'alto. La struttura di contorno è costituita da due pareti verticali sulle quali è disposto un arco inclinato che segue la loro curvatura. Le funi utilizzate per la rete hanno un diametro di 24 mm e sostengono la copertura realizzata in legno di 5 cm di spessore [2.14].



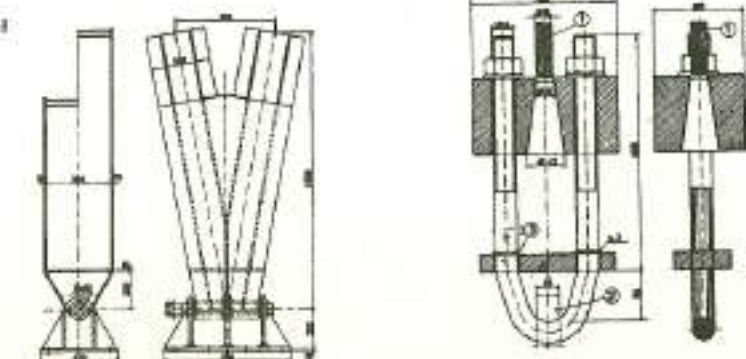
CHIESA DI RUTIGLIANO

Bari (Italia)

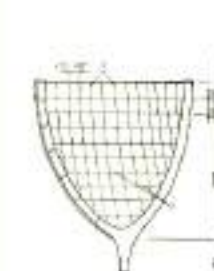
Lo schema strutturale è simile a quello della Yale University però l'arco centrale, in acciaio, si sdoppia, permettendo che la luce penetri dall'alto nella ambiente. La superficie geometrica di base è quella di un paraboloide iperbolico delimitato da due piani inclinati asimmetrici rispetto l'asse di simmetria dello stesso. La porzione di superficie così delimitata viene affiancata da un'altra uguale disposta simmetricamente e distanziata in sommità di m. In questo modo si ottiene un

volume con forma di tiara di 13,6 m di altezza e di 23,5x25,2 m di pianta. Le funi, sia portanti che stabilizzanti, hanno un diametro di 18 m.

L'arco metallico che sorregge la tensostruttura ha luce di 23,5 m e di altezza di 12,80 m ed è incerniato alle imposte. Le teste di ancoraggio delle funi sono le stesse sia per gli attacchi sull'arco metallico sia sul basamento in c.a. opportunamente sagomato e dimensionato per assorbire gli sforzi trasmessi dalla struttura di copertura [2.29].



- a - disposizione delle funi al montaggio; prospetto laterale, vista dall'alto, vista secondo l'asse del paraboloide
- b - la rete in fase di montaggio
- c - prospetto laterale
- d - particolari al basamento dei due archi e degli attacchi alle estremità delle funi



a - vista frontale della tribuna  
b - prospetto laterale e pianta



TRIBUNA DELL' AUDITORIUM ALL' APERTO Tallin (URSS)

- 1 - rete di cavi
- 2 - bordo in c.a.
- 3 - bordo in tubolare d'acciaio
- 4 - gradinate
- 5 - funi stabilizzanti
- 6 - funi portanti

La copertura della tribuna è sostenuta da una rete di cavi pretesa entro un bordo curvilineo; esso è costituito da due parti distinte: una in c.a. e l'altra in tubolare d'acciaio. La superficie della rete è una porzione di paraboloide iperbolico; le maglie non sono regolari e le distanze variano da 2,10 m a 3,20 m tra le funi portanti in numero di 19, e da 3,15 m a 3,75 m tra le stabilizzanti in numero di 12. Le dimensioni in pianta della copertura sono secondo gli assi mediani di 37x75 m. Per questa struttura la maggiore difficoltà risiede nel fatto che la spinta trasmessa al bordo dipende in modo rilevante dalle modalità di distribuzione del carico e dalla sua intensità [2.12].



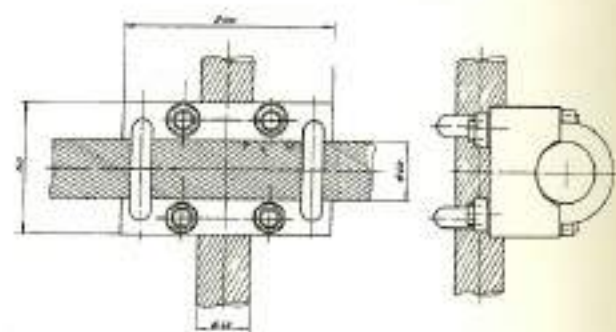
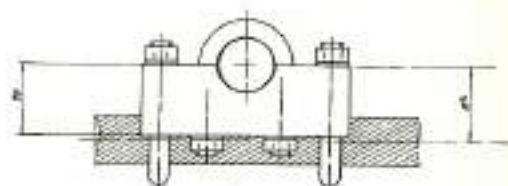
PALAZZO DELLO SPORT Tokio (Giappone)

L'edificio è un tipico esempio di aggregazione di superfici Hyphar. Esso può ospitare due campi da tennis coperti e 3000 spettatori. La pianta è quadrata con copertura a perimetro ottagonale formata da quattro paraboloide iperbolici. Le falde della copertura sono sostenute da quattro travi inclinate convergenti al centro della costruzione ed ancorate ai limiti esterni dello spazio circolare a giardino che circonda l'edificio. L'adozione di paraboloide con perimetro di bordo semisimmetrico ha permesso di raggiungere, nel centro della costruzione, la notevole altezza necessaria all'installazione degli impianti di illuminazione. Per la realizzazione dell'opera si sono rese necessarie numerose ed importanti prove su modelli in scala 1:50 e 1:10 [2.14].



a - prospetto in corrispondenza di una delle quattro travi inclinate  
b - veduta generale dall'alto  
c - sezioni

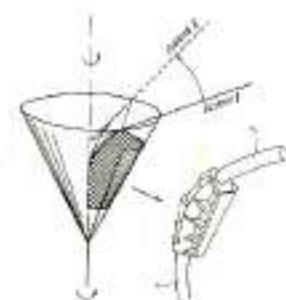
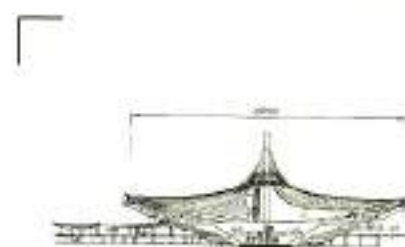




**PALAZZO DELLO SPORT**

Atene (Grecia)

L'edificio, di forma circolare in pianta, ha un diametro di 114 m circa. Il suo completamento è previsto per il 1985. La copertura è composta da una struttura a rete di cavi avente in pianta una maglia di 4 x 4 m. I cavi adottati hanno un diametro di 60 mm e 46 mm rispettivamente per le portanti e le stabilizzanti. Essi sostengono il manto di copertura consistente in lamiera grecata preverniciata internamente, alta 75 mm. La struttura di bordo è realizzata in cemento armato precompresso la cui sezione è scatolare. L'anello è sostenuto da 32 cavalletti in c.a.p. (Per una descrizione più particolareggiata si rimanda al cap. 8)



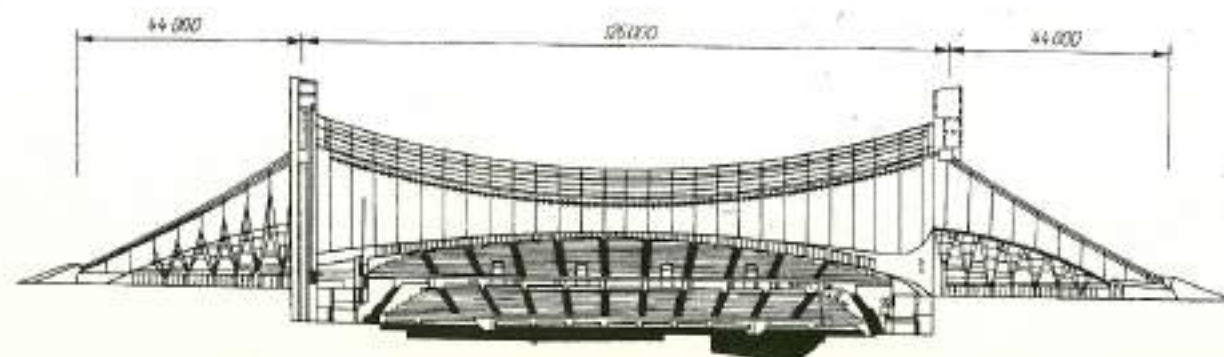
**PISCINA OLIMPICA**

Tokio (Giappone)

- a - veduta laterale
- b - sezione trasversale
- c - schema statico
- d - meccanismi girevoli della sella
- e - sezione longitudinale

Realizzata in occasione dei giochi olimpici del 1964. In questo edificio sono presenti due grandi pilastri distanti 126 m e collegati da due grossi cavi d'acciaio di 330 mm di diametro, ancorati ad una altezza di 44 m. Le funi discendono poi fino a due grossi blocchi di ammaro distanti 65 m. La rete di funi a sostegno della copertura è ancorata alle due funi principali e a travi di bordo che circondano le gradinate. I cavi utilizzati, oltre ai due già citati, hanno un diametro di 54 mm e 34 mm.

Lo sforzo nelle funi principali è di 13.500 kN, il che comporta una forza di compressione di 20.000 kN su ognuno dei piloni, nonché una forza di sollevamento di 12.700 kN sui blocchi di ammaro. Inoltre è importante rilevare che sono stati previsti, nei punti di attacco tra i cavi e i due piloni, dodici ammortizzatori ad olio per ridurre le oscillazioni del sistema [2.12], [2.8].



RETI DI FORMA LIBERA



1972



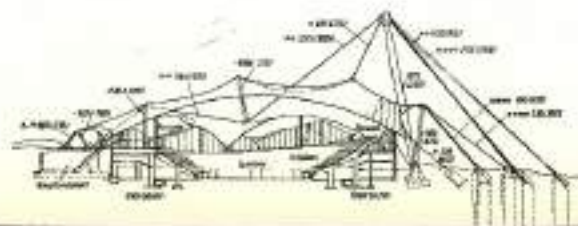
PARCO OLIMPICO DI MONACO OLIMPIADI 1972

Monaco (Germania)

La superficie coperta è ripartita nel seguente modo: su un totale di 74.800 m<sup>2</sup>, la sola copertura della tribuna dello stadio ne utilizza 34.500 m<sup>2</sup>, la palestra 21.750 m<sup>2</sup>, la piscina 11.900 m<sup>2</sup>, mentre la parte restante di circa 6600 m<sup>2</sup> copre gli spazi intermedi tra le strutture sopra citate. I lavori iniziarono nel 1970.

Furono necessari circa 210 Km di funi con trefoli da 19 fili e zincatura pesante ottenendo una capacità portante della rete di 147,1 kN/m nelle maglie normali e di 294,2 kN/m in quelle rinforzate. Il numero di morsetti utilizzati fu di 137.000, permettendo ai cavi di effettuare quei movimenti che consentono, alle maglie quadrate

della rete, di assumere durante il montaggio e una volta collocate al loro posto sulla copertura, forme di parallelogrammo o rombo, in modo che la rete finisca per assumere la sua configurazione definitiva. La rete è delimitata entro cavi di bordo; il cavo di bordo principale dello stadio è composto da 10 cavi elementari ciascuno di 120 mm di diametro, la sua lunghezza è di 440 m ed è sottoposto ad uno sforzo di circa 49.033 kN. La copertura è sostenuta da 44 piloni e 12 antenne di altezza variabile da 40 m ad 80 m i primi e, tra 7 m e 25 m, le seconde. Adeguandosi alle specifiche esigenze sono stati utilizzati tre diversi tipi di fondazione: a cuneo, a gravità, ad ancora. Infine per la copertura sono stati utilizzati circa 8500 pannelli di plexiglass 215 dello spessore di 4 mm. La scelta di questo materiale fu determinata da requisiti quali l'assoluta trasparenza, la durezza del materiale, la sicurezza antincendio ecc. [2.31], [2.32].



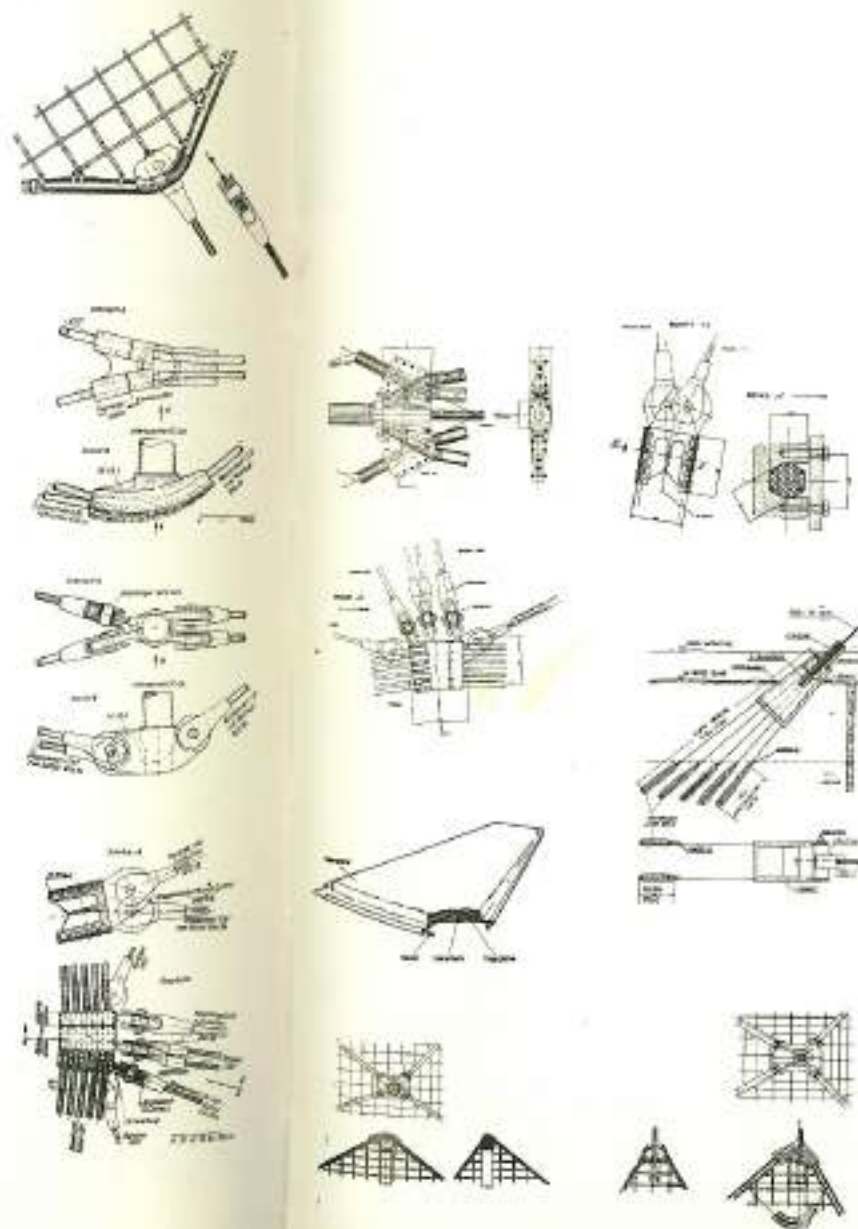
1981

a - la rete di funi a montaggio ultimato  
b - particolare  
c - disposizione in pianta delle funi ed altre visualizzazioni al plotter

CHIESA

Termoli (Italia)

Realizzata nel 1981. In questo caso la tensostruttura a rete serve per supportare la copertura di una chiesa. La rete in stato  $-<0^\circ$  è stata ottenuta prefissando sforzi costanti lungo le funi stabilizzanti. Le funi portanti in numero di 18 sono da un lato ancorate tutte al campanile in c.a., entro il quale sono stati predisposti gli opportuni ancoraggi. Il diametro delle funi portanti, come per le stabilizzanti, in numero di 10, è di 26 mm, e sono tutte di tipo spiroidale zincato. La copertura è realizzata in tavolato di legno con sovrapposti strati coibenti ed impermeabilizzanti [2.33].

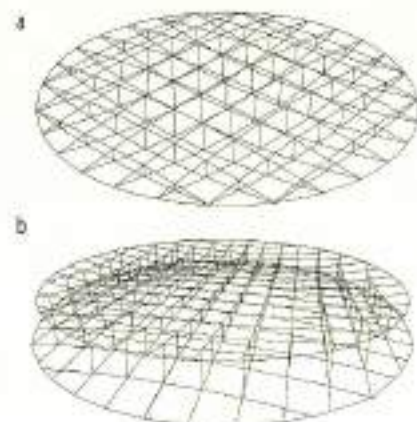


2.7.3 Reti a doppio strato

La superficie ottenibile all'estradosso e all'intradosso della copertura può essere:

- convessa (fig. 2.46a)
- concava (fig. 2.46b)

Fig. 2.46 Reti a doppio strato:  
a) convessa  
b) concava



In generale la scelta di queste tensostrutture a rete ha le seguenti motivazioni:

1) L'assenza del tamburo centrale per l'ancoraggio delle funi rappresenta un ulteriore alleggerimento della struttura proprio nella parte in cui essa è più sensibile ai carichi.

2) La disposizione a rete, che consente una distribuzione delle funi, lungo la superficie della membrana, più uniforme di quanto non sia concesso dalla tipologia radiale, dove si ha un addensamento delle funi al centro senza che ciò corrisponda effettivamente ad un locale aumento dello sforzo di membrana.

3) La possibilità di definire l'interasse tra le funi senza le restrizioni che comporta, invece, la presenza del tamburo centrale nella tipologia radiale. Questo fatto, inoltre, fa sì che l'azione trasmessa dalla membrana alla trave di ancoraggio sia quanto più possibile prossima ad un carico uniformemente distribuito lungo lo sviluppo dell'anello.

4) La possibilità, grazie alla scelta di una maglia triangolare, di ottenere una maggiore rigidità dell'insieme strutturale anello-tensostruttura.

5) L'eliminazione di tutta una serie di problemi di progettazione, esecuzione, trasporto e montaggio del tamburo centrale, che la scelta della tipologia radiale comporterebbe.

La tipologia che prevede un doppio strato a maglie triangolari con intercollegamenti compressi verticali, è ottimale per quanto riguarda la distribuzione delle forze d'ancoraggio sull'anello di bordo. Come si può notare in fig. 2.47a per una struttura di 29 metri di diametro, le forze agli ancoraggi provocati da un carico simmetrico (peso proprio + carichi accidentali), danno origine ad un diagramma di componenti orizzontali normali all'asse dell'anello pressoché uniforme (fig. 2.47b). L'anello, pertanto risulta prevalentemente compresso con modesto stato di sollecitazione flessibile. Una pratica realizzazione che adotta la rete a doppio strato a maglie triangolari è il palazzo dello sport di Torano Castello (Cosenza).

Ultimamente, solo per costruzioni di

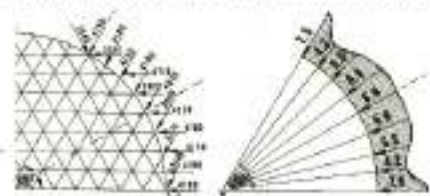
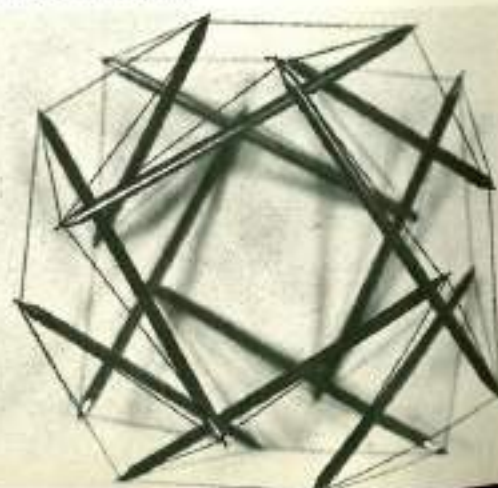


Fig. 2.47 Valore e direzione delle reazioni e carico risultante e radiale

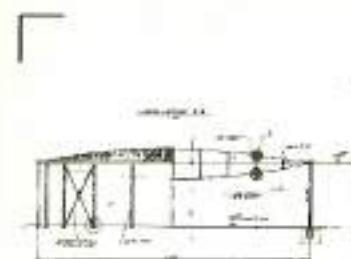
modesta luce, sono stati adottati complessi strutturali ad ordito spaziale a funzionamento misto tensione-compressione che sono noti con il nome di TENSEGRITY (parola composta dai termini inglesi tensional-integrity).

La caratteristica particolare dei sistemi tensegrity è che per ogni nodo può esistere solo un elemento compresso. Il risultato di una assemblaggio di alcune maglie modulari è illustrato in fig. 2.47bis.

Fig. 2.47 bis



RETI A DOPPIO STRATO

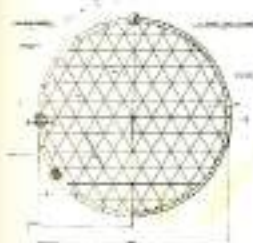


a - vista d'insieme della struttura  
b - collegamento in tubo d'acciaio tra le due superfici di funi  
c - schematizzazioni al plotter  
d - colonna di sostegno dell'anello  
e - particolare dell'ancoraggio all'anello di bordo  
f - sezione  
g - pianta  
h - particolari costruttivi

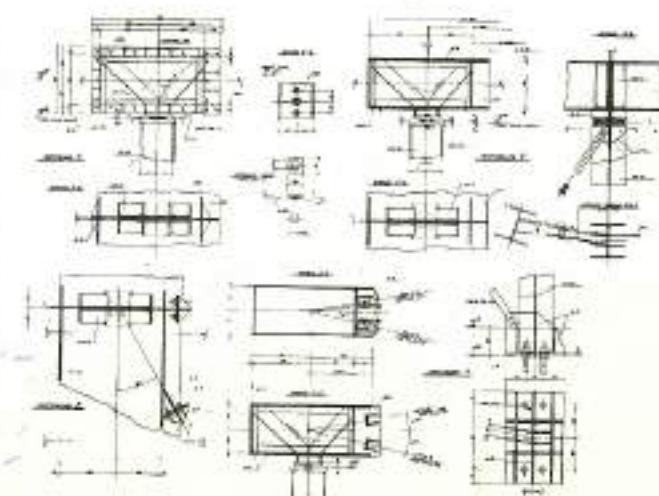
PALAZZETTO DELLO SPORT

Torano Castello (Cosenza)

L'edificio, impostato su una pianta circolare di 21 m di raggio, è costituito da una struttura di copertura di forma lenticolare (rete di funi a doppio strato), sostenuta lungo il perimetro da colonne in acciaio. La copertura che ha quindi una luce libera di 42 m è costituita da una tensostruttura spaziale realizzata con due diverse reti di funi collegate da montanti in tubo di acciaio. La rete inferiore, formata dalle funi portanti, è disposta secondo la superficie di un paraboloide di rivoluzione con asse verticale e concavità rivolta verso l'alto; diversamente la rete superiore, costituita dalle funi stabilizzanti, descrive una superficie del medesimo tipo ma con la concavità volta verso il basso. Le reti presentano in pianta maglie triangolari regolari e sono collegate dai montanti in corrispondenza dei nodi. Gli ancoraggi delle funi sono disposti lungo lo sviluppo di un anello circolare realizzato con lamiera d'acciaio in modo da formare una sezione scatolare



rettangolare chiusa. L'anello, a sua volta, è sostenuto da colonne realizzate con profili del tipo HEA. Le funi hanno un diametro di 24 mm e 19 mm rispettivamente per le portanti e le stabilizzanti. Completano le strutture di copertura un ordine di arcarecci UNP 120, opportunamente fissati ai nodi della tensostruttura e all'anello di bordo [2.33].





AMAGI DOME

(Giappone)

Il palazzo dello sport di Amagi di 50x50 m in pianta adotta una copertura di tipo "tensegrity". Il sistema, a due ordini di anelli circolari paralleli, è diviso in 16 settori meridiani. Le funi meridiane sono ancorate direttamente alla struttura in C.A. sagomato in accordo alla geometria della membrana di copertura la quale è realizzata in fibra di vetro ricoperta di teflon. Gli elementi di copertura sono posati sulle funi portanti meridiane le quali portano speciali elementi di unione in alluminio e neoprene.



2.8 STRUTTURE PNEUMATICHE

La stabilizzazione geometrica nelle strutture pneumatiche che non è ottenuta, come nel resto degli schemi tensostrutturali, mediante pre-sollecitazione di un sistema contrapposto di funi. La pre-tensione, in questo caso, è data da un carico interno distribuito: la «pressione interna»  $P_i$ , sempre agente, ovviamente, normale alla superficie della copertura. La stabilità geometrica, pertanto, non è ottenibile in assenza di carichi e quindi anche la configurazione di stato «O» (vedi Cap. 3) sarà funzione del carico stabilizzante della pressione interna. La superficie di copertura sarà necessariamente a doppia curvatura positiva.

Le strutture pneumatiche differiscono notevolmente dalle strutture convenzionali e anche dalle stesse tensostrutture in quanto per espletare la loro funzionalità strutturale necessitano di una continua erogazione di energia.

L'«ente resistente» delle strutture pneumatiche è fisicamente costituito da MATERIALI + SERVOMECCANISMI (automatici o manuali). Il gioco delle forze, in queste strutture, è molto chiaro e si riduce essenzialmente ad una situazione di equilibrio tra pressioni esterne (carichi) e pressione interna.

L'impianto meccanico, nelle strutture pneumatiche, ha funzione principale e va

quindi considerato come vera e propria «struttura portante» o, più generalmente, parte essenziale dell'«ente resistente».

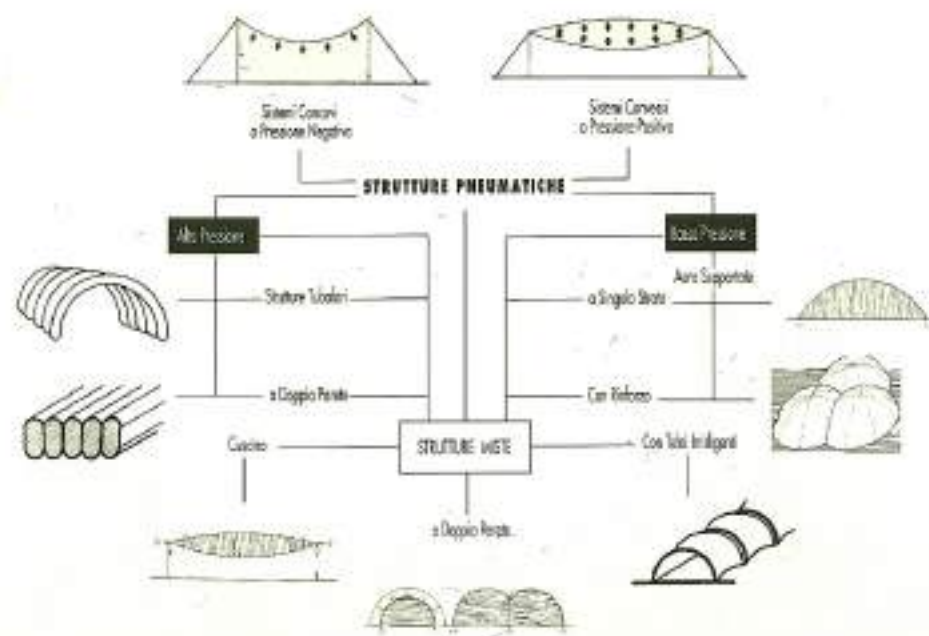
Così, delle tre fasi attraverso cui passa qualsiasi costruzione, ovvero progettazione, costruzione ed esercizio, quella dell'esercizio (che di solito viene sottovalutata, se non trascurata dalle norme tecniche relative alle costruzioni tradizionali), diventa importante almeno quanto le prime due, tanto che alcune norme estere prescrivono la designazione, per ogni struttura pneumatica di un «conduttore» della stessa, che ne assicuri la continuità di manutenzione e la sorveglianza, alla stessa maniera di un impianto meccanico o termico o chimico.

2.8.1 Definizioni tipologiche ed excursus storico

Si definiscono strutture pneumatiche, o aerosupportate, a singolo strato (air supported structures) quelle membrane strutturali che racchiudono uno spazio architettonico, ancorate al suolo e tenute in tensione da una sovrappressione d'aria interna, che dà loro forma e, grazie alla quale, possono resistere a carichi esterni. Le strutture pneumatiche possono essere classificate secondo lo schema di tavola 2.6.

La tipologia a singolo strato è illustrata

Tav. 2.6 Classificazione delle strutture pneumatiche [21].



in fig. 2.48.

La membrana, inoltre, può essere o meno rinforzata da funi di contenimento. Un altro tipo di strutture pneumatiche è rappresentato dalle strutture pneumatiche a doppio strato (air inflated structures) che sono usate come coperture di uno spazio architettonico (che non racchiudono) e sono costituite da una membrana strutturale chiusa, tenuta in tensione da una sovrappressione d'aria al suo interno (fig. 2.49). Anch'esse possono essere, o meno, rinforzate da funi di contenimento.

La differenza fra le due tipologie è che, per la prima l'accesso dello spazio architettonico che racchiude deve essere assicurato da porte a tenuta d'aria, cosa che non avviene per la seconda tipologia. D'altra parte quest'ultima offre un notevole ingombro architettonico di spazio utile e costi più elevati per la doppia quantità di materiale. Fra le strutture a doppio strato vi è un'ulteriore suddivisione tra le strutture a doppio strato vi è un'ulteriore suddivisione tra le strutture a bassa pressione (che varia come le strutture a singolo strato, nel campo 10-100 mm d'acqua corrispondenti all'incirca a 100-1000 N/m<sup>2</sup>) e le strutture tubolari ad alta pressione (fig. 2.50) in cui, per dare la necessaria stabilità, la pressione interna va dai 1000 ai 7000 mm d'acqua (10-70 kN/m<sup>2</sup>). Non mancano poi proposte di realizzazione di strutture pneumatiche a depressione d'aria (fig. 2.51). Si nota tuttavia che le strutture pneumatiche che hanno trovato, e trovano, il maggiore impiego sono quelle a singolo strato con sovrappressione d'aria interna.

Troviamo la prima idea di una struttura pneumatica in un brevetto di F.W. Lanchester del 1917 (fig. 2.52) per una

tenda aerosupportata per ospedali da campo e magazzini. In esso in realtà vi sono già tutti i concetti sviluppati poi per le strutture pneumatiche, ma tale brevetto non fu mai sfruttato.

Per avere il primo esempio di struttura pneumatica realizzata occorre andare all'anno 1946, quando, da una ricerca commissionata dall'Aeronautica Americana alla Cornell Aeronautical Laboratories, per lo studio di una realizzazione per il riparo da agenti atmosferici delle installazioni radar, nacque, sotto la guida di W. Bird, la proposta di una struttura pneumatica chiamata «radome» (radar-dome), (fig. 2.53).

In seguito le realizzazioni di strutture pneumatiche si sono moltiplicate, anche in seguito al crescente interesse nato intorno ad esse, che ha trovato il suo culmine nella costruzione dei padiglioni dell'Expo '70 di Osaka.

In fig. 2.54 è illustrata la sezione della struttura pneumatica del Fuji Group, realizzato con strutture pneumatiche tubolari ad alta sovrappressione interna (1000 mm d'acqua elevabili a 2500 mm in caso di tempeste di vento; la struttura ha dimensioni di 50-64 m in pianta, ed è alta 31 m).

Sempre all'Expo di Osaka, furono presentati una tipologia e un materiale relativamente nuovi per le strutture pneumatiche.

Tale tipologia consisteva nell'uso di una rete di cavi a rinforzo della struttura pneumatica, e fu applicata al padiglione USA (fig. 2.55) progettato da D. Geiger. Attraverso l'impiego di tali cavi, si ottiene un notevole ribassamento del profilo della struttura, oltremodo utile a ridurre gli effetti del vento su di essa. Si ottengono inoltre miglioramenti degli effetti sonori interni. Tale ribassamento rende,



Fig. 2.48 Struttura pneumatica a singolo strato.

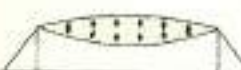


Fig. 2.49 Struttura pneumatica a doppio strato.



Fig. 2.50 Struttura pneumatica a doppio strato tubolare.

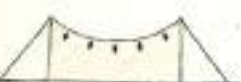


Fig. 2.51 Struttura pneumatica a depressione d'aria.

Fig. 2.52 Tenda aerosupportata per ospedali da campo (1917).

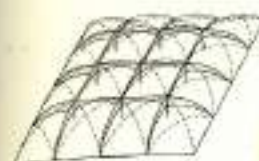
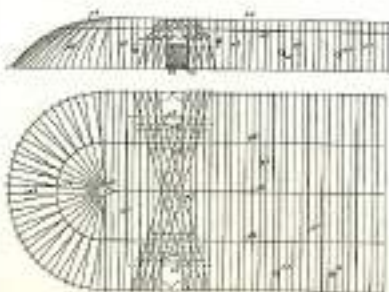
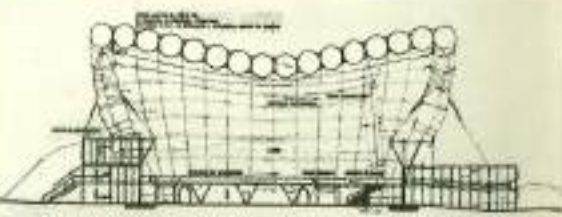
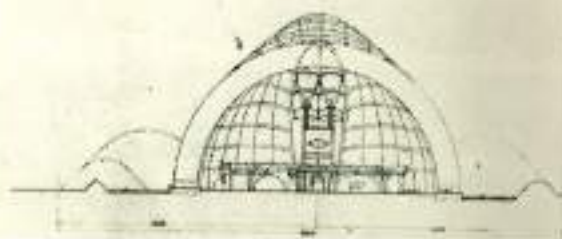


Fig. 2.55 Struttura pneumatica rinforzata con cavi.



Fig. 2.53 «Radome» di W. Bird (1946).

Fig. 2.54 Fuji Group - Osaka (1970).



d'altra parte necessario l'ancoraggio della struttura ad un anello staccato dal suolo. La forma di questo anello è studiata per ridurre al minimo gli effetti flessionali su di esso e, perciò, segue nel suo piano la funicolare dei carichi orizzontali applicati dalle funi al bordo delle strutture (in presenza di sola sovrappressione interna).

Un'altra importante novità usata, per la prima volta in questo padiglione è l'impiego di un tessuto realizzato con fibra di vetro, ricoperto in Teflon, che offre una deformabilità molto inferiore rispetto ai tessuti in poliestere. Ricoprendo il tessuto di fibra di vetro con del Teflon, si ottiene un tessuto strutturale che offre una durata paragonabile a quella delle strutture tradizionali.

Sin dal progetto del padiglione USA ad Osaka, le ricerche in questo campo (negli Stati Uniti) hanno trovato sbocco nella progettazione e nella successiva realizzazione di numerose strutture pneumatiche con funi di contenimento a profilo ribassato. Tali strutture presentano, in pianta, delle forme che vanno dalla circolare con diametro di 64 m alla rettangolare troncata di 166x220 m di luce (fig. 2.56).

Quest'ultima tipologia è stata realizzata nella copertura del Pontiac Stadium, avente una capienza di ben 80.000 spettatori e che può considerarsi l'esempio più significativo di tali costruzioni.

Tutte le strutture di copertura illustrate in fig. 2.56 sono provviste di un anello orizzontale compresso, mentre la freccia in chiave è dell'ordine di 1/10 - 1/20 della luce. Finché la pressione interna alla costruzione si mantiene a livello dei 200-300 N/m<sup>2</sup> e il peso della superficie di copertura entro i 30-50 N/m<sup>2</sup>, la struttura è in tensione ed il sistema è stabile. L'azione del vento sulla struttura è mini-

mizzata dal notevole ribassamento ottenibile in questi casi, anche se un limite minimo alla freccia è imposto dal problema dello smaltimento delle acque. Per quanto riguarda l'anello, finché esso giace su un piano orizzontale, la configurazione «sgonfiata» diventa la speculare della posizione «gonfiata» ed è possibile realizzare la struttura in modo che essa resti liberamente sospesa in posizione di sgonfiamento così da rendere minima la dipendenza del sistema meccanico nei confronti della sicurezza degli spettatori e/o della proprietà. Come conseguenza della freccia ridotta, le forze orizzontali che devono essere assorbite dall'anello di compressione sono notevoli e diventa necessario opporre una resistenza a queste forze la più efficace possibile. Ciò si può fare se l'asse dell'anello è funicolare dei carichi trasmessi; per esempio, riuscendo ad ottenere una distribuzione di momenti nulli per azione della sola pressione interna.

La struttura convenzionale circolare soddisfa in pieno questi criteri se, in alternativa alle funi radiali, si ricorre ad un sistema di funi portanti ortogonali con sforzo orizzontale costante.

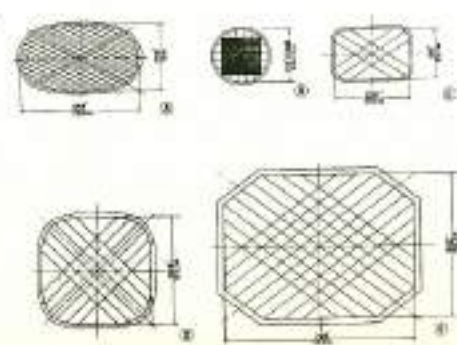
Questa disposizione di cavi corrisponde alla soluzione classica in regime di membrana per un campo di forze uniformi di direzione ortogonale; in questa condizione, ma con forze disuguali  $\alpha_x \neq \alpha_y$ , si può stabilire che un anello ellittico, con un asse minore a e b, rispettivamente paralleli alle direzioni delle tensioni principali, è funicolare per questo campo di forze se:

$$\frac{\alpha_x}{\alpha_y} = \frac{a^2}{b^2}$$

In questo caso, il problema di progetto si pone nei termini di stabilire la forma geometrica dell'anello,

avendo come dati gli sforzi trasmessi dalla membrana di copertura. Se l'anello è simmetrico rispetto all'asse x e all'asse y e se i cavi di contenimento o i campi di forze sono paralleli a questi assi, il progettista può determinare a meno di una costante arbitraria la distribuzione delle componenti orizzontali degli sforzi nei

Fig. 2.56 Diversi esempi di coperture di padiglioni sportivi.



cavi, mediante l'uso delle equazioni di equilibrio in ognuno dei quadranti. Finché i carichi esterni sono verticali o distribuiti simmetricamente, le reazioni orizzontali alle estremità dei cavi saranno uguali ed opposte e la soluzione funicolare di ciascun quadrante si applicherà a tutti i quadranti.

Per costruzioni a pianta rettangolare, è particolarmente conveniente disporre le funi di contenimento secondo le diagonali del rettangolo stesso. In questo caso, la configurazione dell'anello può essere convenientemente definita come una superellisse, dove:

$$\left[\frac{x}{a}\right]^m + \left[\frac{y}{b}\right]^m = 1$$

Dalla fig. 2.57 è possibile osservare l'influenza di M sulla configurazione geometrica dell'anello d'ancoraggio. Questo schema di bordo è stato usato per le più importanti realizzazioni moderne.

Un altro impiego delle funi nell'ambito delle strutture pneumatiche è quello di una loro disposizione in parallelo. L'effetto cerchiante delle funi migliora notevolmente il funzionamento della membrana, diminuendo gli sforzi tanto nello stato in cui sia presente la pressione interna, quanto in quello in cui si aggiungano gli sforzi prodotti dai carichi esterni. Un esempio di pratica realizzazione di questa tipologia ci è fornito dalla copertura di una sala espositiva a Milano.

Dall'osservazione della classificazione delle strutture pneumatiche sintetizzata nella tavola 2.6 e dalle realizzazioni finora eseguite è possibile rendersi conto che la maggior parte delle applicazioni sono riconducibili agli schemi relativi ai sistemi convessi a pressione positiva. I

sistemi concavi a pressione negativa non sono stati mai impiegati per il semplice fatto che la pendenza del coperto non facilita lo smaltimento dell'acqua piovana e della neve.

Anche le strutture ad alta pressione sono poco diffuse principalmente per la delicatezza dell'impianto di pressurizzazione che non consente ancora una grandissima affidabilità.

Le strutture pneumatiche tubolari ed a doppia parete comportano un costo di materiale e di lavorazione doppio rispetto alle strutture monostrato.

Dal punto di vista statico lo schema tubolare necessita di notevole pressione per opporsi alle flessioni locali con la pretensione, prodotta dalla pressione interna, nell'involucro tubolare.

Maggiore diffusione hanno trovato le strutture a cuscino che danno la possibilità di usufruire di un vasto senza pressurizzazione. Il costo rimane alto per la presenza della doppia membrana pur restando a bassa pressione. Le costruzioni aero-supportate a bassa pressione ed a singolo strato sono state le più largamente impiegate in base, principalmente, al costo ridotto e alle notevoli caratteristiche di trasformabilità.

Nel caso delle piccole e medie luci, l'impiego più frequente di queste strutture è ad uso sportivo (coperture di campi da tennis, pallacanestro, palestre, ecc.). Nel caso di grandi luci, come ad esempio palazzi dello sport, fiere, ecc., le membrane a singolo strato vengono rinforzate con funi metalliche.

Concludendo, è possibile affermare che il più grande merito dell'impiego delle strutture pneumatiche è costituito dal prezzo relativamente basso di costruzione e dalla rapidità di esecuzione e montaggio.

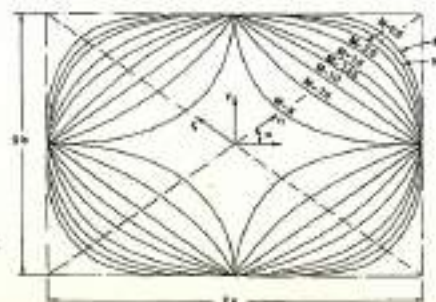


Fig. 2.57 Una famiglia di superellissi. Ricerca della geometria dell'anello di bordo.



UNIVERSITA'

S. Clara California (USA)

Dimensione (m): 90,5x59,4  
 Elevazione in copertura (m): 7,2  
 Interasse dei cavi (m): 12  
 Diametro dei cavi (mm): 47,6  
 Tipo di tessuto: teflon-vetro, uno strato  
 Depressione vento (N/m<sup>2</sup>): 585,9  
 Carico neve (N/m<sup>2</sup>): 585,9  
 Peso copertura (N/m<sup>2</sup>): 43,9  
 Capienza massima: 5000



STADIO PONTIAC

Pontiac-Michigan (USA)

Dimensione (mm): 220x168,3  
 Elevazione in copertura (m): 15,2  
 Interasse dei cavi (m): 12,6  
 Diametro dei cavi (mm): 47,6  
 Tipo di tessuto: teflon-vetro strato unico  
 Depressione vento (N/m<sup>2</sup>): 732,3  
 Carico neve (N/m<sup>2</sup>): 585,9  
 Peso copertura (N/m<sup>2</sup>): 48,8  
 Capienza massima: 80.000



SALA ESPOSITIVA

Milano - (Italia)

Dimensioni (m): 50x150  
 Elevazione in copertura (m): 10  
 Interasse dei cavi (m): 15  
 Diametro dei cavi (mm): 28  
 Tipo di tessuto: poliestere-PVC su entrambi i lati  
 Carico neve (N/m<sup>2</sup>): 900

1969



PADIGLIONE USA

Osaka (Giappone)

Dimensioni (m): 138,6x78  
 Elevazione in copertura (m): 7  
 Interasse dei cavi (m): 6  
 Diametro dei cavi (mm): 38,1 a 57,3  
 Tipo di tessuto: PVC-vetro, singolo strato  
 Depressione vento (N/m<sup>2</sup>): 1464,6  
 Carico neve (N/m<sup>2</sup>): 589,9  
 Peso copertura (N/m<sup>2</sup>): 61  
 Capienza massima: 5000

1975



UNIVERSITA' NORD IOWA

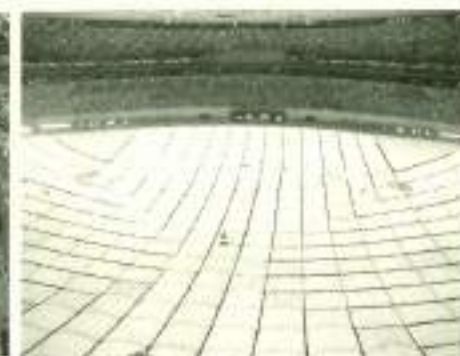
Cedar Falls Iowa (USA)

Dimensioni (m): 129,2x129,2  
 Elevazione in copertura (m): 14,6  
 Interasse dei cavi (m): 12,9  
 Diametro dei cavi (mm): 73  
 Tipo di tessuto: teflon-vetro parzialmente doppio  
 Depressione vento (N/m<sup>2</sup>): 732,3  
 Carico neve (N/m<sup>2</sup>): 1464,6  
 Peso copertura (N/m<sup>2</sup>): 48,8  
 Capienza massima: 18.000



TOKIO DOME

Tokio (Giappone)



UNIVERSITA DI SYRACUSE

Syracuse (USA)



STADIO DI VANCOUVER

CANADA



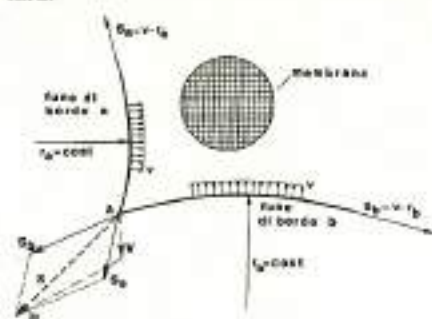
UNIVERSITÀ DI RIYADH

Arabia Saudita

2.9 TENSOSTRUTTURE A MEMBRANA

Supponendo che la rete di funi di copertura possa essere talmente serrata da poterla confrontare alla trama di un tessuto (fig. 2.58) in questo caso è possibile parlare di funzionamento membranale continuo del sistema strutturale di copertura.

Fig. 2.58 Meccanismo di stabilizzazione nelle tensostrutture a membrana delimitate da funi di bordo.



Se il materiale fisicamente continuo è impermeabile e l'entità degli sforzi è compatibile con le caratteristiche proprie di resistenza, è possibile creare delle tipologie costruttive nelle quali la struttura portante ed il materiale di copertura siano costituiti da una sola entità. Queste tipologie vanno sotto il nome comune di «strutture a tenda» o «coperture a vela» che, più propriamente, noi definiremo «strutture membranali presollecitate».

Per quanto riguarda la geometria strutturale, quello che è stato detto per le tensostrutture a rete è valido anche per le membrane di copertura. Molti tipi di materiali sintetici, quali il poliestere ricoperto di PVC e la fibra di vetro ricoperta di P.T.F.E. (Capitolo 7), sono stati usati frequentemente per la realizzazione di membrane, in tutto il mondo. Le membrane sintetiche possono essere usate strutturalmente solo per

costruzioni di modeste dimensioni. Nel caso di luci libere che determinino sollecitazioni non sopportabili da questi materiali è necessario ridurre l'impiego della membrana introducendo una rete di funi di sostegno. In questo caso, il materiale della membrana lavora come struttura secondaria e assolve al compito di materiale di copertura. Per costruzioni di tipo permanente e per notevoli luci libere, negli ultimi anni sono state realizzate opere interessanti che utilizzano membrane metalliche (acciaio, acciaio inox, alluminio). Tensostrutture a membrana metallica presollecitate sono state messe in opera principalmente in USA [2.34], URSS [2.35] e Germania [2.36].

2.9.1 Alcuni esempi costruttivi di membrane presollecitate

Nell'ultimo decennio, con la messa a punto di materiali plastici ad alta tenacità, è stato realizzato un notevole numero di coperture «a vela» o «tenda» per costruzioni a carattere temporaneo o semipermanente, nel campo delle piccole e medie luci libere.

L'immagine classica di queste tende è illustrata in fig. 2.59, nella quale si può osservare il particolare trattamento del bordo della membrana, in modo da deviare e condensare gli sforzi continui della stessa su elementi discreti di ancoraggio, rappresentati da semplici cavalletti costituiti da colonne e tiranti.

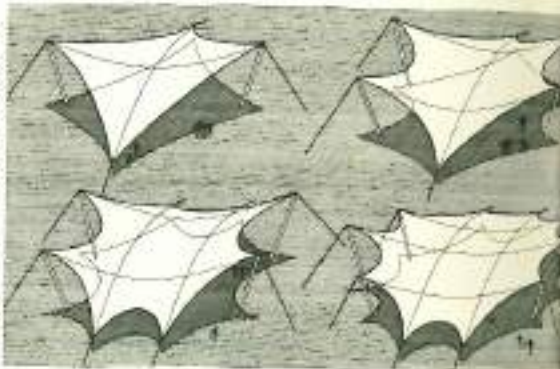


Fig. 2.59 Sistemi a falde.

Alcune realizzazioni tipiche sono osservabili in fig. 2.60.

Esse sono state impiegate principalmente per coperture di fiere, mostre, campi da gioco.

Fig. 2.60 Alcune realizzazioni di tensostrutture a membrana



Un sistema particolarmente adatto all'impiego dei materiali sintetici è quello cosiddetto «a onde» o «a falde» (fig. 2.61) che permette di fare lavorare la membrana in qualità di struttura secondaria, trasversalmente a strutture primarie realizzate in genere con funi d'acciaio. Per queste ultime, il sistema maggiormente usato è quello di associare

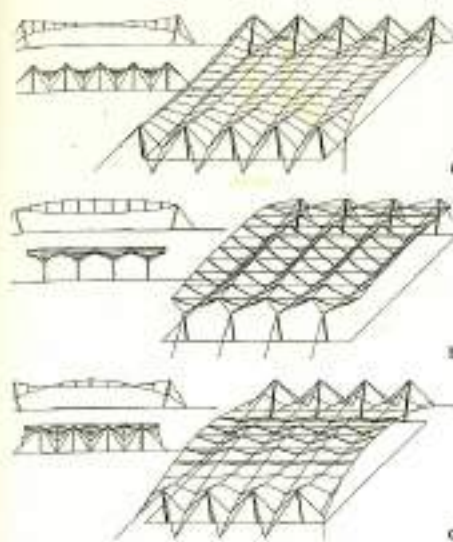


Fig. 2.61 Sistemi a falde.

travate di funi, alcune con funzione portante, altre con funzione di irrigidimento. Il cavo portante viene collegato con due cavi consecutivi di tensione e viceversa, il che equivale a sostituire il sistema complanare cavo-controcavo, con un elemento a sezione triangolare di cui il vertice superiore sia costituito dalla traccia del cavo portante e i due inferiori dalle tracce dei due cavi stabilizzanti ad esso collegati. I tiranti diagonali, che vengono così a trovarsi in un piano inclinato, danno all'insieme della copertura il caratteristico aspetto «a falde».

Lo schema di fig. 2.61a deriva dalla utilizzazione del sistema chiuso: la solidarietà trasversale dei vari elementi è ottenuta mediante aste rigide a V, collegate superiormente da un cavo teso.

In fig. 2.61b è illustrato un esempio di sistema parallelo a falde ottenuto utilizzando travi di funi a sistema aperto con tiranti verticali. Una variante a questa tipologia è quella di ricorrere a tiranti diagonali: l'irrigidimento trasversale è ottenuto, in questo caso, mediante funi che collegano la fune stabilizzante con due funi portanti consecutive. In fig. 2.61c è illustrato, infine, lo schema ottenibile qualora le travi funicolari adottate siano del tipo a sistema misto.

Il sistema costruttivo funi-membrana si è rivelato un ottimo compromesso funzionale-economico per un notevole numero di realizzazioni, tra le quali la più appa-

riscente è quella della copertura dell'Air Terminal di Jeddah. Un'altra costruzione appartenente a questa tipologia è la copertura della pista di pattinaggio all'Olimpiapark di Monaco.

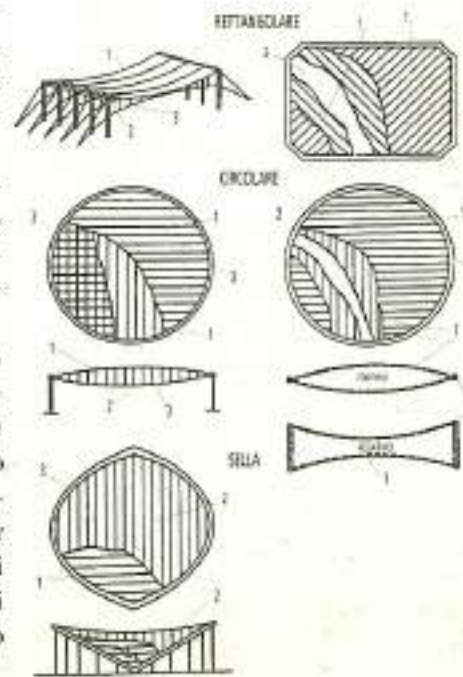
Nel caso di costruzioni con modeste luci libere e per un uso temporaneo-estivo (montaggio ed utilizzazione della tenda solitamente compreso nel periodo aprile-ottobre), è possibile usare il materiale sintetico di copertura con fini strutturali. La resistenza a rottura dei tessuti in poliestere varia tra i 3000-8000 N/5 cm ed il coefficiente di sicurezza esterno viene di norma consigliato attorno a  $\approx 5$ .

Nel caso si consideri resistente la membrana, si presterà particolare cura alle unioni tra le sagome di tessuto ottenute per saldatura e/o cucitura.

E inoltre consigliabile per questo sistema di stabilizzare le strutture metalliche di sostegno tra di loro, in modo da rendere la stabilità di queste ultime indipendente dalla presenza della membrana.

Per quanto riguarda invece le membrane realizzate in acciaio, merita particolare

APPLICAZIONE A TENSOSTRUTTURE	APPLICAZIONE A STRUTTURE PNEUMATICHE
1-2-Strisce metalliche o cavi	1-Strisce metalliche
3-Collegamenti verticali	2-Pressione
4-Struttura di bordo	3-Struttura di bordo





gli schemi illustrati in fig. 2.62. [2.37]. Questi ultimi sono ancora in fase sperimentale e non esistono precise informazioni sul loro comportamento in fase di montaggio e nel tempo. Inoltre, la tecnologia di saldatura dei coils rende per ora il sistema antieconomico. Una realizzazione sperimentale il cui schema è visibile in fig. 2.63 è stata eseguita in Giappone.

2.10 SCHEMA TIPOLOGICO RIASSUNTIVO

Per sintetizzare ordinatamente i concetti illustrati in questo capitolo, è stata redatta la tavola 2.7. Le tipologie costruttive vengono definite principalmente in funzione della superficie di copertura e dalle caratteristiche funzionali delle strutture d'ancoraggio [2.1]. D'altro canto osservando le schede tecniche illustrative dei progetti più significativi divise per tipologie, è possibile constatare la preponderanza dei sistemi piani di funi e delle reti di funi anticlastiche monostrato.

prevedono piante rettangolari ed altezze interne costanti nonché in previsione di un eventuale ampliamento della costru-

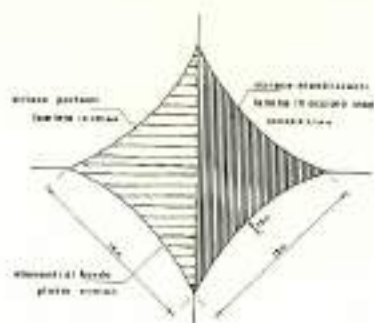
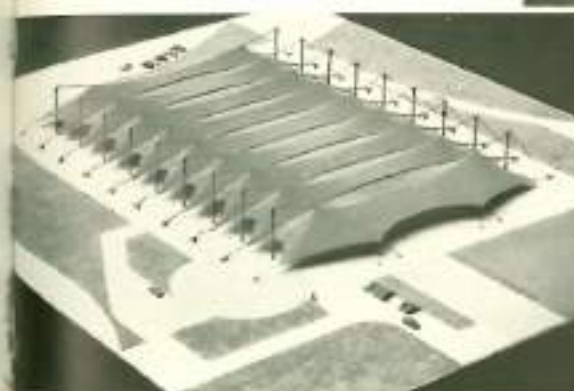


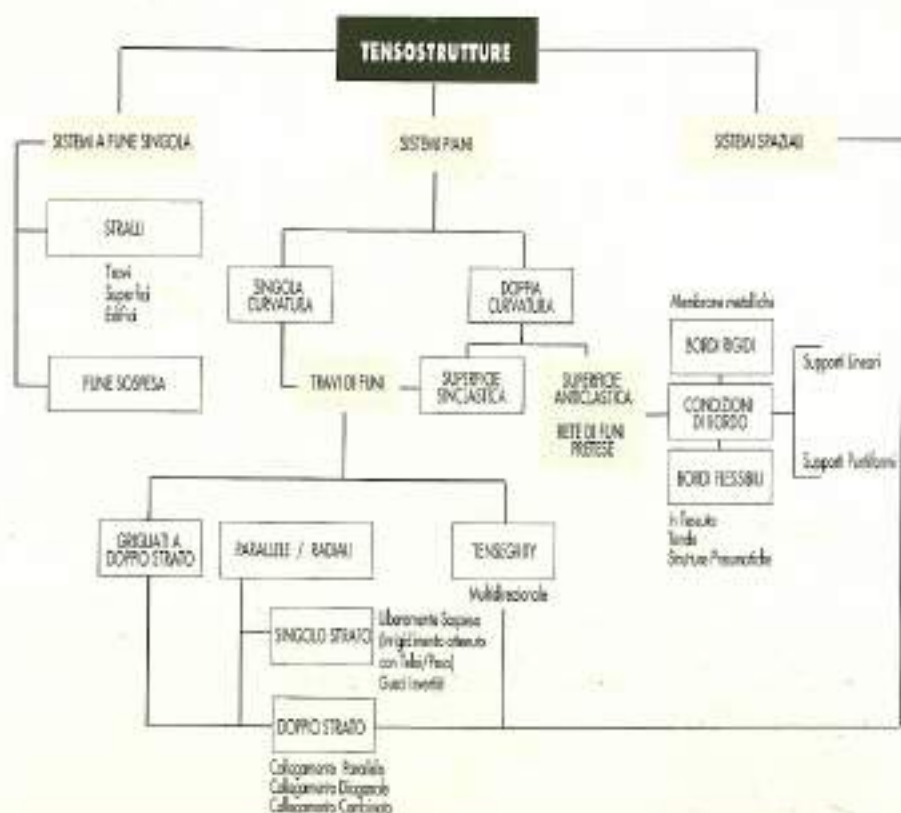
Fig. 2.63



zione. Nel caso di edifici a pianta irregolare e quando sia necessario ricavare un'immagine funzionale, sono state impiegate con successo le tensostrutture a rete monostrato. Per quanto riguarda il materiale di copertura, il più diffuso è quello costituito da lamiera greccata autoportanti in acciaio o alluminio coibentate con pannelli rigidi e impermeabilizzate con guaine elastiche.



Tav. 2.7 Schema tipologico riassuntivo (2.1)





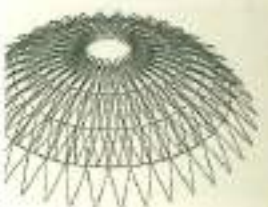
a - sezione trasversale  
b - modello, vista generale  
c - planimetria generale

**PROGETTO PER LE CELEBRAZIONI  
COLOMBIANE DEL 1992**  
Genova (Italia)

L'opera ricorda il bigo di za che serviva alla navi nello scarico delle merci. Lo schema strutturale del Bigo prevede due sistemi indipendenti, uno per sostenere la cabina dell'ascensore panoramico e l'altro per sostenere la copertura della "piazza delle feste". La struttura portante della tenda è costituita da due pennoni principali dalle cui estremità superiori un insieme di cavi si apre a ventaglio per sostenere l'intelaiatura portantedella membrana di copertura. La copertura di 60 m. di lunghezza è divisa in 5 campate di 12 m. di luce. La membrana è sospesa da archi in acciaio e e fili al carbonio ed realizzata in P.T.F.E. Il sistema di lucernai sugli archi è realizzato con lastre curve in vetro temprato.

**IZUMO**  
(Giappone)

Izumo Dome è una sala polifunzionale di 143 m. di diametro e di 49 m. di altezza. Il sistema strutturale è di tipo ibrido. Elementi ad arco compressi sono stabilizzati da una rete inferiore tesa in funi di acciaio. Gli archi, realizzati in legno Douglas lamellare, sono posizionati radialmente in pianta ogni 10°. La sezione degli archi è di 273 X 914 mm. Il reticolo di intradosso di collegamento è costituito da anelli paralleli e diagonali. Il sistema misto è pre-sollecitato in modo da incrementare la rigidità geometrica necessaria a rendere stabile la struttura contro fenomeni di buckling globale. Il sistema strutturale è stato montato usando una torre centrale e 8 martinetti idraulici di 200 tonnellate.[244]



**GIORGIA DOME**  
(USA)

La copertura del Georgia Dome (Atlanta) può essere definita tipologicamente come Sensegrity. L'area coperta è ovale di 240 m. per 193 m. di larghezza per gli assi principali. L'anello esterno d'ancoraggio è realizzato in C. A. con sezione scatolare. Tre anelli interni tesi perimetrali pre-sollecitati sorreggono le spinte indotte da 26 settori di copertura a superficie di paraboloidi iperboliche. I sostegni flottanti verticali sono in tubo di acciaio. La copertura è eseguita in pannelli di fibra di vetro ricoperte in P.T.F.E. collegati per settori mediante giunti in alluminio bullonati.



- a - vista dall'alto (modello)
- b - particolari dell'ancoraggio esterno
- c - vista esterna dell'edificio
- d - schema statico
- e - sezione dell'arco spaziale
- f - particolare della copertura
- g - attacco rete
- h - fune di bordo
- i - sezione prospettica longitudinale



1983



PISTA DI PATTINAGGIO PARCO OLIM-PICO DI MONACO  
Monaco (Germania)

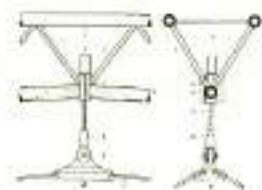
In pianta la copertura può essere definita come una ellisse di 87 m di lunghezza. L'area coperta è di circa 4200 m<sup>2</sup> e l'altezza massima della costruzione è di 15,30 m. Al contorno l'altezza è variabile tra i 3,40 m e i 5,80 m.

La struttura principale di sostegno è costituita da dall'arco centrale di circa 100 m di luce e di 16,60 m di freccia sagomato secondo la funicolare dei carichi permanenti, globali e simmetrici, agenti sulla copertura. In sezione l'arco è di tipo spaziale, formato tre tubi disposti ai vertici di un triangolo di 1,45 m di altezza. La rete di funi sospesa all'arco

centrale è formata da una maglia di funi doppie spiriodali di 11,5 mm di diametro, formanti una rete rettangolare costante di 75 cm di lato.

La fune di bordo è costituita da una fune chiusa di 60 mm di diametro alla quale si ancorano le funi interne della rete mediante opportuni giunti di attrito.

L'ancoraggio esterno è realizzato con cavalletti formati da un elemento compresso in tubo di St Ø 216 53-3 ed una fune esterna di 60 mm di diametro [2.38].



1953



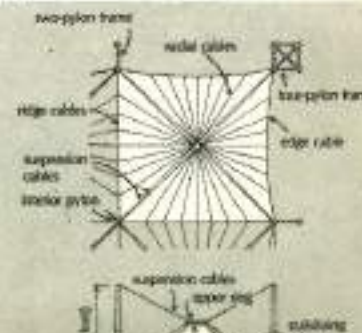
AEROPORTO DI JEDDAH

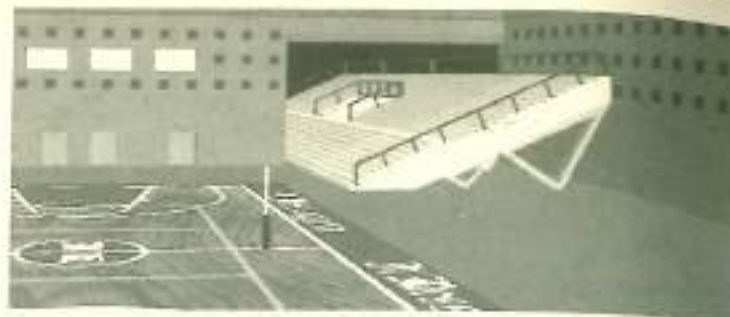
Jeddah (Arabia Saudita)

La superficie coperta è di circa 500.000 m<sup>2</sup>. La struttura è costituita da due corpi gemelli fra loro distinti aventi pianta rettangolare di 135x315 m di lato a sua volta ripartiti in moduli di 21 elementi di forma quadrata in pianta i cui lati misurano 45x45 m; questi ultimi costituiscono la tipologia fondamentale e sono aggregati in numero di 105 (210 in totale). Ai vertici degli elementi modulari si ergono le strutture verticali costituite da piloni alti 45 m alla cui sommità confluiscono le funi di sospensione che sono collegate all'altra estremità all'anello centrale di ogni tenda, il quale assolve il compito di sorreggere queste ultime. Ad una quota inferiore del pilone concorrono le funi di bordo che

assicurano e tendono il tutto garantendo la stabilità del sistema.

La membrana di copertura è stata realizzata in teflon in quanto giudicato dai progettisti il materiale più indicato per le sue caratteristiche quali: la superficie traslucida, la leggerezza, la facilità di trasporto, durata alla esposizione degli agenti atmosferici. La tipologia utilizzata, a tenda, si rifa alla tradizione culturale e formale dell'Arabia. L'aeroporto è stato studiato per accogliere simultaneamente 50.000 persone in arrivo in 18 ore e 80.000 persone in partenza in 36 ore, il che significa una necessaria flessibilità degli spazi a disposizione di una popolazione eterogenea in pellegrinaggio verso la Mecca [2.30].





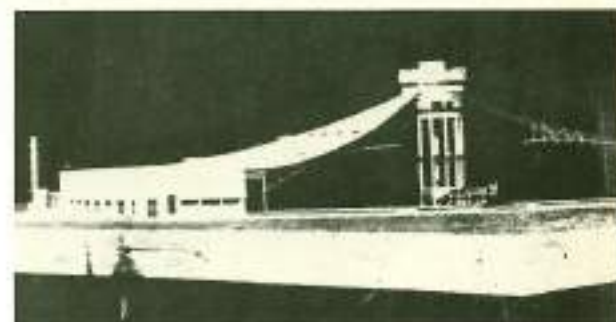
1953



**PALAZZO MAURO DE ANDRE' I SISTEMI COSTRUTTIVI**

Il sistema strutturale di copertura adottato per il Palazzo delle Arti e dello Sport è tipologicamente definibile come reticolare spaziale ed è costituito da un doppio strato con superficie media a curvatura totale ellittica. Gli strati di intradosso e di estradosso sono contenuti in superfici cilindriche omoteiche. Queste superfici cilindriche sono disposte in modo da formare una volta a vela a sesto rialzato a costolature diagonali, di pianta quadrata con lato di 54,60 m e altezza di 25,09 m. La discretizzazione ottenuta con la reticolizzazione delle superfici cilindriche è stata eseguita con modularità costante. La conformazione del monaco lascia sulla sommità della cupola una apertura quadrata di 7,8 m di lato che viene coperta da una struttura indipendente appoggiata su quattro punti coincidenti con la confluenza tra archi diagonali e monaco, la cui copertura è spostabile in direzione verticale, mediante motori elettrici, in modo da permettere la ventilazione naturale. La cupola così formata appoggia su 56 nodi posti a distanza rego-

lare di 3,90 m lungo una trave ad anello chiuso costituita dalla struttura del solaio a quota +7,40. A questa quota la cupola funziona a spinte eliminate e gli sforzi orizzontali vengono cortocircuitati da un sistema tensostrutturale formato da una fune di 40 mm di diametro collegata a vincoli d'appoggio della cupola con pendini in tondo d'acciaio. In funzione delle caratteristiche di polifunzionalità dell'impianto, prescritte dalle ipotesi progettuali, è stato elaborato un sistema di tribune mobili che permette la completa disponibilità dell'area interna, composte da una struttura di profili tubolari a sezione quadrata e rettangolare con movimentazione a spostamento rigido, in direzione longitudinale di tutta la struttura su rotaie. La posizione finale delle tribune è all'esterno dell'edificio, con una corsa di circa 70 m, in corrispondenza di un campo da gioco all'aperto. Completano le tribune le gradonate prefabbricate in cemento armato, con sezione trasversale a L, collegate tra loro mediante interposizione di strisce di neoprene che minimizzano le vibrazioni indotte dalla folla.



**PALAZZO DELLO SPORT**

Krila Tskaye (URSS)

L'edificio ha pianta ellittica ed i suoi assi principali misurano 168 m e 138 m rispettivamente. La copertura è costituita da una membrana metallica formata da lamine di 4 mm di spessore e suddivisa in due settori compresi tra gli archi periferici e quelli centrali. La forma della membrana di copertura è assimilabile a quella di un paraboloide iperbolico ed è supportata da travature collegate con gli archi sopraccitati, la cui altezza al centro della costruzione è pari a 21,6 m per una lunghezza di 160 m. Gli archi periferici hanno in pianta una «freccia» di 55,6 m e poggiano su colonne distribuite lungo il perimetro. La tensione massima della membrana non supera i 15 kN/cm<sup>2</sup>. Il consumo complessivo di acciaio per questa struttura, comprensivo degli archi e della copertura si aggira sugli 1,9 kN/m<sup>2</sup> [2.39].

a - modello dell'edificio

**PARCHEGGIO**

Ustj-Ilimk (URSS)

La sala principale del parcheggio, 200 m di diametro, ha lungo il suo perimetro una costruzione adiacente dove sono situati i servizi. La copertura è costituita da una membrana avente dal punto centrale al contorno un dislivello di 20 m equivalente a 1/10 del diametro. Per la costruzione della membrana sono stati utilizzati fogli di acciaio di spessore variabile tra i 6 mm (per il 90% della superficie di copertura) ed i 25 mm (nella parte più alta). La membrana è supportata da una struttura metallica (capriate) posta ad interasse di 12 m all'anello periferico. Il corrente inferiore della capriata stabilizzante è ancorato alla colonna interna dell'edificio perimetrale ad una altezza di 4,76 m. L'estremo opposto del corrente inferiore è ancorato all'anello centrale ad una quota di 15,25 m. Quest'ultimo ha un diametro di 18 m ed altezza pari a 30 m, costituito da 12 colonne in c.a. aventi sezione pari a 1x1 m. L'area totale della costruzione è di circa 37.600 m<sup>2</sup> di cui 31.240 sono adibiti a parcheggio [2.40].

a - vista generale (modello)  
b - sezione (modello)

## BIBLIOGRAFIA

- [2.1] W. SCHUELLER: *Horizontal-span building structures*. J. Wiley & Sons, New York 1983.
- [2.2] *Cable roof structures*. Beiheltem Steel 1968.
- [2.3] *Sport Schau Anlagen: Studien, Tribünen, Tribünendächer, Klubhaustribünen, Hallen, Mobiltribünen*. Merkblatt n. 108.
- [2.4] H. WESTERMANN, H. VON HIRSCHHAUSEN: *Pista di pattinaggio a Braunlage (Germania)*. Acciaio n. 11/1974, CISIA, Milano.
- [2.5] V. ZIGNOLI: *Costruzioni Metalliche*. UTET, Torino 1976.
- [2.6] C. PESENTI, L. NUSINER: *Copertura del salone contrattazione del centro di commercializzazione dei fiori di Pesca*. Acciaio n. 1/1981, CISIA, Milano.
- [2.7] T. HUNT: *Fabbrica di componenti per microelettronica*. Acciaio n. 9/1983, CISIA, Milano.
- [2.8] F. MATILDI, C. FOTI, A. SOLLAZZO: *Tensostrutture e sistemi reticolari spaziali*. CISIA, Milano. *Il padiglione della Gran Bretagna all'Espò 70 di Osaka*. Acciaio n. 12/1970, CISIA, Milano.
- [2.9] *IL PADIGLIONE DELLA GRAN GRETAGNA ALL'EXPO 70 DI OSAKA*. Acciaio n. 12/1970, CISIA, Milano.
- [2.10] *Ebene Seiltrogwerke*. Merkblatt n. 496.
- [2.11] *Calcestruzzo leggero strutturale*. CEM-BRAU, Parigi 1974.
- [2.12] H. RÜHLE: *Räumliche Dachtragwerke Konstruktion und Ausführung*. VEB, Berlino 1970.
- [2.13] *Le Corbusier: The last work*. Les Editions d'Architecture Arsenia, Zurich 1970.
- [2.14] *Monografie UISAA sulle applicazioni dell'acciaio: Tensostrutture*. UISAA, Milano.
- [2.15] M. PAOLINI: *Tipologia e tecnologia delle tensostrutture - Parte prima*. Acciaio n. 2/1972, CISIA, Milano.
- [2.16] M. MAJOWIECKI: *Alcune recenti realizzazioni nel quadro dello sviluppo delle strutture leggere*. Acciaio n. 9/1979, CISIA, Milano.
- [2.17] *L'acciaio negli impianti sportivi*. CISIA, Milano.
- [2.18] M. MAJOWIECKI: *Tensostrutture per la realizzazione di grandi luci*. Acciaio n. 12/1974, CISIA, Milano.
- [2.19] M. MAJOWIECKI: *Nuovo concessionario FIAT a S.G. in Ferriceto (Bologna)*. Acciaio n. 12/1972, CISIA, Milano.
- [2.20] D. JAWERTH: *La cubierta suspendida pretensada, sistema Jawerth del palacio de los deportes de Varadero (Suecia)*. *Alambre* N. 38, Aprile 1962.
- [2.21] V. MASCO: *Il superamento di grandi luci con le strutture di funi: nuovi palazzi dello sport in Nigeria*. Acciaio n. 10/1970, CISIA, Milano.
- [2.22] M. MAJOWIECKI: *Complesso Fiera del marmo a Marina di Carrara*. Acciaio n. 9/1980, CISIA, Milano.
- [2.23] M. MAJOWIECKI: *Palazzetto dello sport di Roseto degli Abruzzi*. Acciaio n. 9/1978, CISIA, Milano.
- [2.24] G. ROMARO: *Copertura in tensostruttura*

complesso «Estromed» a Pomezia. Acciaio 3/1976, CISIA, Milano.

[2.25] F. SELLERI, P. SPINELLI: *Coperture a funi pr. se: tipologie, metodi di calcolo ed aspetti costruttivi*. Bollettino degli Ingegneri n. 5/1 Firenze.

[2.26] P. MONAERT: *Coperture e pareti in funi pre-t Acciaio n. 7-8/1960, CISIA, Milano.*

[2.27] J. BOBROWSKI: *n Saddledome: studio olim del ghiaccio a Calgary (Canada)*. *L'Industria del Cemento*, n. 5/1984.

[2.28] G. ROMARO: *Le tecniche di costruzione e il taglio nella fase progettuale delle tensostrutture 2. Costruzioni Metalliche n. 9-10/197* [2.29] M. MAJOWIECKI: *Chiesa di Rustigliano (Brescia)*. Acciaio n. 4/1976, CISIA, Milano.

[2.30] *Aéroport du Roi Abdul Aziz, Terminal Jeddha, Arabie Saoudite*. *L'Architecture d'aujourd'hui* n. 223 Ottobre 1982.

[2.31] F. LEONHARDT, J. SCHLAICH: *Vorgespannte netzkonstruktionen Das Olympadach in Ichen*. SFB 64, Stuttgart 1973.

[2.32] *Bauten für Olympia 1972*. C.H. Harbeck, Wien 1972.

[2.33] M. MAJOWIECKI: *Membrana a doppio strato la copertura del palazzetto dello sport di Tol Castello*. Acciaio n. 9/1981, CISIA, Milano.

[2.34] SIEV, C. KUENTZ: *Air inflated, stainless steel membrane roof*. IASS Pacific Symposium 19

[2.35] G. LUDKOVSKI: *Thin sheet membranes as a glaz roofs*. IASS Pacific Symposium 1971.

[2.36] J. SCHLAICH, S. GREINER: *Vorgespannte Membrantragwerke aus Metallmembranen*. *Bauingenieur* n. 53 - 1978.

[2.37] M. KAWAGUCHI, M. ABE, Y. TAKEYAMA: *Membrane tension structures*. IASS World Congress on Shell and Spatial Structures, Madrid 1979.

[2.38] K. ACKERMANN, J. SCHLAICH: *Eislauff-Olympiapark München*. *Institute für Internationale Architektur - Dokumentation Gm - München* 1983.

[2.39] V.I. TROFIMOV, O.G. SULABERIDZE: *Structural specifications, design and studies of hanging coverings of main buildings «Olympic Games - 8* IASS World Congress on Shell and Spa Structures, Madrid 1979.

[2.40] M.E. LIPNITSKI, B.V. GORENSTEIN, P.G. YE MEYEV: *Membrane suspension roof of 210 diameter*. IASS World Congress on Shell Spatial Structures, Madrid 1979.

[2.41] C. ROLAND: *Frei Otto: structures*. Long Group Limited London 1972.

[2.42] F. NAVARRA, B. SCHREFLER, R. VITALIANI: *Il portico a tensostruttura su pianta ellittica per chiesa parrocchiale*. Acciaio n. 6/1977, CISIA, Milano.

[2.43] R. CALZONA: *Calcolo a membrana del gas doppia curvatura con superficie media a fo di H. P.* *Gior. Gen. (Div. Fasc. 1°-2°/1969)*.

[2.44] HI TZUBOTA, S. BAN, M. SAITO *The Izumo Dome, largest timber structure in Japan*. *Structural Engineering International* 2/83.

## CAPITOLO 3

## PROGETTAZIONE DELLO STATO GEOMETRICO-TENSIONALE INIZIALE: LO STATO «0»

### 3.1 GENERALITÀ: DAL MODELLO ARCHITETTONICO AL MODELLO MATEMATICO

La metodologia progettuale delle tensostrutture è caratterizzata da una fase di definizione strutturale che viene denominata STATO «0», (stato zero).

Si tratta di determinare una configurazione geometrica, associata ad uno stato coattivo di pre-trazione, che permetta di soddisfare l'equilibrio statico in ogni parte della struttura e sia idonea a garantire la stabilità statica e dinamica nelle diverse condizioni di carico considerando, inoltre, che la geometria della superficie strutturale deve, contemporaneamente, soddisfare determinati requisiti architettonici definiti in sede di progetto preliminare.

Questa fase di progetto architettonico-strutturale è alquanto differente dalla corrispondente impostazione tradizionale di progetto, che considera la geometria strutturale come dato noto del problema. Nelle tensostrutture, la geometria della struttura è conseguenza dello stato di pressollecitazione e delle condizioni al contorno.

L'analisi numerica relativa allo stato «0» mette in gioco questioni delicate, soprattutto connesse con la sua marcata non linearità; nel presente capitolo si presuppone nota la conoscenza di alcune tecniche di calcolo (in particolare quella relativa alla programmazione lineare), nonché dei fondamenti riguardanti lo stato di membrana.

La determinazione dello stato «0» viene in genere eseguita in due fasi: una fase preliminare, empirica, impiegando il

modello architettonico ed una seconda fase, esecutiva, per la quale viene elaborato il modello matematico.

La costruzione del modello architettonico rappresenta un metodo di progettazione atto a fornire, in via preliminare, tutte le informazioni volumetriche, distributive ed estetiche della superficie di copertura. Questi tipi di modelli possono fornire soltanto una indicazione visiva, senza dare alcuna certezza per quanto riguarda le verifiche di idoneità strutturale.

Dovendo essere i tentativi di progetto, in genere, numerosi, la costruzione dei modelli architettonici e strutturali comporterebbe tempi e costi notevoli e qualche volta inammissibili in relazione al costo dell'opera. L'unico modo conveniente e rapido, nella moderna metodologia progettuale, sia architettonica che strutturale, delle tensostrutture è rappresentato dal modello matematico.

Questo, associato alle nuove tecniche interattive grafiche di progettazione, assistita da calcolatore

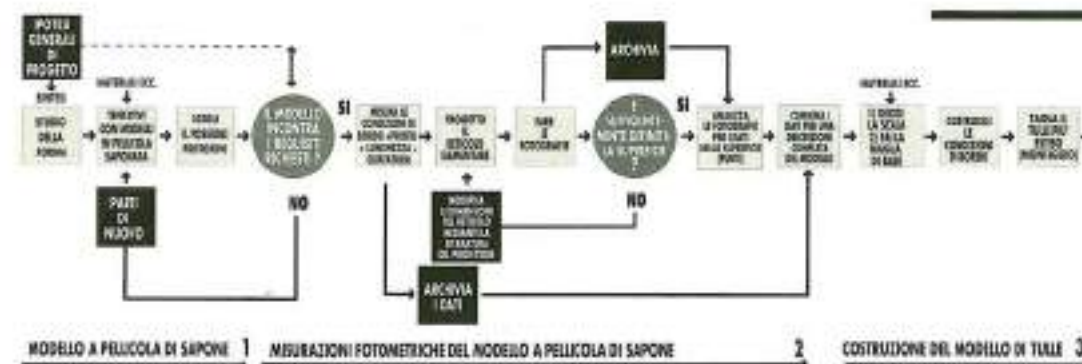
(C.A.D. = Computer Aided Design;

C.G. = Computer Graphics;

C.A.A.D. = Computer Aided Architectural Design;

C.A.S.D. = Computer Aided Structural Design), permette, mediante l'impiego di calcolatori forniti di un sistema grafico (Display Graphics System), una progettazione rapida ed economica.

Ultimato il progetto interattivo, è possibile ottenere su carta, mediante plottizzazione, i risultati geometrici visibili sullo schermo: piante, prospetti, prospettive e le verifiche numeriche del caso in esame.



### 3.2 IL MODELLO ARCHITETTONICO

Come si è accennato, la realizzazione del modello architettonico assume notevole importanza nella prima fase di definizione progettuale di massima, anche se molte di queste tecniche modellistiche, pur essendo state impiegate in passato fino a livelli di progettazione esecutiva, sono state poi abbandonate, principalmente a causa dei notevoli tempi e costi di esecuzione, della scarsa precisione ottenibile sul rilevamento dello stato geometrico e, specialmente, del regime tensionale. Si ritiene opportuno tuttavia, per illustrare lo sviluppo «storico» delle tecniche di progettazione dello stato «0» e per ragioni didattiche, accennare ai modelli architettonici che sono stati più frequentemente impiegati:

- modelli di bolle di sapone;
- modelli in tulle o gomma;
- modelli in fili di acciaio armonico.

Nella flow-chart [3.2] riportata in alto nelle pagine seguenti, è possibile rendersi conto della complessità, dei tempi e dei costi di progetto di tensostrutture per via sperimentale.

Molte costruzioni, come si vedrà più avanti, hanno richiesto costi di progettazione sperimentale dell'ordine di grandezza della costruzione stessa.

### 3.2.1 La tecnica dei modelli di soluzione d'acqua saponata

Questa tecnica è basata sul principio per il quale una membrana di acqua saponata, formata sul supporto di un perimetro spaziale chiuso (non necessariamente rigido), costituisce una superficie caratterizzata dal fatto di avere, in ogni suo punto, una distribuzione uniforme di tensione.

Con i modelli d'acqua saponata è possibile realizzare rapidamente degli esemplari che, oltre ad essere di riferimento per finalità strutturali, non si discostano molto, in alcuni casi, dal progetto definitivo. Rimangono, perciò, particolarmente rispondenti alle scelte architettoniche, e risultano validi strumenti di progettazione. Le membrane saponose (dibromostearato+glicerina; natrium oleato+gelatina) permettono tra l'altro di osservare la disposizione di equilibrio membranale in caso di bordo flessibile (funi di bordo), fig. 3.1, con la possibilità di intervenire rapidamente ed economicamente nel verificare e/o modificare le ipotesi di progetto (condizioni geometriche al contorno). I metodi di rilievo geometrico su modello a bolle di sapone sono sostanzialmente di tipo fotogrammetrico. Il rilievo diretto, infatti, è reso difficile dal sottilissimo

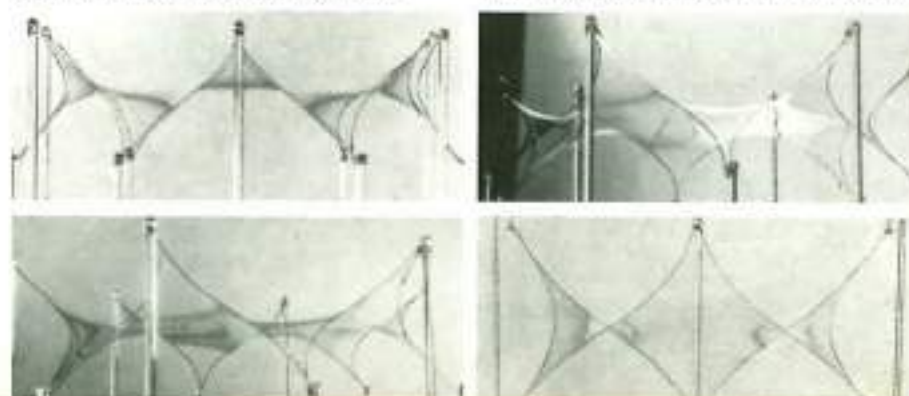
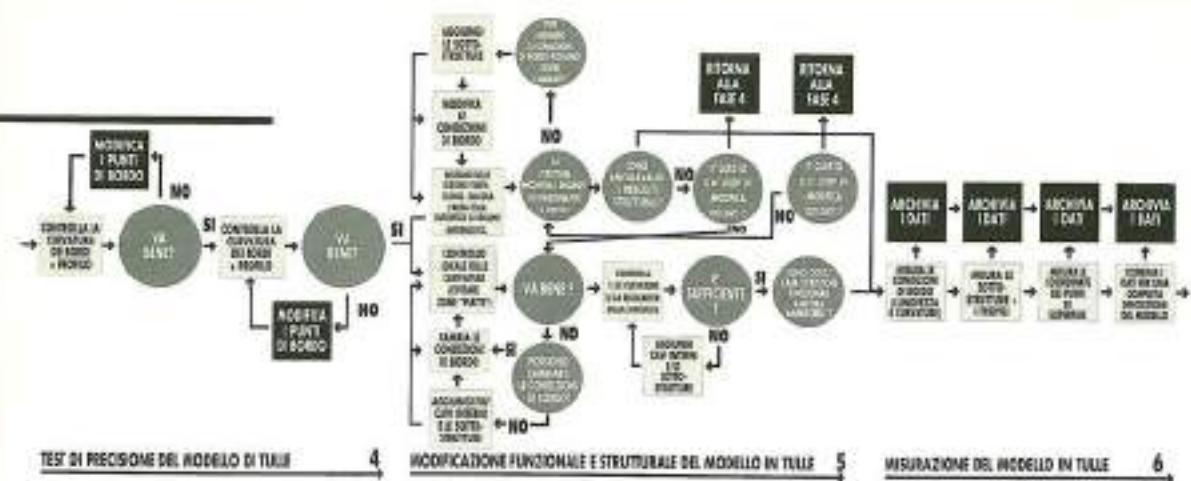


Fig. 3.1 Alcuni modelli realizzati con pellicola saponosa.



spessore delle pellicole che risultano trasparenti e difficilmente colorabili, per cui si è rivelato più agevole attuare dei metodi di rilievo che ne sfruttino il potere riflettente. Si può quindi proiettare sulla superficie un reticolo di punti, per registrare poi, fotograficamente, l'inclinazione dei raggi riflessi e così ricavare le coordinate de singoli punti (fig. 3.2).

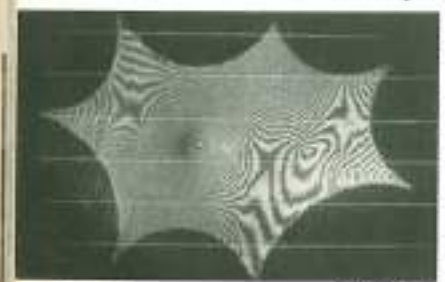


Fig. 3.2

E' anche possibile usare dei coloranti fluorescenti che illuminati con piani di luce ultravioletta, permettono di fotografare la traccia debolmente fluorescente, che il piano di luce forma con la superficie colorata. In questo caso si ottengono delle vere sezioni e curve di livello (fig. 3.3). Anche in questa procedura, lo spessore minimo della lamina comporta una fluorescenza molto ridotta e, quindi, difficilmente registrabile. In sostanza, è molto difficile ottenere l'esatta determinazione delle zone con modeste curvature, delle superfici ottenute su modello. Anche disponendo di metodi fotogrammetrici rapidi ed altamente sofisticati, come quelli geodetici, sorgono delle difficoltà per la facilità con la quale le membrane del

modello si disintegrano. I modelli con bolle di sapone possono essere ottenuti anche in scale molto ridotte diminuendo, pertanto, la precisione dell'eventuale rilievo. Inoltre, permettendo solo l'identificazione di univoche superfici minimali (\*) non sono adatti ad interpretare altre soluzioni, con le medesime condizioni al contorno, che presentino migliori distribuzioni delle curvature locali.

**3.2.2 Modelli in materiale elastico**

Questi modelli sono realizzati con una rete di materiale elastico ortotropo di poliestere (tulle) o con membrane in gomma e, solitamente, vengono costruiti in scala maggiore rispetto alla tecnica delle membrane saponose. In fig. 3.4 sono illustrati alcuni modelli di questo tipo ed in fig. 3.5 è visibile il modello in tulle di tutto il complesso Olimpico di Monaco, realizzato in scala 1:200. La costruzione dei modelli in tulle è piuttosto laboriosa, ma, dal momento che è pressoché impossibile disegnare superfici curve con le tecniche convenzionali, essa costituisce uno

(\*) Configurazione di una membrana soggetta a tensione costante in ogni punto della superficie ed in assenza di carichi (vedi punto 3.3.1.1.1).

Fig. 3.3

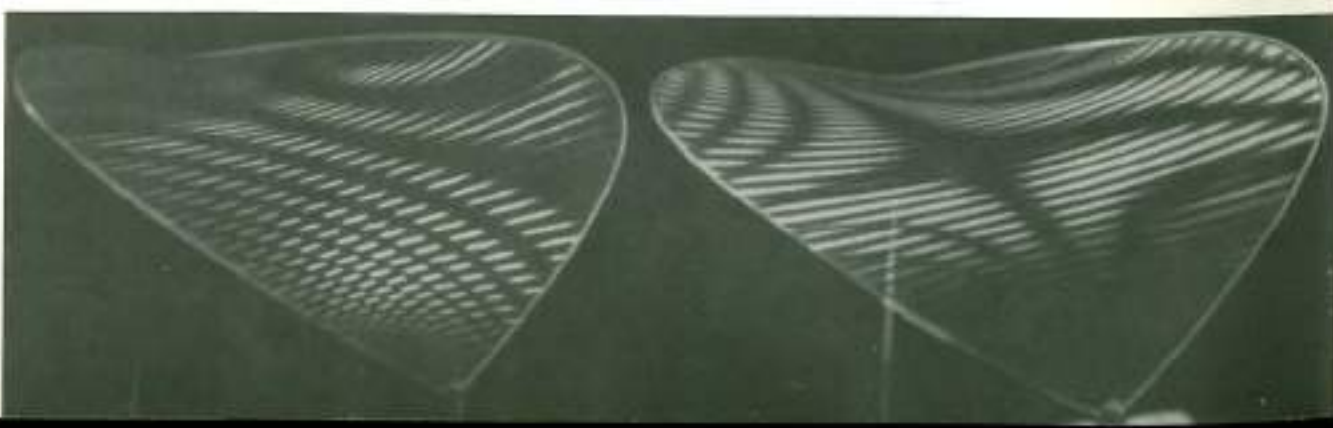
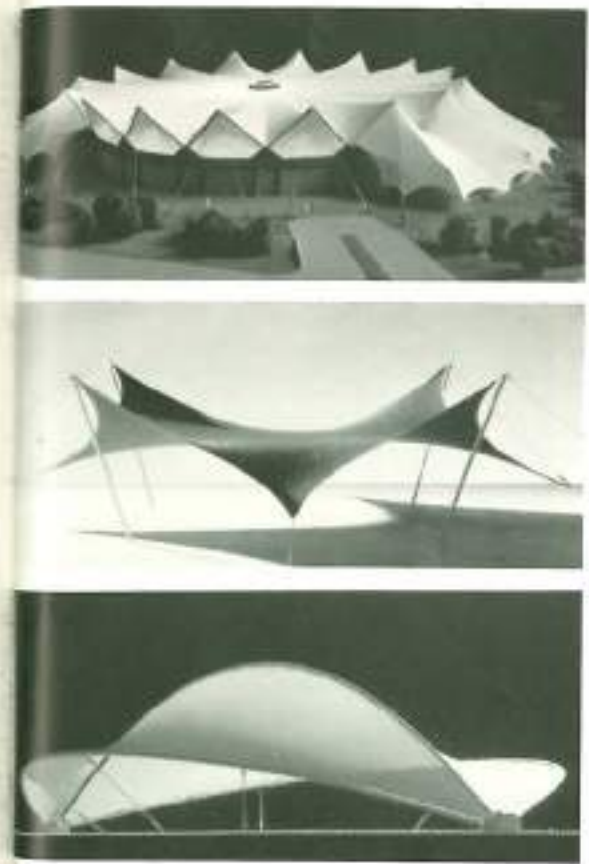


Fig. 3.4 Alcuni modelli in tessuto



COSTRUZIONE DI UN MODELLO DI FILO METALLICO 7 TEST DI PRECISIONE PER MODELLO DI FILO METALLICO 8 PROCESSO ITERATIVO PER UGUAGLIARE LA TENSIONE DEI CAVI

strumento di rappresentazione architettonica, fino a questo momento, piuttosto soddisfacente. Il tessuto poliestere è poco costoso, facile da adattare, da tagliare, da incollare, ecc. L'ipostaticità geometrica della rete a maglie quadrate del tessuto e l'elasticità

ortotropa dell'ordito ortogonale permettono di ottenere agevolmente superfici curve. Il modello in tulle viene realizzato principalmente per analizzare le caratteristiche geometriche, funzionali ed estetiche della superficie di copertura.

no (vincoli, ancoraggi, curvatura dei cavi di bordo), oltretché la possibilità di ripetere, anche simmetricamente, riquadri della stessa dimensione utili ad analizzare la possibilità di prefabbricazione degli elementi strutturali e della copertura.

Il modello in tulle definitivo serve agli ingegneri strutturalisti per un primo controllo di massima delle caratteristiche geometriche (tavola 3.1) dati necessari ad ulteriori ricerche analitiche, condotte su modello matematico. Il modello in tulle è, inoltre, utilizzabile per il rilievo, delle caratteristiche aerodinamiche della superficie di copertura, eseguibile nella galleria del vento.

**3.2.3 Modelli in fili di acciaio armonico**

Questa tecnica modellistica è stata impiegata prevalentemente per ottenere informazioni sul comportamento tensionale e deformativo della struttura soggetta allo stato di pre-sollecitazione ed all'azione dei carichi accidentali (vento e neve), nel periodo in cui non erano disponibili: né i modelli matematici idonei a rappresentare la realtà costruttiva, né la messa a punto delle tecniche numeriche ad essi associate.

La realizzazione del modello per le misurazioni, la determinazione empirica e sperimentale di tutti i dati necessari al calcolo e alla progettazione (cioè delle forze di pretensione, della geometria e delle deformazioni caratteristiche della struttura), si basa sul presupposto fonda-

interno più soddisfacente, nonché per evitare la presenza di zone «piatte» nella copertura (modesta curvatura gaussiana locale), in quanto queste ultime creerebbero problemi nello smaltimento delle acque piovane e della neve e presenterebbero capacità portanti molto limitate. Serve, inoltre, per studiare la disposizione più adatta delle condizioni al contor-

Fig. 3.5 Modello in tulle della copertura dell'impianto olimpico di Monaco



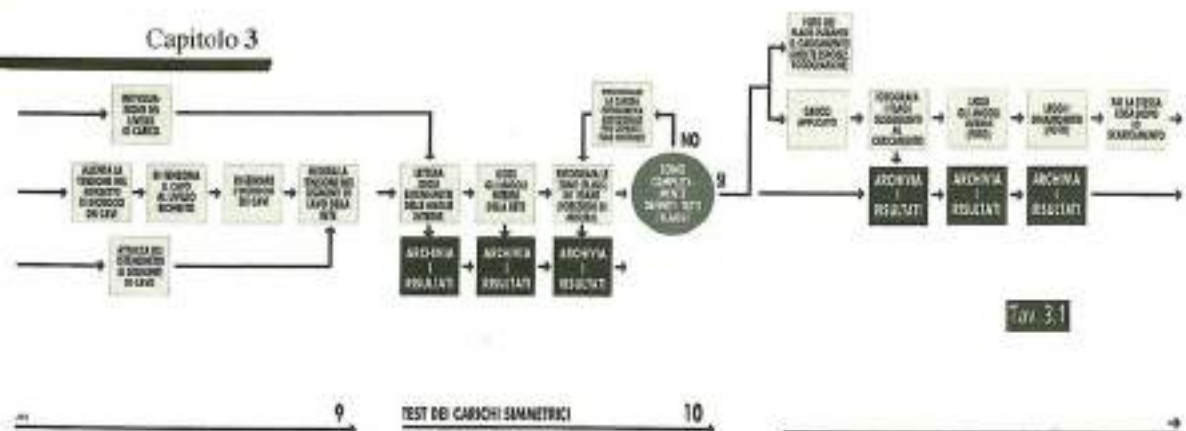


Fig. 3.1



Modello di membrana della costruzione «atenda» all'Interbau Exhibition la quale ha lo scopo di ospitare un'orchestra (fig. 4). Le misurazioni (figg. 19-20), eseguite presso l'Università di St. Louis a Washington, sono state ripetute sequenzialmente per il caso generale di porzioni di struttura, che presentano pianta a maglie quadrate, come linee di riferimento per le misurazioni (fig. 8). Per determinare le linee di contorno fu utilizzato uno speciale strumento (fig. 6). Esso consiste in un sottile filo a piombo sospeso da un sistema tubolare di acciaio, che può essere spostato sopra la superficie disegnata. Allo scopo di effettuare misurazioni rapide, il filo a piombo, per evitare oscillazioni, viene inserito in un foro guida (fig. 5). I contorni possono essere determinati anche fotograficamente con considerevole precisione, proiettando un reticolo di linee parallele al piano di riferimento, sulla superficie del modello (fig. 9).

Con l'aiuto dello strumento (fig. 6) si è potuto, quindi, visualizzare le curve di livello (fig. 2). In un quadrante furono considerati dei punti addizionali ottenuti per interpolazione per determinare la forma con maggiore accuratezza, specialmente nelle zone con più elevata curvatura locale. Nei punti alti e bassi, il contorno è approssimato con archi di cerchio. Tra le sezioni (fig. 3) determinate con l'aiuto delle curve di livello, la sezione diagonale BT<sub>1</sub>HT<sub>3</sub> è di particolare interesse: i punti di inflessione sono individuati tra T ed H. Questa sezione fornisce la curva tipica di tutte le superfici con punti alti e punti bassi. In fig. 1 sono

rappresentate tutte le curve di livello e le curve a massima pendenza. Seguirono le prove sul modello in presenza dei carichi. Nelle figg. 10-12-14 è illustrata la deformazione della membrana causata da un carico concentrato di 2 N. Un'altra prova ebbe come oggetto il controllo della deformabilità della membrana prodotta da un carico concentrato applicato in un certo numero di posizioni. Si utilizzò un carico di 1,5 N agente, tramite un disco, su un'area pari a 100 mm<sup>2</sup> (figg. 15-17), giungendo quindi ai risultati di fig. 11 [3.1].

Fig. 3.1

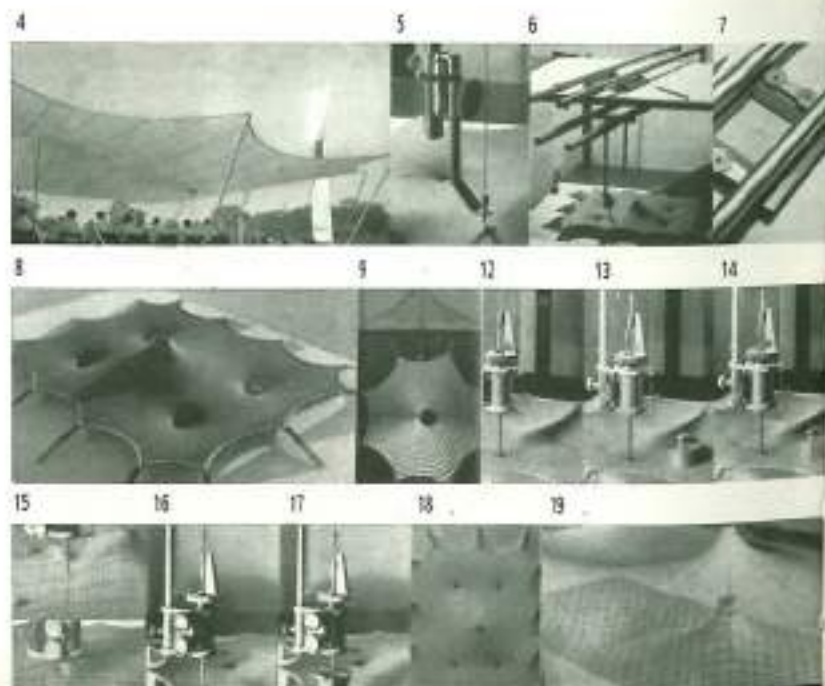
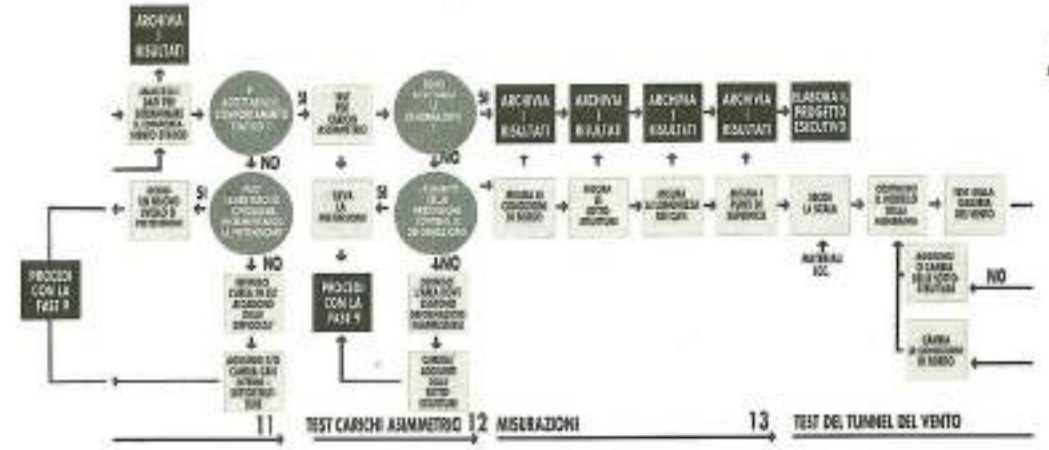


Fig. 3.2 Modello della copertura degli impianti olimpici di Monaco con apparecchi di misurazione



mentale che modello e struttura reale siano simili, per caratteristiche geometriche e comportamento elastico e statico: solo così, infatti, è possibile trasferire alla struttura reale i valori misurati sul modello. La condizione che la geometria sia simile significa che il rapporto di ogni dimensione corrispondente è costante nel modello e nella realtà. La condizione di similitudine di comportamento elastico e statico, implica che i materiali utilizzati nel modello e nella struttura reale vengano caricati all'interno dell'intervallo di valori in corrispondenza del quale è applicabile la legge di Hooke e che le loro curve di tensione-deformazione elastica non presentino fenomeni di isteresi. Questo comporta una similitudine geometrica tra le due deformazioni sotto carico.

conseguenza una variazione sulle forze di circa il 50% [3.2]. Queste considerazioni fatte sulla precisione dei modelli strutturali sono state determinanti per dare inizio alla sistematica ricerca (1969-70) di un modello matematico atto alla elaborazione numerica dello stato «0». La messa a punto di alcuni modelli matematici ha permesso, anche se in ritardo, l'analisi automatica di parte degli impianti Olimpici di Monaco, mentre alcuni di essi, quale la copertura della piscina olimpica, sono stati eseguiti sulla base delle informazioni ottenute da modelli realizzati con fili metallici.



Fig. 3.6 Modello in fili d'acciaio del padiglione della Germania Federale all'Expo 1967 di Montreal [3.3].

3.3 IL MODELLO MATEMATICO: LA GEOMETRIA COME CONSEGUENZA DELLO STATO DI SOLLECITAZIONE - LO STATO «0»

Con questa tecnica sono state impiegate ben dodicimila ore di laboratorio per la definizione esecutiva della copertura del padiglione della Germania Federale all'Expo 1967 di Montreal (fig. 3.6). Nel caso specifico del modello relativo agli impianti Olimpici di Monaco (fig. 3.7) si è potuto rilevare che un errore sistematico di misura, su una fune della rete di 0,007 mm per ogni punto di incrocio del modello in scala 1:125, produceva un errore di 0,8 mm sui 75 cm della maglia reale della rete, e di

I notevoli tempi di esecuzione, la scarsa attendibilità delle misure estensimetriche e, in sintesi, il costo completamente sproporzionato rispetto al valore dell'opera stessa, hanno indotto i ricercatori in materia ad individuare una tecnica progettuale più veloce ed economica di quanto non fosse la progettazione esecutiva eseguita con i modelli sperimentali. Lo sviluppo della tecnica di progettazione delle tensostrutture va, pertanto, di pari passo con lo sviluppo delle tec-





niche di elaborazione automatica nell'ambito del calcolo strutturale. Da questo punto di vista, molte applicazioni moderne delle tensostrutture sono state rese possibili solo con l'impiego delle odierne tecniche hardware e software applicate all'analisi strutturale del modello matematico, quale schematizzazione del funzionamento reale delle tensostrutture. Il modello matematico è stato, in un primo tempo, ricercato con trattazione al continuo in base alla teoria delle membrane mentre, più modernamente, lo stato «O» viene determinato per via discreta, mediante il metodo degli elementi finiti, con limitazioni di gran lunga inferiori rispetto al modello continuo.

3.3.1 Trattazione al continuo

Come è noto le equazioni indefinite esprimono le condizioni di equilibrio alla traslazione di un elemento infinitesimo di membrana (fig. 3.8) secondo le tre direzioni x,y,z, costituenti un generico riferimento cartesiano, possono essere scritte nella forma seguente [3.4] [3.5].

$$(\Sigma X=0) \frac{\partial \bar{n}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{n}_y}{\partial y} + \bar{p}_x = 0 \quad (3.1)$$

$$(\Sigma Y=0) \frac{\partial \bar{n}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{n}_y}{\partial y} + \bar{p}_y = 0 \quad (3.2)$$

$$(\Sigma Z=0) n_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + n_y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2n_z \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(\bar{p}_x + \bar{p}_y \frac{\partial z}{\partial x} + \bar{p}_z \frac{\partial z}{\partial x}) \quad (3.3)$$

dove:

$n_x$  = proiezione sul piano  $z=0$  dello sforzo normale secondo x;

$n_y$  = proiezione del piano  $z=0$  dello sforzo normale secondo y;  
 $\bar{t}_{xy} = \bar{t}_{yx} = \bar{t}$  = proiezione dello sforzo di taglio sul piano  $z=0$   
 $\bar{p}_x, \bar{p}_y, \bar{p}_z$  = componenti di  $p$  per unità di superficie proiettati sui piani  $yz, xz, xy$ .

Le relazioni tra gli sforzi proiettati e gli sforzi di membrana sono:

$$\bar{n}_x = n_x \frac{\sqrt{1 + (\frac{\partial z}{\partial y})^2}}{\sqrt{1 + (\frac{\partial z}{\partial x})^2}} \quad (3.4)$$

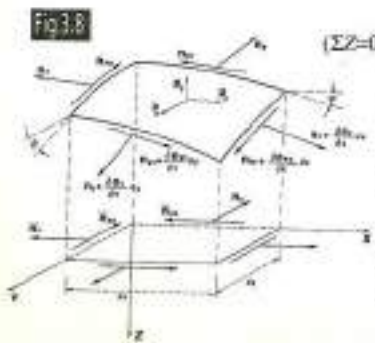
$$\bar{n}_y = n_y \frac{\sqrt{1 + (\frac{\partial z}{\partial x})^2}}{\sqrt{1 + (\frac{\partial z}{\partial y})^2}} \quad (3.5)$$

$$\bar{t} = t \quad (3.6)$$

Considerando le espressioni (3.1), (3.2) e (3.3) si può osservare che, in sostanza, si prospettano due strade atte a risolvere il problema:

- a) è nota la superficie  $z=f(x,y)$  e si desidera ottenere lo stato di sollecitazione (posizione tradizionale del problema);
- b) è noto il regime degli sforzi e si chiede alle equazioni di equilibrio di fornirci la geometria della superficie equilibrata.

Nel primo caso (a), trascurando ogni considerazione sulla stabilità dell'equilibrio, il problema consiste soprattutto nella verifica dello stato di sollecitazione membranale, considerando che la forma della struttura e le condizioni di carico permettano di trascurare le azioni flessionali.



Quando la struttura presa in esame è costituita da materiale resistente solo a trazione (tensostrutture, strutture pneumatiche, ecc.), la superficie data deve permettere, inoltre, di verificare in ogni suo punto la condizione:

$$n_{tot} = \frac{1}{2} [n_x + n_y + \sqrt{(n_x - n_y)^2 + 4t^2}] \geq 0 \quad (3.7)$$

È evidente che, solo in casi molto semplici, è possibile trovare con facilità delle superfici esprimibili analiticamente che soddisfino la (3.7), (per esempio la sfera è una superficie pneumatica perfetta). Nel caso di condizioni arbitrarie al contorno ed in mancanza di simmetria radiale, è pressoché impossibile definire una superficie compatibile con la (3.7).

Quando invece il problema è posto come al punto (b), per i casi che frequentemente ricorrono nella pratica del progettista, la equazione (3.3) legata ovviamente alle (3.1), (3.2), si presenta, considerando quale funzione incognita la  $z=f(x,y)$ , come una equazione differenziale quasi lineare alle derivate parziali del secondo ordine a coefficienti variabili.

L'equazione (3.3) alle derivate parziali è perciò classificabile come iperbolica, parabolica od ellittica, a seconda che il suo discriminante ( $t^2 - \bar{n}_x \bar{n}_y$ ) sia maggiore, uguale o minore di zero. Notando, inoltre, che il segno del discriminante ( $t^2 - \bar{n}_x \bar{n}_y$ ) è invariante rispetto a qualsiasi trasformazione di coordinate reali continue e differenziabili con jacobiano  $\neq 0$ , possiamo passare ad un sistema di coordinate curvilinee coincidenti con le direzioni principali 1 e 2 degli sforzi ( $t=0$ ).

In questo riferimento, abbiamo perciò che l'equazione differenziale alle derivate parziali è:

- iperbolica se  $n_1 n_2 < 0$
- parabolica se  $n_1 n_2 = 0$
- ellittica se  $n_1 n_2 > 0$ .

Dalla classificazione precedente si può dedurre che, per strutture a superficie iperbolica, gli sforzi principali di membrana saranno di segno opposto ( $\bar{n}_1 \bar{n}_2 < 0$ ). Per le superfici paraboliche in una

delle direzioni principali, avremo sforzo nullo (coni e cilindri). Per le superfici ellittiche, gli sforzi sono dello stesso segno.

In funzione dei parametri noti,  $t, n_x, n_y$ , (che definiscono lo stato di sollecitazione della membrana) è possibile progettare la geometria incognita  $f=f(x,y)$  della superficie strutturale.

Dal punto di vista geometrico, considerando la curvatura gaussiana  $K=k_1 k_2$  la superficie strutturale è:

- iperbolica se  $k_1 k_2 < 0$
- parabolica se  $k_1 k_2 = 0$
- ellittica se  $k_1 k_2 > 0$ .

Per ottenere il campo di validità geometrico-tensionale delle strutture che hanno come ipotesi principale quella di lavorare essenzialmente in regime unilaterale di sforzi (solo sforzi positivi di trazione  $n > 0$ ), possiamo richiamare la sintetica espressione dell'equilibrio di membrana in assenza di carichi esterni:

$$\bar{n}_1 k_1 + \bar{n}_2 k_2 = 0; \frac{\bar{n}_1}{\bar{n}_2} = -\frac{k_2}{k_1} \quad (3.8)$$

dove:

- $\bar{n}_1, \bar{n}_2$ : sforzi di membrana in direzione 1 e 2 rispettivamente;
- $k_1, k_2$ : curvature approssimate delle famiglie di curve 1 e 2.

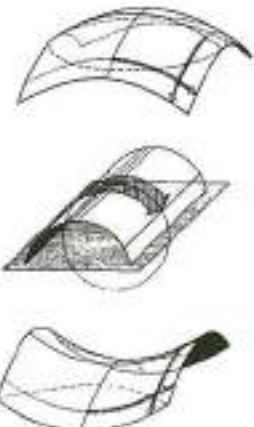
L'ipotesi strutturale, che ci consente di operare solo in regime unilaterale di sforzi (positivi di trazione), è esprimibile formalmente come:

$$n_1 n_2 > 0 \text{ (con } \bar{n}_1 \bar{n}_2, \text{ positivi di trazione)} \quad (3.9)$$

Dalla (3.8) consegue immediatamente che deve essere di necessità:

$$k_1 k_2 < 0 \text{ (curvatura totale negativa)} \quad (3.10)$$

Considerando (fig. 3.9) tutte le possibili combinazioni di regime geometrico e di sollecitazione, si possono definire le tensostrutture come «strutture a geometria di tipo iperbolico (a sella) e a regime di sollecitazione forzatamente ellittico». Il regime di sollecitazione «forzato» si ottiene, evidentemente, con l'introduzione di uno sforzo di pretensione sufficiente a garantire che le sollecita-



Stato geometrico Stato di tensione



Fig. 3.9 Campo di validità geometrico-tensionale delle tensostrutture.

zioni naturali (ellittiche) di compressione sotto carico, nella struttura geometricamente iperbolica, possano essere intese come «diminuzione di una trazione preesistente»: appunto lo stato di tensione caratteristico dello stato «0».

**3.3.1.1 L'equazione di equilibrio in regime di membrana in particolari condizioni di carico e regime di tensione**

A) *Membrana presollecitata con carichi esterni nulli.*

In tal caso l'equazione (3.3) assume la forma:

$$\bar{n}_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \bar{n}_y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2t \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0 \quad (3.11)$$

e nell'ipotesi che si consideri  $\bar{n}_x = \bar{n}_y$  e  $t = 0$  si ottiene:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0 \quad (3.12)$$

equazione che evidenzia la caratteristica iperbolica ( $k_1 k_2 < 0$ ) della superficie geometrica soluzione della (3.12), imposta dal forzato regime ellittico degli sforzi ( $\bar{n}_x \bar{n}_y > 0$ ). Questo è il caso tipico delle tensostrutture nelle quali viene introdotta una presollecitazione di trazione.

B) *Membrana soggetta all'azione del peso proprio e di pressioni accidentali verticali.*

L'equazione (3.3) considerando la direzione z verticale diventa:

$$\bar{n}_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \bar{n}_y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2t \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -p_p \cdot p_z \left[ 1 + \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.12)$$

dove:  $p_p$  = peso proprio della membrana  
 $p_z$  = carichi accidentali con direzione z

C) *Superfici minime.*

Una superficie a minima area è una superficie per la quale la curvatura principale  $k_p$  è nulla in ogni suo punto. Ricordando che in un riferimento cartesiano (x,y,z) l'espressione della curvatura principale è:

$$k_p = \frac{-\left[ 1 + \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \left[ 1 + \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}}{2 \left[ 1 + \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \right]^{3/2}} \quad (3.14)$$

L'equazione di membrana per stato uniforme di tensione ( $n_0$ ) soggetta all'azione del peso proprio  $p_p$ , azione esterna idrostatica e pressione interna ( $p_i$ ) (strutture pneumatiche) è data dalla:

$$2(n_0 + p_p z) k_p = \pm [p_i + \gamma(z_0 - z)] + p_p \frac{1}{\left[ 1 + \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (3.15)$$

dove  $\gamma$  = peso specifico del liquido. Per  $p_p = \gamma = 0$ , la curvatura acquista il valore costante  $k_p = \pm p_i / (2n_0)$  e la superficie risulta minima se è anche  $p_i = 0$ . Pertanto, una superficie di minima area può essere ottenuta in assenza di carichi e in stato uniforme di tensione.

Queste condizioni sono realizzabili sperimentalmente e con notevole precisione mediante la tecnica dei modelli di soluzione saponata.

Nella fig. 3.10 è visualizzata la superficie minima su contorno a sei lati, ottenuta matematicamente.



Fig. 3.10 Membrana a superficie minima su contorno esagonale.

D) *Strutture a membrana sottoposte a pressione interna.*

L'equazione, che permette di trovare la configurazione geometrica equilibrata di membrane pneumatiche, si presenta nella forma seguente:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - 2 \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right) + \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{p_i}{n_0} \left[ 1 + \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.16)$$

Nel caso che venga tenuto conto del peso proprio della membrana, al termi-

ne a destra dell'uguaglianza deve essere aggiunta l'espressione:

$$1 + \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \frac{n_0}{p_p} + 2 \quad (3.17)$$

Nella fig. 3.11 è rappresentata la superficie della membrana, soggetta a pressione interna ( $p_i/n_0 = 0,2$ ).



Fig. 3.11 Membrana sottoposta ad una pressione interna con n=cost.

**3.3.1.2 La risoluzione numerica**

L'equazione (3.3) e tutte le sue trasformazioni possono essere scritte alle differenze finite. In questo modo, invece di risolvere un'equazione differenziale, la soluzione approssimata viene fornita da un sistema di equazioni algebriche, in genere non lineari. Come si è visto nel precedente paragrafo, nel caso di membrana presollecitata con carichi esterni nulli, tralasciando (come appare lecito per il caso in esame) gli sforzi tangenziali, si ha l'equazione:

$$\bar{n}_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \bar{n}_y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0 \quad (3.18)$$

la quale è una equazione differenziale di 2° ordine alle derivate parziali e, alla sua risoluzione, si può giungere adottando il metodo delle differenze finite.

Come è noto, il metodo di discretizzazione delle differenze finite si basa sulla sostituzione delle derivate con i rapporti incrementali. La derivata è un rapporto incrementale in cui l'intervallo h, sul quale è calcolato, viene fatto tendere a zero. Nel caso discreto la precisione del metodo è legata all'intervallo finito di integrazione h scelto. Con riferimento alla fig. 3.12 passando dalle derivate ai rapporti incrementali si ha:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{z_{i,j+1} + z_{i,j-1} - 2z_{i,j}}{h_y^2} \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{z_{i+1,j} + z_{i-1,j} - 2z_{i,j}}{h_x^2} \quad (3.20)$$

Adottando i simboli  $H_{0x}$   $H_{0y}$  per designare le forze di pretensione unitarie proiettate nel piano x-y e dirette lungo x ed y rispettivamente, l'espressione (3.18) si può scrivere nella forma:

$$H_{0x} \frac{z_{i+1,j} + z_{i-1,j} - 2z_{i,j}}{h_x^2} + H_{0y} \frac{z_{i,j+1} + z_{i,j-1} - 2z_{i,j}}{h_y^2} = 0 \quad (3.21)$$

Note le componenti di sforzo  $H_{0x}$  ed  $H_{0y}$  e considerando le condizioni ai vincoli esterni, le (3.21), scritte per tutti i nodi interni, danno origine ad un sistema di equazioni tridiagonale a diagonale principale dominante, facilmente risolvibile mediante un metodo iterativo sequenziale (p.es. Gauss-Seidel). La formula ricorrente, ricavabile dalla (3.21) per  $h_x = h_y$  si presenta nella forma:

$$z_{i,j} = \frac{H_{0x} (z_{i+1,j} + z_{i-1,j}) + H_{0y} (z_{i,j+1} + z_{i,j-1})}{2(H_{0x} + H_{0y})} \quad (3.22)$$

la quale per il caso particolare  $H_{0x} = H_{0y}$  diventa:

$$z_{i,j} = \frac{z_{i+1,j} + z_{i-1,j} + z_{i,j+1} + z_{i,j-1}}{4} \quad (3.23)$$

Questa ci permette di verificare che lo stato geometrico  $z=f(x,y)$  della struttura non dipende dai valori assoluti degli sforzi, ma soltanto dal loro rapporto. Dalla (3.18) per degenerazione a una dimensione ( $y=0$ ), troviamo la ben nota espressione:

$$H_{0x} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0 \quad (3.24)$$

che rappresenta la relazione di equilibrio per una fune non caricata nel piano x-z di giacitura. E evidente che, per ogni valore non nullo di  $H_{0x}$ , in assenza di carichi, l'unica possibile configurazione geometrica della fune è rappresentata dalla:

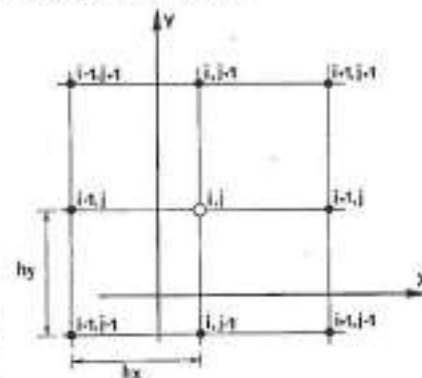


Fig. 3.12 Reticolo di calcolo e designazione dei nodi.

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0 \quad (3.25)$$

che corrisponde alla condizione di curvatura nulla la quale, sommata alle condizioni al contorno, dà l'espressione di una retta passante per i punti di ancoraggio.

Questo è evidente per intuizione fisica, giacché una fune non caricata e con peso proprio nullo, soggetta ad un valore di  $H \neq 0$ , non può che avere la direzione della forza stessa.

Nel caso di carico  $p_z \neq 0$  l'espressione (3.24) diventa:

$$H_{ax} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + p_z = 0 \quad (3.26)$$

e la formula ricorrente generica risolvibile per via iterativa è la seguente:

$$z_{i+1} = \frac{z_{i-1} + z_{i-1} + \frac{p_z}{H_{ax}} h_x^2}{2} \quad (3.27)$$

Lo stesso sviluppo può essere eseguito per la (3.21).

Vediamo ora due semplici esempi di applicazione per un caso piano ed uno spaziale.

**Esempio 3.1**

Fune sospesa agli estremi giacente nel piano  $z-x$ .

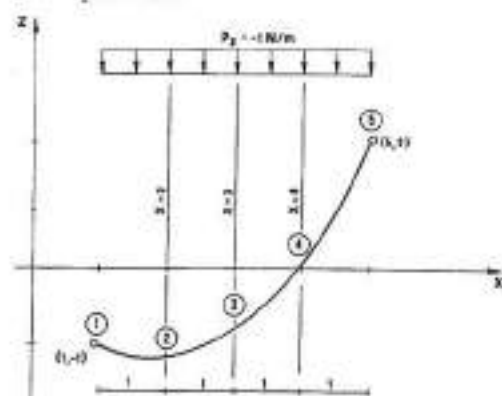


Fig. 3.13

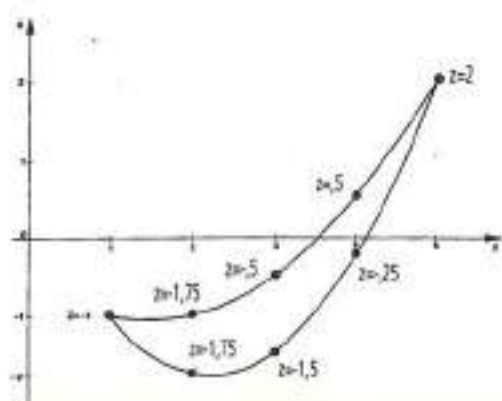


Fig. 3.14

Geometria della fune per  $H_{ax} = 1N$  e  $H_{ax} = 2N$ .

Dato lo schema di fig. 3.13 nel quale sono note le quote relative agli estremi (punti di ancoraggio della fune), si vuole trovare la forma assunta dalla fune quando essa sia soggetta ad un carico verticale  $p_z = -1N/m$

Dati:  $h_x = 1 m$ ;  $H_{ax} = 1 N$  (caso A).

La formula ricorrente, nel nostro caso, tenendo conto dei segni diventa:

$$z_i = \frac{z_{i-1} + z_{i-1} + \frac{p_z}{H_{ax}} h_x^2}{2} \quad (3.28)$$

Nella tabella 3.1 sono indicati i risultati di 10 iterazioni dirette, ottenute applicando ciclicamente la (3.28) con rotazione degli indici, iniziando con il valore  $Z_3 = 0$  di tentativo iniziale. Nessun acceleratore di convergenza è stato usato in modo da risultare didatticamente diretto. Nella tabella 3.2 sono riportati i risultati delle iterazioni effettuate con identica procedura nel caso in cui lo sforzo orizzontale applicato sia  $H_{ax} = 2 N$ , fermo restando l'intervallo  $h = 1 m$  (caso B).

Nella fig. 3.14 è stata, infine, rappresentata la geometria di pretensione della fune nei due casi considerati. Il procedimento iterativo è stato svolto secondo lo schema di fig. 3.15.

Ponendo l'equazione differenziale (3.27), scritta alle differenze finite, nella forma:

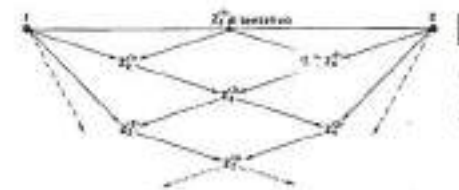


Fig. 3.15 Sequenza iterativa nel calcolo della geometria della fune.

Tab. 3.1

N° iter	$z_2$	$z_3$	$z_4$
1	-1	0	0,5
2	-1,315	-0,75	0,125
3	-1,56	-0,125	0,06
4	-1,658	-1,31	-0,125
5	-1,70	-1,405	-0,20
6	-1,725	-1,45	-0,255
7	-1,74	-1,475	-0,24
8	-1,745	-1,49	-0,245
9	-1,75	-1,495	-0,25
10	-1,75	-1,50	-0,25

Tab. 3.2

N° iter	$z_2$	$z_3$	$z_4$
1	-0,75	0	0,75
2	-0,875	-0,25	0,625
3	-0,94	-0,375	0,56
4	-0,97	-0,44	0,50
5	-0,985	-0,47	0,515
6	-0,99	-0,485	0,51
7	-0,995	-0,49	0,510
8	-1	-0,495	0,5
9	-1	-0,5	0,5
10	-1	-0,5	0,5
11	-1	-0,5	0,5

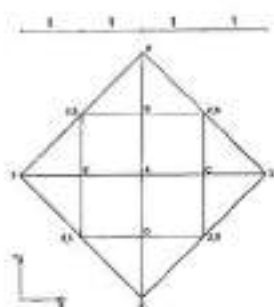


Fig. 3.16 Esempio 3.2

Rete a maglia equidistante, su contorno poligonale.

Sia data la geometria di fig. 3.16 (pianta), dove sono note le quote relative ai bordi; ci si prefigge di trovare le coordinate dei nodi interni, sapendo che per simmetria:

$$z_B = z_D ; z_E = z_C$$

Supponendo, inoltre, di fissare gli intervalli  $h$  in modo che:

$$h_x = h_y = 1 m$$

poniamo come valore delle componenti

$$z_{i+1} + z_{i-1} - 2z_i = \frac{p_z h_x^2}{H_{ax}}$$

si riconduce il problema da un sistema di equazioni, una per ogni nodo, che nel nostro caso si presenta dopo avere introdotto le condizioni al contorno, come segue:

$$\begin{cases} -1 - 2z_1 + z_3 = 1 \\ z_2 - 2z_3 + z_4 = 1 \\ z_5 + 2z_6 + 2z_7 = 1 \end{cases} \text{ per } H_{ax} = 1 N; h_x = 1 m \quad (3.29)$$

Per  $H_{ax} = 2N$  il sistema di equazioni resta immutato nella parte sinistra, mentre il termine a destra delle uguaglianze vale:

$$\frac{p_z}{H_{ax}} h_x^2 = 1/2$$

Risolvendo il sistema di equazioni (3.29) per via diretta o per sostituzione, è possibile controllare i risultati ottenuti con il procedimento iterativo.

Osservando la matrice dei coefficienti del sistema (3.29):

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

è possibile constatare la prevalenza della diagonale principale. In questi casi le risoluzioni iterative vettoriali hanno ottima velocità di convergenza e sono da preferire ai metodi diretti di risoluzione del sistema di equazioni in termini di velocità di calcolo e di occupazione di memoria. E per queste considerazioni che, nel campo della ricerca della forma, è preferibile utilizzare metodi iterativi.

orizzontali di pretensione:

$$H_{ax} = H_{ay} = 1 N$$

Essendo questa una struttura spaziale, si adotta l'equazione (3.23) per la risoluzione del problema. Nel nostro caso, per i tre nodi interni della struttura, avremo rispettivamente:

$$z_A = \frac{2,5 \cdot 2 + z_4}{4}; z_B = \frac{2z_C + 2z_D}{4}; z_C = \frac{3 + z_4 + 2,5 \cdot 2}{4}$$

La procedura si articola quindi, come nell'esempio 3.1, prefissando ad arbitrio un valore di tentativo, per esempio  $z_A = 0$  e ricavando i conseguenti valori di  $z_B$  e  $z_C$ .

Si ricalcola  $z_A$  e si procede per successive iterazioni fin a quando:

$$z_j^{i+1} - z_j^i \leq \epsilon$$

dove  $i = i$ -esima iterazione, ed  $\epsilon$  parametro di controllo di precisione di calcolo. I risultati sono riportati nella tabella 3.3a. Nella ipotesi che le componenti orizzontali della pretensione

Tab. 3.3a

Caso A:  $H_{ax} = H_{ay} = 1$

Tab. 3.3b

Caso B:  $H_{ax} = 1; H_{ay} = 2$

tab. 3.3.a				tab. 3.3.b			
N° iter	$z_A$	$z_B$	$z_C$	N° iter	$z_A$	$z_B$	$z_C$
1	0	1,75	2	1	0	1,5	2,167
2	1,875	2,219	2,489	2	1,722	2,174	2,454
3	2,344	2,336	2,586	3	2,196	2,272	2,533
4	2,601	2,365	2,619	4	2,332	2,277	2,528
5	2,690	2,372	2,622	5	2,370	2,29	2,562
6	2,698	2,374	2,624	6	2,381	2,299	2,563
7	2,699	2,375	2,625	7	2,384	2,295	2,564
8	2,5	2,375	2,625	8	2,385	2,295	2,564
9	2,5			9	2,385		



Fig. 3.17

siano diverse tra loro, ossia ad esempio:

$$H_{ax} = 1 N; H_{ay} = 2 N$$

lasciando invariati gli intervalli  $h_x$  e  $h_y$  si perviene risultati di tabella 3.3b. Come era logico prevedere, con una più elevata trazione imposta alle funi stabilizzanti rispetto alle portanti la rete tende a una posizione di equilibrio nella quale le curvature delle funi portanti sono maggiori relativamente alle corrispondenti curvature delle funi stabilizzanti.

zanti. Questo fatto è anche rilevabile dalla fig. 3.17 nella quale sono illustrati i prospetti della rete relativi ai due casi esaminati.

### 3.3.1.3 Esempi di programmazione

Con l'intento di introdurre gradatamente il lettore alla programmazione interattiva delle strutture di funi, nei punti che seguono verranno svolti due programmi al primo livello di interattività uomo-macchina: l'interazione alfanumerica.

I programmi sono stati eseguiti in linguaggio FORTRAN 77. I dati, introdotti in via colloquiale, sono in formato libero.

#### Programma FUN

Lo scopo del programma è quello di trovare la configurazione di equilibrio di una fune singola vincolata agli estremi e caricata nel piano verticale passante per essi. L'algoritmo risolutivo viene sviluppato secondo la traccia descritta al punto 3.3.1.2 e, in particolar modo, tramite il metodo iterativo di Gauss (equazione 3.27). La struttura (fune singola) può essere suddivisa in 20 nodi (compresi gli estremi), con la possibilità di variarne il numero aumentando il «dimensione».

La numerazione dei nodi è elaborata automaticamente, iniziando dal primo vincolo (nodo 1). Un esempio numerico è stato eseguito per illustrare l'output del programma sulla base dell'esempio 3.1 (caso A e B). L'intervallo  $h_x$  è stato posto uguale a 0,5 (la metà rispetto all'esempio svolto manualmente), con conseguente aumento dei nodi interni.

```

*****
PROGRAM FUN
  EXTERNAL OUTPUT
  DOUBLE PRECISION DO
  DIMENSION X(10), Y(10), A(10,10), CC(10),
  XIC(10), ZIC(10)
  CHARACTER CASE (20)
  DATA INPUT, OUTPUT, I /
  *
  * LEGENDA DEI SIMBOLI RICORRENTI
  * NT = numero totale dei nodi
  * NV = numero dei nodi vincolati
  * NI = numero dei nodi interni alla rete
  * NP = numero funi portanti
  * NS = numero funi stabilizzanti
  * LP = numero di linee verticali del
  *      reticolo di calcolo
  * LS = numero di linee orizz. del reticolo
  *      di calcolo
  * HX, HY = distanza tra le funi
  * MX, MY = componenti oriz. dello sforzo di fune
  * X, Y = coordinate dei nodi
  * IC = coordinate dei nodi interni (poste
  *      inizialmente = 0)
  *****
  WRITE(1,1)
  1 FORMAT('Caso : ', ' ')
  READ(1,2) CASE
  WRITE(1,3)
  2 FORMAT('NUMERO TOTALE DEI NODI : ', ' ')
  READ(1,4) NT
  NI=NT-2
  *
  * L'INTERASSE TRA I NODI VIENE DETERMINATO
  * AUTOMATICAMENTE CONSIDERANDO QUESTO COSTANTE
  * PER TUTTE I NODI
  *
  WRITE(1,4)
  4 FORMAT('COORDINATE DEGLI ESTREMI')
  DO 7 J=1, NT
  IF (J.GT.1.AND.J.LT.NT) GO TO 7
  WRITE(1,5) J
  5 FORMAT('X', 'Y', 'Z')
  READ(1,6) X(J)
  WRITE(1,6) Y(J)
  6 FORMAT('Z', ' ')
  READ(1,7) Z(J)
  7 CONTINUE
  ISEMI = (X(NT) - X(1)) / (NT-1)
  DIS=HGX
  WRITE(1,8) HX
  8 FORMAT('INTERVALLO Hx = ', ' ')
  WRITE(1,9)
  9 FORMAT('COMPONENTE ORIZZONTALE HX = ', ' ')
  READ(1,10) HX
  *
  WRITE(1,10)
  10 FORMAT('CONSIDERA IL CARICO : ')
  * 10 X, Y, Z CONCENTRATO? 10 X, Y, Z
  * DISTRIBUITO? 10 X, Y, Z
  READ(1,11) DOH
  WRITE(1,11)
  11 FORMAT('CARICO Hx = ', ' ')
  READ(1,12) HX
  IF (DOH.EQ.1) THEN
    HX=HX
  ELSE
    HX=HX**2
  END IF
  *
  * COSTRUZIONE DELLA MATRICE A
  *
  M=NT+1
  N=NT
  DO 13 J=1, M
  IF (M.EQ.1.OR.M.EQ.N) THEN
    IF (M.EQ.1) THEN
      A(M,M) = - (2*HGX/HX) - 2(I)
    ELSE
      A(M,M) = - (2*HGX/HX) - 2(I)
    END IF
  ELSE
    A(M,M) = - (2*HGX/HX) * HX
  END IF
  DO 14 I=1, N
  DO 15 J=1, M
  A(I,J)=0.
  IF (I.EQ.J) THEN
    A(I,J)=2.
  ELSE
    I2=I+1
    I3=I-1
    IF (I2.GE.1.AND.I2.LE.N) A(I,I2)=1.
    IF (I3.GE.1.AND.I3.LE.N) A(I,I3)=1.
  END IF
  END DO
  END DO
  HX=0
  DO 16 J=1, NT-1
  DO 17 I=1, N
  A(I,I+1) = A(I,I+1) / HX
  END DO
  16 CONTINUE
  JCON = 100
  DO 21 KCON, MAX
  LL=1
  DO 19 II = 1, N
  NP=KCON(II)
  SAVE=0
  DO 17 JJ = 1, N
  IF (II.NE.JJ) SHV=SHV+A(II,JJ)*KCON(II)
  17 CONTINUE
  SS(II) = A(II, II) - SAVE
  IF (ABS(XP-XI(II))-EPS) 19, 19, 18
  18 LL=1
  19 CONTINUE
  IF (LL.EQ.1) GO TO 25
  IF (KCON(II).EQ.1) THEN
    WRITE(1,20) JCON
    FORMAT(' ')
    JCON=JCON+100
  END IF
  25 CONTINUE
  MAX=MAX+200
  WRITE(1,22) MAX
  *****
  
```

```

*****
ITERAZIONI A : ' ', ' ')
DO TO 19
23 WRITE(1,23) KK
24 FORMAT('ITERAZIONI ESEGUITE : ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ')
+ 2X, 'NODI', 'HX', 'Y', 'Z', 'Z'
DO 26 II=1, N
  X(II) = X(II)+1
  WRITE(1,25) II+1, X(II), KK(II)
  25 FORMAT('X', 'Y', 'Z', ' ', ' ', ' ', ' ')
26 CONTINUE
WRITE(1,27)
27 FORMAT('STOP PROGRAMMA FUN *****')
STOP
END
*****
VARIANTE "A" ALL'ESEMPPIO 3.1
*****
NUMERO TOTALE DEI NODI : 9
NUMERO NODI INTERNI : 7
COORDINATE NODO 1 : X = 1,0000 Z = -1,0000
COORDINATE NODO 9 : X = 5,0000 Z = 2,0000
INTERVALLO HX : 1,5000
COMPONENT HX : 1,0000
CARICO PZ : 1,0000
*****
INTERAZIONI ESEGUITE : 97
COORDINATE DEI NODI
NODO X Z
2 1,250000 -1,500000
3 1,500000 -1,750000
4 1,750000 -1,750000
5 2,000000 -1,500000
6 2,250000 -1,000000
7 2,500000 -2,500000
8 2,750000 -1,750000
*****
VARIANTE "B" ALL'ESEMPPIO 3.1
*****
NUMERO TOTALE DEI NODI : 9
NUMERO NODI INTERNI : 7
COORDINATE NODO 1 : X = 1,0000 Z = -1,0000
COORDINATE NODO 9 : X = 5,0000 Z = 2,0000
INTERVALLO HX : 1,5000
COMPONENT HX : 2,0000
CARICO PZ : 1,0000
*****
INTERAZIONI ESEGUITE : 92
COORDINATE DEI NODI
NODO X Z
2 1,250000 -1,662500
3 1,500000 -1,662500
4 1,750000 -1,250000
5 2,000000 -1,500000
6 2,250000 -1,062500
7 2,500000 -1,000000
8 2,750000 1,187500
*****
  
```

```

*****
PROGRAM NET
  DIMENSION X(10), Y(10), Z(10),
  XIC(10), YIC(10), ZIC(10)
  CHARACTER NAME(5)
  CHARACTER CASE(20)
  DATA SI, NO/ZHSI, 2MSH/
  DATA INPUT, OUTPUT, I /
  *
  * LEGENDA DEI SIMBOLI RICORRENTI
  * NT = numero totale dei nodi
  * NV = numero dei nodi vincolati
  * NI = numero dei nodi interni alla rete
  * NP = numero funi portanti
  * NS = numero funi stabilizzanti
  * LP = numero di linee verticali del
  *      reticolo di calcolo
  * LS = numero di linee orizz. del reticolo
  *      di calcolo
  * HX, HY = distanza tra le funi
  * MX, MY = componenti oriz. dello sforzo di fune
  * X, Y, Z = coordinate dei nodi
  * IC = coordinate dei nodi interni (poste
  *      inizialmente = 0)
  *****
  WRITE(1,1)
  1 FORMAT('Caso : ', ' ')
  READ(1,2) CASE
  WRITE(1,3)
  2 FORMAT('NUMERO TOTALE DEI NODI : ', ' ')
  READ(1,4) NT
  NI=NT-2
  *
  * L'INTERASSE TRA I NODI VIENE DETERMINATO
  * AUTOMATICAMENTE CONSIDERANDO QUESTO COSTANTE
  * PER TUTTE I NODI
  *
  WRITE(1,4)
  4 FORMAT('COORDINATE DEGLI ESTREMI')
  DO 7 J=1, NT
  IF (J.GT.1.AND.J.LT.NT) GO TO 7
  WRITE(1,5) J
  5 FORMAT('X', 'Y', 'Z')
  READ(1,6) X(J)
  WRITE(1,6) Y(J)
  6 FORMAT('Z', ' ')
  READ(1,7) Z(J)
  7 CONTINUE
  ISEMI = (X(NT) - X(1)) / (NT-1)
  DIS=HGX
  WRITE(1,8) HX
  8 FORMAT('INTERVALLO Hx = ', ' ')
  WRITE(1,9)
  9 FORMAT('COMPONENTE ORIZZONTALE HX = ', ' ')
  READ(1,10) HX
  *
  WRITE(1,10)
  10 FORMAT('CONSIDERA IL CARICO : ')
  * 10 X, Y, Z CONCENTRATO? 10 X, Y, Z
  * DISTRIBUITO? 10 X, Y, Z
  READ(1,11) DOH
  WRITE(1,11)
  11 FORMAT('CARICO Hx = ', ' ')
  READ(1,12) HX
  IF (DOH.EQ.1) THEN
    HX=HX
  ELSE
    HX=HX**2
  END IF
  *
  * COSTRUZIONE DELLA MATRICE A
  *
  M=NT+1
  N=NT
  DO 13 J=1, M
  IF (M.EQ.1.OR.M.EQ.N) THEN
    IF (M.EQ.1) THEN
      A(M,M) = - (2*HGX/HX) - 2(I)
    ELSE
      A(M,M) = - (2*HGX/HX) - 2(I)
    END IF
  ELSE
    A(M,M) = - (2*HGX/HX) * HX
  END IF
  DO 14 I=1, N
  DO 15 J=1, M
  A(I,J)=0.
  IF (I.EQ.J) THEN
    A(I,J)=2.
  ELSE
    I2=I+1
    I3=I-1
    IF (I2.GE.1.AND.I2.LE.N) A(I,I2)=1.
    IF (I3.GE.1.AND.I3.LE.N) A(I,I3)=1.
  END IF
  END DO
  END DO
  HX=0
  DO 16 J=1, NT-1
  DO 17 I=1, N
  A(I,I+1) = A(I,I+1) / HX
  END DO
  16 CONTINUE
  JCON = 100
  DO 21 KCON, MAX
  LL=1
  DO 19 II = 1, N
  NP=KCON(II)
  SAVE=0
  DO 17 JJ = 1, N
  IF (II.NE.JJ) SHV=SHV+A(II,JJ)*KCON(II)
  17 CONTINUE
  SS(II) = A(II, II) - SAVE
  IF (ABS(XP-XI(II))-EPS) 19, 19, 18
  18 LL=1
  19 CONTINUE
  IF (LL.EQ.1) GO TO 25
  IF (KCON(II).EQ.1) THEN
    WRITE(1,20) JCON
    FORMAT(' ')
    JCON=JCON+100
  END IF
  25 CONTINUE
  MAX=MAX+200
  WRITE(1,22) MAX
  *****
  
```

```

*****
ITERAZIONI A : ' ', ' ')
DO TO 19
23 WRITE(1,23) KK
24 FORMAT('ITERAZIONI ESEGUITE : ', ' ', ' ', ' ', ' ', ' ')
+ 2X, 'NODI', 'HX', 'Y', 'Z', 'Z'
DO 26 II=1, N
  X(II) = X(II)+1
  WRITE(1,25) II+1, X(II), KK(II)
  25 FORMAT('X', 'Y', 'Z', ' ', ' ', ' ', ' ')
26 CONTINUE
WRITE(1,27)
27 FORMAT('STOP PROGRAMMA FUN *****')
STOP
END
*****
VARIANTE "A" ALL'ESEMPPIO 3.1
*****
NUMERO TOTALE DEI NODI : 9
NUMERO NODI INTERNI : 7
COORDINATE NODO 1 : X = 1,0000 Z = -1,0000
COORDINATE NODO 9 : X = 5,0000 Z = 2,0000
INTERVALLO HX : 1,5000
COMPONENT HX : 1,0000
CARICO PZ : 1,0000
*****
INTERAZIONI ESEGUITE : 97
COORDINATE DEI NODI
NODO X Z
2 1,250000 -1,500000
3 1,500000 -1,750000
4 1,750000 -1,750000
5 2,000000 -1,500000
6 2,250000 -1,000000
7 2,500000 -2,500000
8 2,750000 -1,750000
*****
VARIANTE "B" ALL'ESEMPPIO 3.1
*****
NUMERO TOTALE DEI NODI : 9
NUMERO NODI INTERNI : 7
COORDINATE NODO 1 : X = 1,0000 Z = -1,0000
COORDINATE NODO 9 : X = 5,0000 Z = 2,0000
INTERVALLO HX : 1,5000
COMPONENT HX : 2,0000
CARICO PZ : 1,0000
*****
INTERAZIONI ESEGUITE : 92
COORDINATE DEI NODI
NODO X Z
2 1,250000 -1,662500
3 1,500000 -1,662500
4 1,750000 -1,250000
5 2,000000 -1,500000
6 2,250000 -1,062500
7 2,500000 -1,000000
8 2,750000 1,187500
*****
  
```

#### Programma NET

Permette di trovare lo stato "0" di strutture a rete di pianta quadrata e rettangolare (con maglie quadrate o rettangolari), o romboidale (SUBROUTINE ROMBO) con maglie quadrate. In entrambi i casi, il numero delle funi portanti deve essere uguale a quello delle funi stabilizzanti. La soluzione è ottenuta per via iterativa. Per quanto riguarda la numerazione dei nodi, essa avviene automaticamente secondo gli schemi illustrati in fig. 3.18. Si tenga, inoltre presente, che l'input delle coordinate è riferito alle sole coordinate dei nodi di bordo, essendo le quote dei nodi interni poste inizialmente uguali a zero.

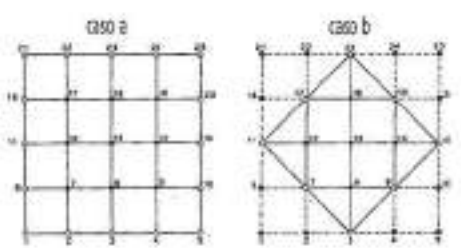


Fig. 3.18

- a) Numerazione automatica dei nodi per strutture a pianta quadrata o rettangolare.
- b) Numerazione automatica dei nodi per strutture a pianta romboidale.
- CASO a:
  - Nodi di bordo
  - Nodi interni
- CASO b:
  - Nodi di reticolo

```

20 27 I1=2,LP=1
20 27 I1=2,LP=1
20 27 I1=2,LP=1
27 CONTINUE
28 WRITE(1,29)
29 FORMAT('PRECISIONE RICHIESTA: ','_','_')
30 CONTINUE
31 CONTINUE
32 CONTINUE
33 CONTINUE
34 CONTINUE
35 CONTINUE
36 CONTINUE
37 CONTINUE
38 CONTINUE
39 CONTINUE
40 CONTINUE
41 CONTINUE
42 CONTINUE
43 CONTINUE
44 CONTINUE
45 CONTINUE
46 CONTINUE
47 CONTINUE
48 CONTINUE
49 CONTINUE
50 CONTINUE
51 CONTINUE
52 CONTINUE
53 CONTINUE
54 CONTINUE
55 CONTINUE
56 CONTINUE
57 CONTINUE
58 CONTINUE
59 CONTINUE
60 CONTINUE
61 CONTINUE
62 CONTINUE
63 CONTINUE
64 CONTINUE
65 CONTINUE
66 CONTINUE
67 CONTINUE
68 CONTINUE
69 CONTINUE
70 CONTINUE
71 CONTINUE
72 CONTINUE
73 CONTINUE
74 CONTINUE
75 CONTINUE
76 CONTINUE
77 CONTINUE
78 CONTINUE
79 CONTINUE
80 CONTINUE
81 CONTINUE
82 CONTINUE
83 CONTINUE
84 CONTINUE
85 CONTINUE
86 CONTINUE
87 CONTINUE
88 CONTINUE
89 CONTINUE
90 CONTINUE
91 CONTINUE
92 CONTINUE
93 CONTINUE
94 CONTINUE
95 CONTINUE
96 CONTINUE
97 CONTINUE
98 CONTINUE
99 CONTINUE
100 CONTINUE
101 CONTINUE
102 CONTINUE
103 CONTINUE
104 CONTINUE
105 CONTINUE
106 CONTINUE
107 CONTINUE
108 CONTINUE
109 CONTINUE
110 CONTINUE
111 CONTINUE
112 CONTINUE
113 CONTINUE
114 CONTINUE
115 CONTINUE
116 CONTINUE
117 CONTINUE
118 CONTINUE
119 CONTINUE
120 CONTINUE
121 CONTINUE
122 CONTINUE
123 CONTINUE
124 CONTINUE
125 CONTINUE
126 CONTINUE
127 CONTINUE
128 CONTINUE
129 CONTINUE
130 CONTINUE
131 CONTINUE
132 CONTINUE
133 CONTINUE
134 CONTINUE
135 CONTINUE
136 CONTINUE
137 CONTINUE
138 CONTINUE
139 CONTINUE
140 CONTINUE
141 CONTINUE
142 CONTINUE
143 CONTINUE
144 CONTINUE
145 CONTINUE
146 CONTINUE
147 CONTINUE
148 CONTINUE
149 CONTINUE
150 CONTINUE
151 CONTINUE
152 CONTINUE
153 CONTINUE
154 CONTINUE
155 CONTINUE
156 CONTINUE
157 CONTINUE
158 CONTINUE
159 CONTINUE
160 CONTINUE
161 CONTINUE
162 CONTINUE
163 CONTINUE
164 CONTINUE
165 CONTINUE
166 CONTINUE
167 CONTINUE
168 CONTINUE
169 CONTINUE
170 CONTINUE
171 CONTINUE
172 CONTINUE
173 CONTINUE
174 CONTINUE
175 CONTINUE
176 CONTINUE
177 CONTINUE
178 CONTINUE
179 CONTINUE
180 CONTINUE
181 CONTINUE
182 CONTINUE
183 CONTINUE
184 CONTINUE
185 CONTINUE
186 CONTINUE
187 CONTINUE
188 CONTINUE
189 CONTINUE
190 CONTINUE
191 CONTINUE
192 CONTINUE
193 CONTINUE
194 CONTINUE
195 CONTINUE
196 CONTINUE
197 CONTINUE
198 CONTINUE
199 CONTINUE
200 CONTINUE

```

```

56 FORMAT('NUMERO FINI PORTANTI E STABILIZZANTI: ','_','_')
57 FORMAT('INTEGRASSE TRA LE FUNI PORTANTI?')
58 FORMAT('GLI INDECI <I,J> CORRISPONDONO AL NODO NUMERO?')
59 FORMAT('INTEGRASSE PER LE FUNI PORTANTI?')
60 FORMAT('GLI INDECI <I,J> CORRISPONDONO AL NODO NUMERO?')
61 FORMAT('ASSESSA LE COORDINATE DI I RELATIVE AL BORDO?')
62 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
63 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
64 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
65 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
66 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
67 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
68 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
69 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
70 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
71 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
72 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
73 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
74 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
75 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
76 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
77 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
78 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
79 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
80 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
81 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
82 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
83 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
84 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
85 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
86 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
87 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
88 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
89 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
90 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
91 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
92 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
93 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
94 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
95 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
96 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
97 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
98 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
99 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
100 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
101 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
102 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
103 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
104 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
105 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
106 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
107 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
108 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
109 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
110 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
111 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
112 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
113 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
114 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
115 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
116 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
117 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
118 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
119 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
120 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
121 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
122 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
123 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
124 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
125 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
126 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
127 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
128 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
129 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
130 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
131 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
132 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
133 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
134 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
135 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
136 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
137 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
138 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
139 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
140 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
141 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
142 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
143 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
144 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
145 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
146 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
147 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
148 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
149 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
150 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
151 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
152 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
153 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
154 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
155 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
156 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
157 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
158 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
159 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
160 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
161 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
162 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
163 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
164 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
165 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
166 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
167 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
168 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
169 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
170 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
171 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
172 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
173 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
174 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
175 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
176 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
177 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
178 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
179 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
180 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
181 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
182 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
183 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
184 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
185 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
186 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
187 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
188 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
189 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
190 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
191 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
192 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
193 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
194 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
195 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
196 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
197 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
198 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
199 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')
200 FORMAT('NUMERO DI I RELATIVE AL BORDO?')

```

```

75 NI=2
76 NI=2
77 NI=2
78 NI=2
79 NI=2
80 NI=2
81 NI=2
82 NI=2
83 NI=2
84 NI=2
85 NI=2
86 NI=2
87 NI=2
88 NI=2
89 NI=2
90 NI=2
91 NI=2
92 NI=2
93 NI=2
94 NI=2
95 NI=2
96 NI=2
97 NI=2
98 NI=2
99 NI=2
100 NI=2
101 NI=2
102 NI=2
103 NI=2
104 NI=2
105 NI=2
106 NI=2
107 NI=2
108 NI=2
109 NI=2
110 NI=2
111 NI=2
112 NI=2
113 NI=2
114 NI=2
115 NI=2
116 NI=2
117 NI=2
118 NI=2
119 NI=2
120 NI=2
121 NI=2
122 NI=2
123 NI=2
124 NI=2
125 NI=2
126 NI=2
127 NI=2
128 NI=2
129 NI=2
130 NI=2
131 NI=2
132 NI=2
133 NI=2
134 NI=2
135 NI=2
136 NI=2
137 NI=2
138 NI=2
139 NI=2
140 NI=2
141 NI=2
142 NI=2
143 NI=2
144 NI=2
145 NI=2
146 NI=2
147 NI=2
148 NI=2
149 NI=2
150 NI=2
151 NI=2
152 NI=2
153 NI=2
154 NI=2
155 NI=2
156 NI=2
157 NI=2
158 NI=2
159 NI=2
160 NI=2
161 NI=2
162 NI=2
163 NI=2
164 NI=2
165 NI=2
166 NI=2
167 NI=2
168 NI=2
169 NI=2
170 NI=2
171 NI=2
172 NI=2
173 NI=2
174 NI=2
175 NI=2
176 NI=2
177 NI=2
178 NI=2
179 NI=2
180 NI=2
181 NI=2
182 NI=2
183 NI=2
184 NI=2
185 NI=2
186 NI=2
187 NI=2
188 NI=2
189 NI=2
190 NI=2
191 NI=2
192 NI=2
193 NI=2
194 NI=2
195 NI=2
196 NI=2
197 NI=2
198 NI=2
199 NI=2
200 NI=2

```

1000 (fig. 3.19bis). I risultati forniti



dall'elaborazione automatica sono i seguenti:

\*\*RETE A PIANTE RETTANGOLARE (MAGLIA 5X2 METRI)

NUMERO TOTALE DEI NODI = 25  
 NUMERO DEI NODI DI BORDO = 16  
 NUMERO FINI PORTANTI = 5  
 NUMERO FINI STABILIZZANTI = 3

COORDINATE DEI NODI DI BORDO			
1	0,00000000	0,00000000	0,00000000
2	2,00000000	0,00000000	2,00000000
3	10,00000000	0,00000000	2,50000000
4	15,00000000	0,00000000	2,00000000
5	20,00000000	0,00000000	0,00000000
6	0,00000000	2,00000000	-1,00000000
10	20,00000000	2,00000000	-1,00000000
11	0,00000000	4,00000000	-1,00000000
15	20,00000000	4,00000000	-1,00000000
16	0,00000000	6,00000000	-1,00000000
20	20,00000000	6,00000000	-1,00000000
21	0,00000000	8,00000000	0,00000000
22	5,00000000	8,00000000	2,00000000
25	10,00000000	8,00000000	2,50000000
24	15,00000000	8,00000000	2,00000000
25	20,00000000	8,00000000	0,00000000

INTERVALLO HX = 5,00000  
 INTERVALLO HY = 2,00000

LUNGHEZZA DELLE 12 ASTE ORIZZONTALI

ASTA N.	DAL NODO	AL NODO	LUNGHEZZA
1	0	7	5,42305
2	7	8	5,03954
3	8	9	5,03954
4	9	10	5,42305
5	11	12	5,03954
6	12	13	5,03954
7	13	14	5,03954
8	14	15	5,42305
9	16	17	5,03954
10	17	18	5,03954
11	18	19	5,03954
12	19	20	5,42305

LUNGHEZZA DELLE 12 ASTE VERTICALI

ASTA N.	DAL NODO	AL NODO	LUNGHEZZA
13	2	7	2,19335
14	7	12	2,02535
15	12	17	2,02535
16	17	22	2,19335
17	3	8	2,14501
18	8	13	2,01831
19	13	18	2,01831
20	18	23	2,14501
21	4	9	2,19335
22	9	14	2,02535
23	14	19	2,02535
24	19	24	2,19335

(SOGLI ITERATIVI ESEGUITI: 25)  
 COORDINATE FINALI DI TUTTI I NODI

NODO	X	Y	Z
1	0,00000000	0,00000000	0,00000000
2	5,00000000	0,00000000	2,00000000
3	10,00000000	0,00000000	2,50000000
4	15,00000000	0,00000000	2,00000000
5	20,00000000	0,00000000	0,00000000
6	0,00000000	2,00000000	-1,00000000
7	5,00000000	2,00000000	1,09470520
8	10,00000000	2,00000000	1,72471950
9	15,00000000	2,00000000	1,09470520
10	20,00000000	2,00000000	-1,00000000
11	0,00000000	4,00000000	-1,50000000
12	5,00000000	4,00000000	1,77528107
13	10,00000000	4,00000000	1,45345140
14	15,00000000	4,00000000	1,77528107
15	20,00000000	4,00000000	-1,50000000
16	0,00000000	6,00000000	-1,00000000
17	5,00000000	6,00000000	1,09470520
18	10,00000000	6,00000000	1,72471950
19	15,00000000	6,00000000	1,09470520
20	20,00000000	6,00000000	-1,00000000
21	0,00000000	8,00000000	0,00000000
22	5,00000000	8,00000000	2,00000000
23	10,00000000	8,00000000	2,50000000
24	15,00000000	8,00000000	2,00000000
25	20,00000000	8,00000000	0,00000000

Fig. 3.19 bis

Vediamo, ora, due applicazioni del programma NET. La prima è riferita alla struttura, illustrata in fig. 3.19, della quale si vuole trovare lo stato «0», note le coordinate dei nodi di bordo. I dati principali sono:

$$\begin{aligned}
 H_x &= 10 \text{ kN} & h_x &= 5 \text{ m} \\
 H_y &= 10 \text{ kN} & h_y &= 2 \text{ m}
 \end{aligned}$$

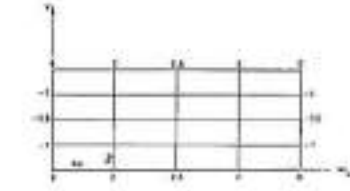


Fig. 3.19

Per questo esempio è stata eseguita una visualizzazione in 3D della geometria ottenuta con il calcolo, mediante l'impiego di routines grafiche di base, implementate su minicalcolatore HP-

La seconda applicazione del programma, riguarda la verifica dei risultati ottenuti manualmente dell'esempio 3.2 (rete a pianta romboidale), sia per il

caso A ( $h_x=H_y=1$ ) sia per il caso B ( $H_x=1, H_y=2$ ). Dal tabulato che segue, si ottiene la conferma dei risultati precedentemente raggiunti.

**\*\*VERIFICA RISULTATI DELL'ESEMPLO 3.2 (CASO A)**

NUMERO TOTALE DEI NODI = 25  
 NUMERO DEI NODI INTERNI = 5  
 NUMERO FUNI PORTANTI = 3  
 NUMERO FUNI STABILIZZ. = 2  
 INTERASSE HX-HY = 1,000

COORDINATE Z DEI NODI DI BORDO

NODO	3	1	2	=	2,0000
NODO	7	1	2	=	2,5000
NODO	9	1	2	=	2,5000
NODO	11	1	2	=	3,0000
NODO	15	1	2	=	3,0000
NODO	17	1	2	=	2,5000
NODO	19	1	2	=	2,5000
NODO	23	1	2	=	2,0000

COMPONENTI ORIZZONTALI HX = 1,0000 HY = 1,0000

ITERAZIONI ESEGUITE N. = 16

COORDINATE FINALI DEI NODI INTERNI

NODO	X	Y	Z
8	2,00000000	1,00000000	2,37500000
12	1,00000000	2,00000000	2,42500000
13	2,00000000	2,00000000	2,50000000
14	3,00000000	2,00000000	2,42500000
18	2,00000000	3,00000000	2,37500000

**\*\*VERIFICA RISULTATI DELL'ESEMPLO 3.2 (CASO B)**

NUMERO TOTALE DEI NODI = 25  
 NUMERO DEI NODI INTERNI = 5  
 NUMERO FUNI PORTANTI = 3  
 NUMERO FUNI STABILIZZ. = 2  
 INTERASSE HX-HY = 1,000

COORDINATE Z DEI NODI DI BORDO

NODO	3	1	2	=	2,0000
NODO	7	1	2	=	2,5000
NODO	9	1	2	=	2,5000
NODO	11	1	2	=	3,0000
NODO	15	1	2	=	3,0000
NODO	17	1	2	=	2,5000
NODO	19	1	2	=	2,5000
NODO	23	1	2	=	2,0000

COMPONENTI ORIZZONTALI HX = 1,0000 HY = 2,0000

ITERAZIONI ESEGUITE N. = 18

COORDINATE FINALI DEI NODI INTERNI

NODO	X	Y	Z
8	2,00000000	1,00000000	2,29487180
12	1,00000000	2,00000000	2,36410260
13	2,00000000	2,00000000	2,38461540
14	3,00000000	2,00000000	2,36410260
18	2,00000000	3,00000000	2,29487180

**3.3.2 Metodi discreti per la determinazione dello stato «0»**

La risoluzione delle equazioni differenziali di equilibrio, scritte per un elemento infinitesimo di membrana, pone diverse limitazioni: nella rappresentazione delle condizioni al contorno, specialmente per nodi liberi e nella scelta di un reticolo di riferimento fisso geo-

metricamente pre-definito. Per ovviare alle limitazioni esposte si rende opportuno stabilire un idoneo modello matematico ad elementi finiti.

**3.3.2.1 Il modello matematico - L'elemento di superficie**

Consideriamo un generico nodo  $k=(x_k, y_k, z_k)$  nel quale gli elementi triangolari che hanno un vertice in  $k$  (fig. 3.20) siano appartenenti alla superficie della membrana. Per un generico elemento (1,2,3), riferito a coordinate locali (fig. 3.21), si ipotizza che lo stato tensionale in esso sia costante.

Considerando le forze  $F_1, F_2$  e  $F_3$ , staticamente equivalenti al campo di tensione costante, dirette secondo i lati del triangolo, abbiamo che [3.6]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

dove:

$$[T] = \frac{2}{t} \begin{bmatrix} \frac{l_{12}^2}{h_3} & \frac{l_{23}^2}{h_1} & \frac{l_{31}^2}{h_2} \\ \frac{m_{12}^2}{h_3} & \frac{m_{23}^2}{h_1} & \frac{m_{31}^2}{h_2} \\ \frac{l_{12}m_{12}}{h_3} & \frac{l_{23}m_{23}}{h_1} & \frac{l_{31}m_{31}}{h_2} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$t$  = spessore della membrana  
 $h; h_1; h_2; h_3$  = altezze del triangolo misurate dai vertici 1, 2 e 3 rispettivamente  
 $l_{ki}; m_{ki}$  = coseni direttori del lato  $ki$ .

La schematizzazione fatta, di distribuzione delle tensioni costanti all'interno degli elementi, permette di ritenere il nodo generico  $k$  sottoposto agli sforzi presenti in equivalenti aste fittizie, concorrenti nel nodo. E' perciò possibile considerare, a maggior ragione in questa fase di ricerca della superficie equilibrata, dove per la natura del procedi-

Fig. 3.20

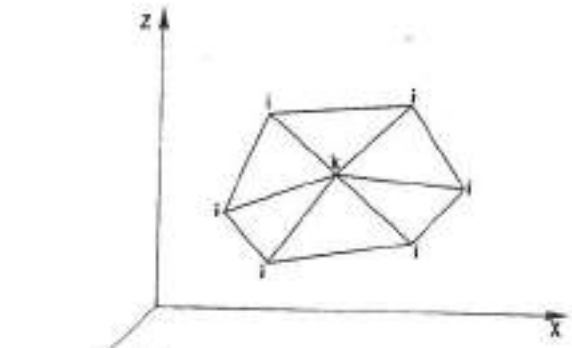


Fig. 3.21

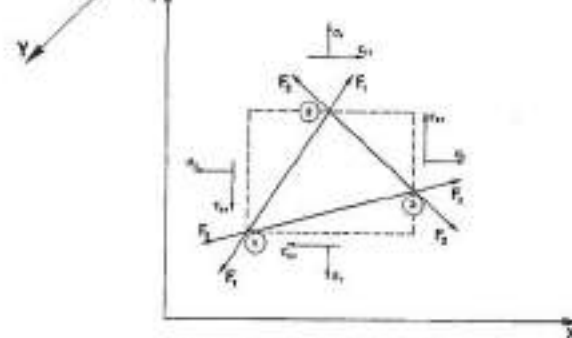


Fig. 3.22



mento non si mette in gioco lo stato di deformazione della struttura, un insieme fatto di nodi e aste fittizie, anziché l'effettiva struttura continua. La struttura equivalente che risulta è, quindi, una reticolare formata dai lati dei triangoli, e le aste sono formate dalla unione dei

lati adiacenti dei triangoli. Le aste disposte tra i nodi, di tipo fune, sono direttamente aggregabili per somma (fig. 3.22).

Questa considerazione permette di risalire dopo avere trovato le forze  $F$ , attraverso le (3.30), allo stato tensionale e quindi permette di individuare le tensioni principali nel materiale continuo di cui è composto l'involucro portante.

**3.3.2.2 L'equilibrio dell'insieme**

Procedendo ad assemblare tutti gli elementi, l'equazione di equilibrio nodale in forma vettoriale è espressa dalla:

$$\sum_{j=1}^{m-k} \vec{S}_j = p_k + \vec{P}_k = \vec{P}^0 \quad k=1, n \quad (3.32)$$

- dove:  
 $n$  = numero dei nodi interni;  
 $m$  = numero delle aste concorrenti nel nodo  $k$ ;  
 $p_k$  = pressione con azione normale alla superficie (vento, pressione interna nelle strutture pneumatiche);  
 $\vec{P}_k$  = carico generico sul nodo  $k$ ;  
 $\vec{S}_j$  = sforzi equivalenti diretti lungo i lati degli elementi formati dalla somma delle  $F$  di due lati adiacenti;  
 $\vec{n}$  = versore della normale all'area generica di un elemento con vertice in  $k$ ;  
 $A_k$  = area dell'elemento generico con vertice in  $k$ ;

In forma scalare, associata al sistema di riferimento globale, abbiamo:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{m-k} \frac{S_j^x}{l_{kj}} \Delta x_{kj} = P_k^x \\ \sum_{j=1}^{m-k} \frac{S_j^y}{l_{kj}} \Delta y_{kj} = P_k^y \\ \sum_{j=1}^{m-k} \frac{S_j^z}{l_{kj}} \Delta z_{kj} = P_k^z \end{cases} \quad (3.33)$$

dove:

- $\Delta x_{kj} = x_k^e - x_j^e, \Delta y_{kj} = y_k^e - y_j^e, \Delta z_{kj} = z_k^e - z_j^e$   
 $l_{kj}^e = \sqrt{(\Delta x_{kj}^e)^2 + (\Delta y_{kj}^e)^2 + (\Delta z_{kj}^e)^2}$   
 $x_k^e; y_k^e; z_k^e$  = coordinate del punto interno generico  $k$  nella fase «0»  
 $S_{kj}^e$  = sforzi nell'asta  $ki$  nella fase «0»  
 $l_{kj}^e$  = lunghezza dell'asta  $ki$  nella fase «0»  
 $P_k^e; P_k^y; P_k^z$  = componenti del carico nella fase «0» secondo le direzioni  $x, y, z$ .

Le relazioni (3.33) vengono scritte per ogni nodo interno, offrendo così  $3n$  equazioni essendo  $n$  il numero dei nodi interni liberi. In maniera compatta, il sistema di equazioni può venire scritto:

$$[A]_{3n \times 3n} [S^0]_{3n} = [P]_{3n} \quad (3.34)$$

dove  $S^0$  è il vettore degli sforzi,  $A$  è la matrice dei coseni direttori degli elementi (aste),  $P$  è il vettore dei carichi.

Le incognite globali del problema sono gli  $m$  valori degli sforzi  $S_{ki}$  nelle aste e le  $3n$  coordinate dei nodi interni.

Avendo a disposizione unicamente le condizioni di equilibrio (3.34), la posizione del problema progetto-verifica di stato «0» si pone in queste situazioni limite:

a) noto lo stato di sollecitazione, trovare la geometria del sistema strutturale che equivale a:

- noti  $m$  valori di  $S_{ki}$  (sforzi nelle aste),
- trovare  $3n$  coordinate dei nodi ( $k$ ).

Il problema è possibile, disponendo di  $3n$  equazioni di equilibrio, pari al numero delle incognite;

b) nota la geometria del sistema, trovare lo stato di sollecitazione. Perciò:

- note  $3n$  coordinate dei nodi ( $k$ ),
- trovare  $m$  valori di  $S_{ki}$  nelle aste.

Il problema non è determinato, giacché  $m < 3n$  e l'indeterminazione è pari a  $3n - m$ .

Come già visto precedentemente per la trattazione al continuo, il problema generale dello stato «0» coinvolge simultaneamente tutte le incognite (geometria + stato di sollecitazione) il che equivale ad effettuare una fase tipica di progettazione strutturale.

Nella progettazione esecutiva, infatti, i risultati ottenuti con la situazione limite (a), (pur ammettendo di conoscere un plausibile stato di sollecitazione), non soddisfano, di norma, le ipotesi progettuali.

E', pertanto, necessario introdurre modifiche o «vincoli» progettuali di tipo architettonico, strutturale e tecnologico, che modifichino la configurazione in modo da raggiungere l'obiettivo progettuale prefissato.

Questi «vincoli» progettuali possono richiedere, per esempio, che:

- la geometria di stato «0» si discosti il meno possibile (best-fitting) dalla geometria rilevata su modello architettonico;

- le aste interne della rete abbiano lunghezza costante, in modo da facilitarne la prefabbricazione e la marcatura al banco;

- in alcune zone della struttura si abbiano aste con sforzo costante o, in caso di membrane, zone con stato uniforme di tensione;

- ecc...

Nel caso di progetto globale (incognite  $3n+m$ ), il problema della forma va impostato in modo più generale, in accordo con la pratica costruttiva moderna, mediante l'imposizione dell'equilibrio di un insieme strutturale formato da aste-nodi, e eventualmente con condizioni o «vincoli» accessori di tipo geometrico o di tipo deformativo-tensionale.

### 3.3.2.3 Il problema generalizzato della ricerca dello stato «0»

Per illustrare il problema di progetto delle tensostrutture, è conveniente partire, generalmente, con l'espressione dell'energia potenziale totale che, nel caso di aste in regime monoassiale, in presenza di uno stato iniziale di tensione ( $\sigma$ ), si può scrivere come segue:

$$U_T^0 = \sum_{i=1}^{n+r} \frac{1}{2} \int_V \sigma^0 \epsilon^0 dv + \{D_i\}' \{P_i^0\} \quad (3.35)$$

$$= \sum_{i=1}^{n+r} \frac{1}{2} S^0 (l-l^0) + \{D_i\}' \{P_i^0\}$$

dove:

$\sigma^0$  = stato di tensione iniziale sull'asta generica

$\epsilon^0$  = stato di deformazione iniziale sull'asta generica

$\{D_i\}$  = vettore di spostamento geometrico

$\{P_i^0\}$  = carichi di stato «0» sul nodo generico  $i$ .

Alle condizioni (3.35) sono associate, nei problemi pratici più correnti, le seguenti condizioni o vincoli accessori:

a) condizione sulla geometria iniziale

$$\varphi(x; y; z) = 0 \quad \begin{cases} x - \bar{x}^0 \\ x - \bar{y}^0 \\ x - \bar{z}^0 \end{cases} = 0 \quad (3.36)$$

$\bar{x}^0, \bar{y}^0, \bar{z}^0$  = valori assegnati delle coordinate per il nodo  $k$

b) condizione sulla costruzione delle lunghezze delle aste

$$\varphi(x; y; z) = l_{k,k+1}^0 = 0 \quad (3.37)$$

$l_{k,k+1}^0$  = valore assegnato sul tratto

$$k; k+1 \quad \begin{cases} k = 1-r^s \\ r^s < m \end{cases}$$

dove:

$r^s$  = indice di «condizioni sulle lunghezze»

c) condizioni sugli sforzi nelle aste

$$\varphi(S) = S_{k,k+1}^0 - \bar{S}_{k,k+1}^0 = 0 \quad (3.38)$$

dove:

$r^s$  = indice di «condizioni sugli sforzi»

$\bar{S}_{k,k+1}^0$  = sforzo assegnato sul tratto  $k; k+1$

d) condizione sulla lunghezza indeformata delle aste

$$\varphi(x; y; z) = \frac{k_{k,k+1} l_{k,k+1}^0 - S_{k,k+1} - T_{k,k+1}^0}{k_{k,k+1}} = 0 \quad (3.39)$$

con:

$k_{k,k+1}$  = rigidezza estensionale dell'asta  $k; k+1$

$T_{k,k+1}^0$  = lunghezza inerte dell'asta quale lunghezza di prefabbricazione standard.

La soluzione delle (3.35) associate ai vincoli (da 3.36 a 3.39), può essere effettuata trovando il minimo della funzione reale  $U^0(x; y; z; S)$  di  $n$  variabili soggette ai vincoli  $m < n$

$$\begin{cases} \varphi_1(x; y; z; S) = 0 \\ \varphi_2(x; y; z; S) = 0 \\ \varphi_3(x; y; z; S) = 0 \end{cases} \quad (3.40)$$

differenziabili nello spazio di  $n$  variabili. Non essendo possibile, praticamente, eliminare dalle (3.35)  $m$  variabili direttamente è possibile ottenere la soluzione mediante il metodo dei moltiplicatori di Lagrange. Considerando il funzionale  $\Phi$ , la condizione necessaria per otte-

nere un minimo della  $U^0(x; y; z; S)$  soggetta ai vincoli (3.40) è la seguente:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} = \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} = \dots = \frac{\partial \Phi}{\partial x_n} = 0 \quad (3.41)$$

dove:

$$\Phi(x_1, \dots, x_n) = U^0(x; y; z; S) + \sum_{j=1}^m \lambda_j \varphi_j(x; y; z; S) \quad (3.42)$$

$\lambda$  = moltiplicatore di Lagrange.

E' possibile ottenere le  $n+m$  incognite

$$\begin{cases} (x; y; z)_k & k=1-n \\ \lambda_j & j=1-m \end{cases}$$

dalle  $m+n$  equazioni (3.40) e (3.42).

### 3.3.2.4 La risoluzione numerica dello stato «0»

Dopo la differenziazione (3.41) si può disporre del seguente sistema di equazioni

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} = \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} = \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} = \dots = \frac{\partial \Phi}{\partial x_n} = 0 \\ \varphi_1(x; y; z; S) = 0 \\ \vdots \\ \varphi_m(x; y; z; S) = 0 \end{cases} \quad (3.43)$$

Le varie equazioni a sinistra delle (3.43) rappresentano le condizioni di equilibrio, espresse in forma di rigidità geometrica. Le incognite globali nel problema generale della ricerca di stato «0» sono le  $3n$  coordinate dei nodi, più gli  $m$  sforzi sulle aste.

Abbiamo a disposizione, in genere,  $3n+r$  equazioni giacché le condizioni, o vincoli progettuali accessori, non sono necessariamente  $r=m$ .

Nel caso di  $r < m$ , il problema suggerisce una risoluzione con un meccanismo automatico di ottimizzazione, nella ricerca della superficie finale di progetto.

### 3.3.3 La ricerca della forma come problema di ottimizzazione matematica

Forma ed equilibrio sono intimamente connessi nelle coperture realizzate con reti di funi, per cui l'esigenza di dare alla struttura una forma corrispondente ai requisiti di natura funzionale può tro-

varsi in contrasto con esigenze di carattere estetico. Infatti, un'assegnata configurazione della rete può non essere in equilibrio sotto i carichi di progetto, oppure l'equilibrio può essere ottenuto solo in presenza di sforzi inaccettabili, per varie ragioni, nei cavi. Quanto detto rende particolarmente importante il problema di approssimare una configurazione, prestabilita senza particolare riguardo a requisiti di carattere statico, mediante una progettazione che, discostandosi il meno possibile dalla configurazione data, sia in equilibrio con i carichi esterni e che inoltre presenti sforzi nei cavi, contenuti tra opportuni limiti inferiori e superiori. Le limitazioni inferiori sono imposte dalla esigenza di ottenere adeguati sforzi in tutti i cavi sotto i carichi di esercizio, al fine di garantire rigidità e stabilità alla rete. Le limitazioni superiori sono imposte da ragioni di carattere tecnologico ed economico.

Il problema ora delineato può essere formulato come un problema di ottimizzazione matematica (non lineare) e può essere sintetizzato, generalmente, con l'espressione:

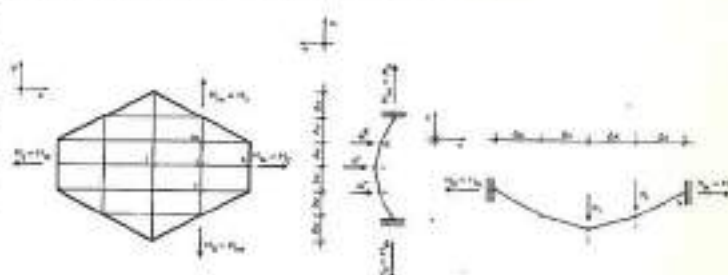
$$\begin{aligned}
 & \text{variabile } [x^i, y^i, z^i, S^i] \\
 & \text{vincoli } x^i, y^i, z^i, S^i \geq 0, i=1, 2, \dots, N \\
 & \text{funzione obiettivo:} \\
 & F = \sum_{i=1}^N C_i [(x_i^p - x^i)^2 + (y_i^p - y^i)^2 + (z_i^p - z^i)^2] + \\
 & + \sum_{k=1}^M C_k (S_k^p - S^k)^2 \rightarrow \text{minimo} \quad (3.44)
 \end{aligned}$$

e può essere risolto mediante una successione di programmi lineari.

$C_1, C_2$  sono coefficienti di penalizzazione ed hanno un peso proporzionale al desiderio di ottenere una determinata soluzione nella quale prevalgono le condizioni geometriche o tensionali. Nella espressione (3.44) i simboli hanno il seguente significato:

- $x^i, y^i, z^i$  = coordinate variabili
- $S^i$  = sforzo variabile
- $x_i^p, y_i^p, z_i^p$  = valori di progetto desiderati delle coordinate del nodo generico  $k$
- $S_k^p$  = sforzo di progetto desiderato nell'asta  $ki$  generica.

Per meglio illustrare questa tecnica numerica applicata alla progettazione della configurazione di stato «0», si immagini di partire dal rilievo geometrico di un modello sperimentale, dal quale siano state ricavate le  $x^p, y^p, z^p$  e di volere ottenere la superficie che, pur rispettando l'equilibrio e gli altri vincoli accessori, sia la più vicina possibile al modello proposto (best-fitting). Secondo quanto è stato illustrato in [3.6] si consideri una rete a bordo rigido, ordito bidirezionale, costituita da  $L$  funi intersecantisi in  $N$  nodi interni e vincolate al bordo in altri  $M$  nodi. Le funi costituiscono una griglia a maglie rettangolari, in proiezione orizzontale, in cui  $\Delta x$  e  $\Delta y$  sono le distanze (costanti per semplicità) tra due nodi consecutivi lungo le direzioni  $x$  ed  $y$  di un dato sistema di riferimento ( $O, x, y, z$ ) ortogonale, con asse  $z$  rivolto verso l'alto (fig. 3.23). La rete è sottoposta a carichi



verticali concentrati nei nodi. Le condizioni di equilibrio per il generico nodo interno  $i$  (fig. 3.24) sono:

$$H_{xi} = H_{xi}, \quad H_{yi} = H_{yi} \quad (3.45)$$

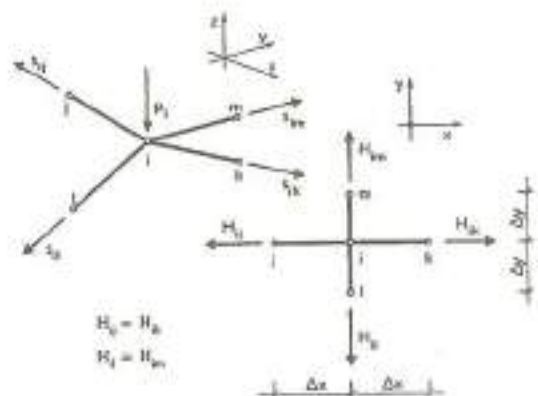
$$\begin{aligned}
 & \frac{H_{xi}}{\Delta x} (z_j - z_i) + \frac{H_{xi}}{\Delta x} (z_k - z_i) + \frac{H_{xi}}{\Delta y} (z_l - z_i) + \\
 & + \frac{H_{yi}}{\Delta y} (z_m - z_i) - P_i = 0 \quad (3.46)
 \end{aligned}$$

in cui  $H_{ij}, H_{ik}, H_{il}, H_{im}$  sono le componenti orizzontali nei tratti di fune  $i-j, i-k, i-l, i-m$ , rispettivamente.

Vengono indicate con  $z$  le elevazioni del nodo  $i$  e dei nodi interni ad esso adiacenti, mentre con  $\hat{z}$  sono denotate le elevazioni (assegnate) degli eventuali nodi di bordo, adiacenti al nodo  $i$ .  $P_i$  è il carico verticale agente sul nodo  $i$ , positivo se rivolto verso il basso.

Poiché le equazioni (3.45) valgono per ogni nodo interno della rete, la compo-

Fig. 3.24



nente orizzontale di sforzo si mantiene costante lungo ciascuna fune e quindi i valori delle  $H$  effettivamente distinti, sono tanti quante sono le funi costituenti l'ordito. Le componenti orizzontali di sforzo, effettivamente distinte, vengono raccolte nel vettore ad  $L$  componenti  $h$ .

Le equazioni (3.46), scritte una per ciascuno degli  $N$  nodi  $i$  interni, costituiscono un sistema di  $N$  equazioni non lineari nelle elevazioni  $z_i$  degli  $N$  nodi interni e nelle  $L$  variabili  $h_j, j=1, 2, \dots, L$ , rappresentanti le  $L$  componenti orizzontali di sforzo effettivamente distinte. E immediato rilevare che, per ogni  $h$  assegnato, le equazioni (3.46) costituiscono un sistema lineare di  $N$  equazioni nelle  $N$  incognite  $z_i$ . Tale sistema può essere scritto nella forma compatta:

$$J(h)z = P + B(h)\hat{z} \quad (3.47)$$

in cui  $J$  e  $B$  sono matrici ( $N \times N$ ) e ( $N \times M$ ) i cui termini, non nulli, coincidono coi coefficienti cambiati di segno (dipendenti da  $h$ ) delle elevazioni  $z$  (raccolte in  $z$ ) degli  $N$  nodi interni e  $\hat{z}$  (raccolte in  $\hat{z}$ ) degli  $M$  nodi di bordo (eq. 3.46). Nel vettore  $P$  sono raccolti i carichi nodali. La matrice  $J(h)$  è non singolare per  $h > 0$  (sforzo nella fune stabilizzante), per cui il sistema (3.47) consente di determinare le elevazioni nodali  $z$  in corrispondenza di ogni distribuzione assegnata di componenti orizzontali  $h$ . Indicando con  $t_i(h, z)$  il primo membro della (3.46) per l' $i$ -esimo nodo, il sistema delle (3.46) per gli  $N$  nodi è esprimibile nella forma concisa:

$$t(h, z) = 0 \quad (3.48)$$

nella quale  $t$  è vettore di funzioni ad  $N$  componenti. Si riconosce, allora, che la matrice delle derivate prime rispetto a  $z$  dei primi membri del sistema (3.48) coincide con  $J(h)$ .

Due configurazioni distinte della rete sono caratterizzate dalla stessa pianta dell'ordito, dalle stesse coordinate nodali al bordo e da elevazioni generalmente differenti, per ogni coppia di nodi interni corrispondenti, ossia aventi la medesima proiezione in pianta. Assegnata dunque una configurazione di progetto  $C^0$  caratterizzata dalle quote  $z_i^p, i=1, 2, \dots, M$  dei nodi interni, viene assunta come misura della distanza, tra la forma assegnata ed una approssimante, la funzione:

$$\delta = \text{MAX} \{ |z_i - z_i^p|, i=1, 2, \dots, N \}$$

Il criterio di distanza assunto ha un immediato significato geometrico: esso corrisponde alla semiampiezza della fascia avverte come superficie media la configurazione  $C^0$  e contenente la configurazione approssimante.

Raccolte nei vettori  $a$  e  $b$  le limitazioni inferiori e superiori sulle componenti orizzontali di sforzo  $h$ , e in  $z^*$  le quote dei nodi interni nella configurazione di progetto, il problema della approssimazione della forma  $C^0$  con una configurazione soddisfacente le condizioni di equilibrio (3.46) e le limitazioni sulle componenti orizzontali di sforzo nelle funi, è formalizzato come problema di ottimizzazione (non lineare):

$$t(h, z) = 0 \quad (3.49a)$$

$$z - z^* - I \delta \leq 0 \quad (3.49b)$$

$$z^* - z - I \delta \leq 0 \quad (3.49c)$$

$$a - h \leq 0$$

$$h - b \leq 0$$

$$\delta \leq 0$$

$$\min \delta$$

in cui  $I$  indica la matrice identità.

Il problema di ottimizzazione (3.49) viene risolto mediante una successione di problemi di programmazione lineare, ottenuti per linearizzazione delle equazioni (3.49a). Si consideri una distribuzione



$h^c$  di componenti orizzontali di sforzo soddisfacente i vincoli (3.49c).

Per tale distribuzione il sistema (3.47) determina una configurazione  $C$  individuata dal vettore di elevazioni nodali  $z^c$  tale che  $t(h^c, z^c) = 0$ , ed in corrispondenza di  $z^c$  resta definito il valore della funzione obiettivo del problema (3.49) come modulo della differenza massima tra le quote dei nodi corrispondenti in  $C$  e  $C^0$ . In  $h^c, z^c$ , le relazioni di equilibrio (3.49c) vengono linearizzate e dalla risoluzione del programma lineare

$$[V_{h^c} t(h^c, z^c)](h - h^c) = [V_{z^c} t(h^c, z^c)](z - z^c) = 0 \quad (3.50a)$$

$$z - z^0 - I \delta \leq 0 \quad (3.50b)$$

$$z^0 - z - I \delta \leq 0$$

$$a - h \leq 0 \quad (3.50c)$$

$$h - b \leq 0$$

$$\delta \geq 0$$

$$\min \delta,$$

vengono ricavati i valori  $\bar{h}^c$  per  $h$ . Muovendo nella direzione

$$d = (\bar{h} - h^c)$$

viene determinato il nuovo insieme di valori  $h^c$  per  $h$

$$\hat{h}^c = h^c + \lambda^c d$$

con

$$\lambda^c = \text{MAX} \{ \lambda, 0 < \lambda \leq 1 \}$$

e tale che la configurazione  $\hat{C}$ , caratterizzata dalle elevazioni nodali  $\hat{z}^c$  determinate mediante il sistema (3.47), abbia distanza  $\hat{\delta}^c$  da  $C^0$  inferiore a  $\delta^c$ . Il vettore  $h^c$  e le grandezze  $z^c$  e  $\delta^c$  ad esso associate sono assunti come nuovi valori per  $h^c$ ,  $z^c$  e  $\delta^c$ , e il procedimento riprende dalla linearizzazione delle (3.49a). La procedura illustrata genera una successione di valori  $\hat{\delta}^c$  monotona decrescente e può essere arrestata quando risulta:

$$\| \bar{h}^c - h^c \| \leq \epsilon \quad \| \bar{h}^c - h^c \|$$

in cui  $\epsilon$  è una quantità positiva convenientemente piccola e gli indici  $i$  e  $r$  denotano le grandezze relative al primo ed al  $r$ -esimo passo. Si osserva che, nel sistema di relazioni lineari (3.50a) la matrice

$$[V_{z^c} t(h^c, z^c)]$$

coincide con la matrice  $j(h^c)$  del sistema (3.47) ed è non singolare. E', dunque, possibile risolvere le (3.50a) nelle variabili  $z$  e sostituire quest'ultime nelle (3.50b), ottenendo in tal modo un programma lineare nelle sole variabili  $h$  e  $\delta$ . Inoltre, per esigenze di carattere pratico, il valore di  $\lambda^c$  può essere determinato, in via approssimata, operando su un insieme discreto di punti appartenenti all'intervallo  $0 < \lambda \leq 1$ . Tali punti vengono ottenuti bisecando ripetutamente l'intervallo  $(0, \lambda)$ , a partire da  $\lambda = 1$ , fino a quando  $\hat{\delta}^c$  diventi minore di  $\delta^c$ . Il corrispondente valore di  $\lambda$  è assunto come  $\lambda^c$ .

Si fa rilevare, infine, che le componenti orizzontali dello sforzo nelle funi  $h^c$  si mantengono, nel corso del procedimento, entro limiti prefissati dai vincoli (3.49c) ed inoltre la configurazione  $\hat{C}$  è di equilibrio, poiché generata dal sistema (3.47) per  $h = \hat{h}^c$ .

La procedura esposta dà luogo, quindi, ad una sequenza di configurazioni che approssimano la forma di progetto soddisfacendo ai requisiti di carattere statico. L'algoritmo è applicato alla ricerca di una forma equilibrata che approssimi la rete rappresentata in pianta in fig. 3.25, insieme alle elevazioni nodali di progetto, in metri. Ogni nodo interno è caricato con una forza di 15 kN, rivolta verso il basso.

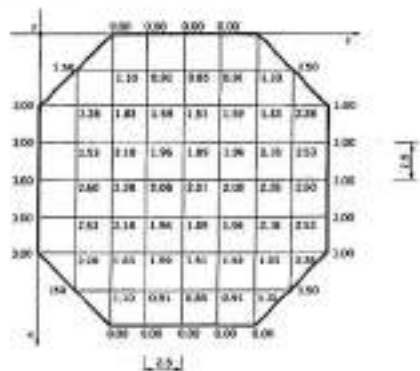


Fig. 3.25

Tab. 3.4

Si richiede che la forma approssimante abbia le componenti orizzontali degli sforzi nelle funi comprese tra i 5 kN ed i 30 kN.

La tabella 3.4 contiene i risultati essenziali di ogni iterazione. La configurazione di partenza (iter 1) è risultata assumendo, per le componenti orizzontali dei tiri nelle funi, il valore di 5 kN. Si è ottenuta per essa la distanza  $\delta^1 = 3,8196$  m dalla configurazione di progetto.

Per la analoga distanza  $\delta^i$ , relativa alla iterazione  $i$ -esima, la prima colonna riporta i valori  $\delta^i/\delta^0$ , espressi percentualmente. La seconda e terza colonna riportano, rispettivamente, il valore minimo e massimo assunto dalle componenti orizzontali del tiro, nel corso di ciascuna iterazione.

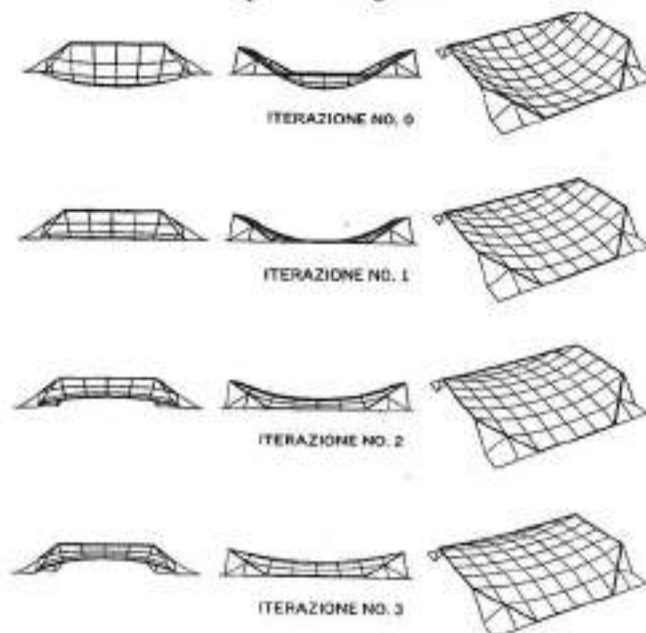
iter	$\delta^i/\delta^0(\%)$	$H_{\min}(\text{kN})$	$H_{\max}(\text{kN})$	$\rho^i$
0	100,0	5,00	5,00	1,000
1	53,846281	9,93	11,36	2,092
2	22,147759	5,00	26,30	1,552
3	5,076553	5,00	30,80	$6,584 \times 10^{-4}$

Il procedimento è stato arrestato alla  $i$ -esima iterazione, per la quale il rapporto

$$\rho^i = \frac{\| \bar{h}^c - h^c \|}{\| h^c - h^0 \|}$$

è risultato non superiore a  $10^{-4}$ . Le configurazioni assunte dalla rete, in corrispondenza delle varie iterazioni, sono riportate in fig. 3.26.

Fig. 3.26



3.3.4. Il metodo della densità di forza

I metodi di ricerca dello stato "0" precedentemente descritti per i sistemi spaziali di funi, richiedono una elaborazione dati iniziale complessa e la risoluzione, necessariamente in campo non lineare, presenta problemi di convergenza in funzione della configurazione topologica iniziale di tentativo.

Il metodo delle densità di forza permette di ottenere, con notevole semplicità di input, una prima soluzione, in campo lineare, dello stato geometrico tensionale iniziale (Stato "0"). Il metodo consiste essenzialmente nella riscrittura delle equazioni di equilibrio (3.33) nella forma seguente [3.8]:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n_k} \Delta x_{ij}^c \cdot q_{ij} = P_{ij}^0 \\ \sum_{i=1}^{n_k} \Delta y_{ij}^c \cdot q_{ij} = P_{ij}^0 \\ \sum_{i=1}^{n_k} \Delta z_{ij}^c \cdot q_{ij} = P_{ij}^0 \end{cases} \quad (3.51)$$

definendo un nuovo parametro  $q_{ij} = S_{ij}/L_{ij}$  chiamato densità di sforzo. Definendo il vettore della densità di forza  $q$ , l'equazione (3.5.1) diventa lineare rispetto alle incognite  $(x, y, z)_k$  e l'equazione d'equilibrio scalari scorrelate possono essere riscritte nella forma

$$x_j = \frac{\sum q_{ij} x_j + P_{ij}^0}{\sum q_{ij}} \quad (3.52)$$

adatta ad essere processate mediante un metodo iterativo sequenziale diretto con notevole risparmio di memoria. La condizione di convergenza può essere semplicemente scritta come,

$$|x_k^{r+1} - x_k^r| \cong 0 \quad (3.53)$$

con  $r$  numero d'iterazione.

Dopo avere calcolato le nuove lunghezze  $L_{ij}$  dalle coordinate della configurazione d'equilibrio, le forze assiali nelle funi si ottengono dalla,

$$S_{ij}^0 = q_{ij} \cdot L_{ij} \quad (3.54)$$

Il metodo delle densità di forza può essere applicato anche alle membrane

tenendo in considerazione la matrice di trasformazione [T] (3.31) che permette di ottenere una distribuzione di sforzi naturali sui lati dell'elemento finito triangolare C.S.T. staticamente equivalente ad una distribuzione costante delle tensioni  $\sigma^0$ .

Un diagramma di flusso, corrispondente alla metodologia sopra descritta, è illustrato in fig. 3.27 [11]. L'algoritmo è stato applicato su due esempi numerici

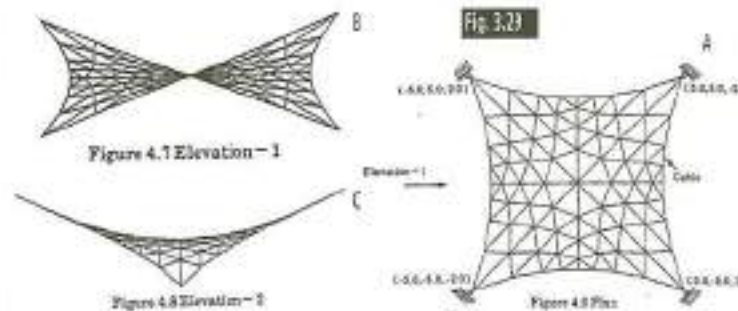
- struttura pneumatica sferica  
pressione interna: 2,5 kn/m<sup>2</sup>  
tensione uniforme: 10 kn/m

Descritta la topologia nodale e le condizioni geometriche al contorno la configurazione ottenuta illustrata in fig. 3.28a-b è stata paragonata (tab. 3.5) alla soluzione sferica teorica di raggio 8 m. In fig. 3.28c è possibile osservare la velocità di convergenza del metodo.

- membrana presollecitata tipo HP

Una membrana ancorata a quattro punti con 4 funi di bordo è stata progettata considerando di avere uno stato di tensione costante di 10 Kn/m e uno sforzo sulle funi di 150KN.

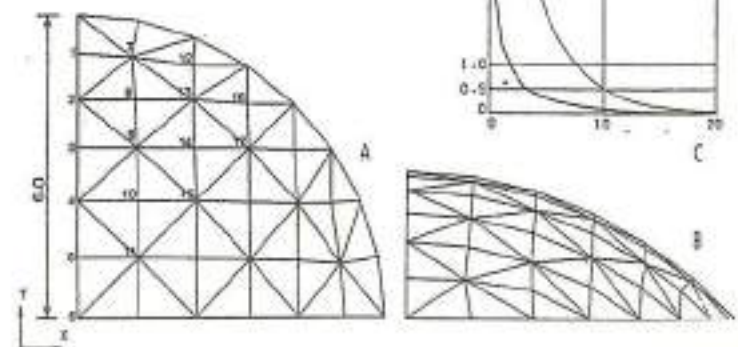
Le fig. 3.29 a-b-c illustrano il risultato del calcolo, mentre nei diagrammi di fig. 3.30 a-b è possibile osservare la velocità di convergenza del metodo.



3.4 LA PROGETTAZIONE DELLO STATO «0» ASSISTITA DALL'ELABORATORE ELETTRONICO

Nella ricerca della configurazione geometrica delle superfici delle membrane è utile, in fase di progettazione, ottenere i risultati (output) ploterizzati dal calcolatore, rendendo, così, immediatamente controllabile il risultato dei calcoli compiuti. Un vantaggio ancora maggiore si ottiene usando un video-display che permette di visualizzare istantaneamente, mediante cinescopio, quanto un programma invia in output.

Il vantaggio di un tale dispositivo è notevole se l'organizzazione strutturale del programma gode di un'opportuna organizzazione bidirezionale (può cioè ricevere informazioni e fornire risultati).



Node	X	Y	Z	R	Error%
1	8.0	0.000	0.7410	7.9320	0.0017
2	8.0	0.2419	1.4100	7.9880	0.1468
3	8.0	0.3954	1.9900	7.9770	0.1513
4	8.0	0.000	2.2900	7.9901	0.1702
5	8.0	1.1871	2.6600	7.9851	0.1989
6	8.0	0.0	2.9901	7.9868	0.2029
7	1.1950	0.1799	0.7124	7.9920	0.0078
8	1.1197	0.000	1.0000	7.9911	0.1118
9	1.1400	0.2000	1.0019	7.9894	0.2020
10	1.1700	0.000	0.9904	7.9870	0.1580
11	1.1944	1.1800	0.5300	7.9808	0.1779
12	0.5000	0.000	0.0000	7.9949	0.0049
13	0.5074	0.000	1.0000	7.9902	0.0002
14	0.5070	0.000	1.9900	7.9917	0.0000
15	0.5000	0.000	2.9900	7.9902	0.0000
16	0.5000	0.000	0.0000	7.9941	0.0041
17	0.5000	0.000	1.1300	7.9990	0.0000

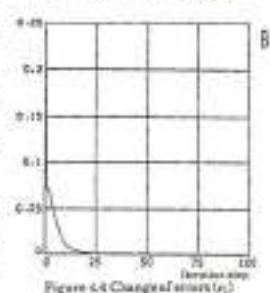
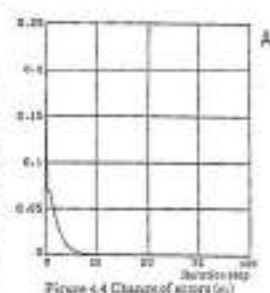
Fig. 3.27

Tab. 3.5

Fig. 3.29

Fig. 3.30

Fig. 3.28



Un programma elettronico strutturato bidirezionalmente, durante l'esecuzione delle operazioni che elaborano i valori noti, può interrompere momentaneamente il calcolo, apportare modifiche ai dati e ripartire elaborando i nuovi valori. Questa tecnica di programmazione ha permesso un nuovo linguaggio di comunicazione tra uomo e macchina: il linguaggio interattivo grafico (I.G.).

3.4.1 Tecniche interattive nella progettazione strutturale

Nell'attuale situazione di sviluppo di sofisticate macchine automatiche e di generali programmi di calcolo strutturale, il rapporto ottimale tra uomo e macchina sembra essere raggiunto con le moderne tecniche di «interazione» tra progettista ed elaboratore elettronico, tecniche che, nel nostro caso, sono definite da varie sigle sempre più conosciute quali: C.G.; C.A.D.; C.A.A.D.; C.A.S.D., il cui significato è quello specificato al paragrafo 3.1. La tecnica interattiva fra uomo e macchina mette in rilievo i contributi delle due parti, permettendo di raggiungere simultaneamente i seguenti obiettivi (fig. 3.31):

- ottimo rapporto per la fase di ANALISI (operazione affidata alla macchina, utilizzando la potenza, capacità e velocità nel calcolo automatico delle strutture);
- ottimo rapporto per la fase di SINTESI (operazione affidata all'uomo responsabile del controllo della validità dei dati, della critica dei risultati e degli ordini di grandezza, che si ottengono mediante la validità dei metodi di calcolo approssimati che non risulta sostitutiva, ma integrativa);
- ottimizzazione progettuale per via interattiva, come conseguenza logica del ciclo interattivo di progetto, il quale permette, con estrema facilità e rapidità, di modificare i dati e saggiarne le conseguenze mediante successive iterative verifiche secondo la classica proce-

dura di tentativo (step by step). Tale verifica e correzione progettuale si fonda sull'esperienza del progettista, il quale deve poter sintetizzare un gran numero di dati, difficilmente esprimibile come problema matematico.

Dall'osservazione del ciclo interattivo di progetto, si può constatare come la macchina diventa, per mezzo della interazione, l'utile prolungamento mentale ed operativo del progettista, aumentando enormemente le capacità, la velocità e le qualità decisionali, permettendo cioè all'uomo di essere sollevato da pesanti oneri computazionali e ponendolo al centro del processo di sintesi progettuale.



Fig. 3.31: Ciclo interattivo di progetto.

Per permettere il dialogo interattivo, è necessario rendere compatibili i due «partners» in modo da ottenerne una proficua collaborazione. Questa compatibilità può essere ottenuta osservando che:

- l'elaboratore è, sommariamente, un efficiente strumento di analisi per una enorme quantità di dati elementari, tramite una serie di elaborazioni logiche ed aritmetiche condotte sui dati stessi, in tempi brevissimi;
  - l'ingegnere strutturista lavora essenzialmente mediante un'opera di sintesi, dalla quale deriva la riduzione della realtà costruttiva in un modello teorico analizzabile per via numerica: lo schema strutturale;
  - la grafica (disegni di massima ed esecutivi) è il linguaggio simbolico del progettista per rappresentare la realtà.
- Riassumendo, possiamo quindi affer-

mare che l'input e l'output naturali al calcolatore sono essenzialmente numeri o caratteri, mentre l'input o l'output naturali al tecnico sono simboli grafici, cromatici, sonori.

Per permettere un'agevole comunicazione è necessario introdurre un'interfaccia fra elaboratore e operatore (fig. 3.32) che sarà costituita, logicamente /fisicamente, da tre moduli distinti:

a) strumentazione hardware dei periferici che costituiscono il legame fisico tra operatore ed elaboratore; b) software di base e procedure operative per il migliore sfruttamento delle capacità di que-

stato (fig. 3.33).

**3.4.2 Hardware e software interattivi**

Nell'ambito dell'analisi strutturale mediante elaboratore elettronico si assiste attualmente ad uno sviluppo di «software indirizzato» per i campi applicativi (civile, meccanico, aeronautico o, ancora più specializzati, per tipologie costruttive (edifici multipiani, ponti, strutture leggere, ecc.).

Questo sviluppo si è basato sulle passate esperienze relative ai programmi «general purpose», nati principalmente in

sta strumentazione; c) pre-processor e post-processor, cioè routines di pre-elaborazione atte a rendere compatibili i dati all'input richiesto dal programma di calcolo e di postelaborazione dei risultati, per adattarli alle esigenze del singolo tipo di operatore. Fra interfaccia e programma di calcolo vero e proprio, occorrerà, poi, disporre di un ulteriore filtro, costituito da un «driver», cioè da una procedura di smistamento delle direttive decise dall'operatore e dei messaggi inviati dall'elabo-

campo di costruzioni aeronautiche (SAP, A D I N A , NASTRAN, MARC, ecc.). Agli inizi degli anni '60 sono state fatte le prime modellazioni «batch» indirizzate ad edifici civili da Clough ed al. [12] con i programmi FRMSTC e FRMDYN, TABS da Wilson e Dovey a partire dal 1972 [13], ETABS di Wilson ed al. [14] scritto nel 1975.

Nel campo delle tensostrutture a membrana il primo programma in campo internazionale interamente interattivo grafico, è stato scritto nel 1973 presso il Dipartimento di Ingegneria Civile della Università di Bologna da Majowiecki e Tironi [15]. Una serie di programmi indirizzati alla ricerca della forma delle membrane pre-sollecitate ed all'analisi di edifici 3-D di tipo interattivo grafico è stata svi-

luppata presso il laboratorio di Computer Graphics dell'Università di Cornell (USA) [16]. L'analisi assistita da computer (C.A.D.) si è rivelata di importanza vitale per il progetto e verifica delle strutture leggere specialmente a riguardo del controllo durante la definizione dello stato "0". Da qui, l'importanza della moderna ricerca e dello sviluppo del software strutturale, in quanto questi riducono la procedura input-output con opportuna preelaborazione dei dati (pre-proces-

Fig. 3.32 Organizzazione interattiva della metodologia progettuale interfaccia operatore-elaboratore.

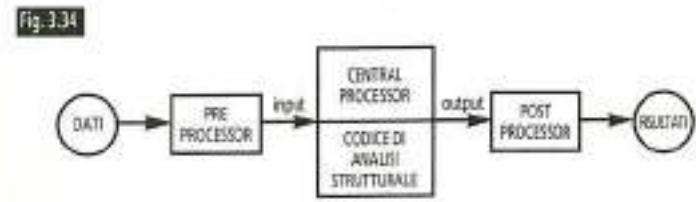
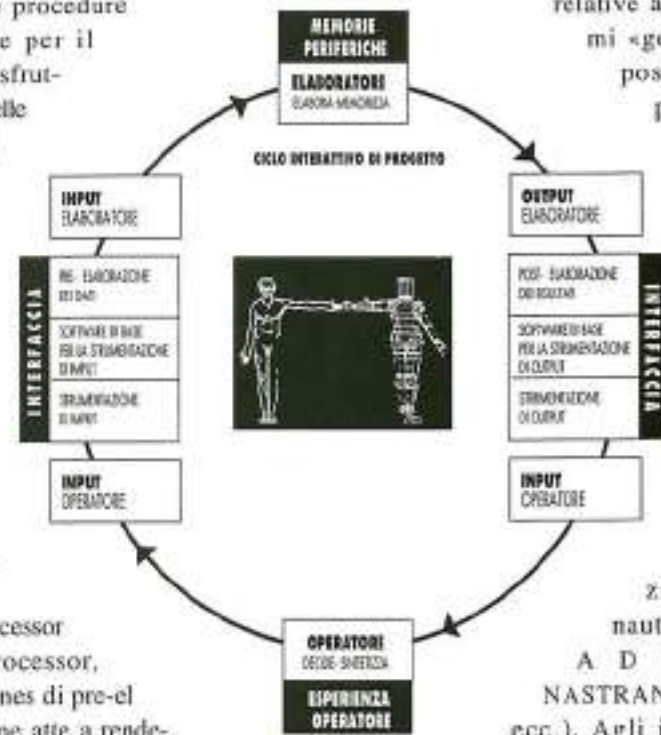


Fig. 3.34

luppata presso il laboratorio di Computer Graphics dell'Università di Cornell (USA) [16].

L'analisi assistita da computer (C.A.D.) si è rivelata di importanza vitale per il progetto e verifica delle strutture leggere specialmente a riguardo del controllo durante la definizione dello stato "0".

Da qui, l'importanza della moderna ricerca e dello sviluppo del software strutturale, in quanto questi riducono la procedura input-output con opportuna preelaborazione dei dati (pre-proces-

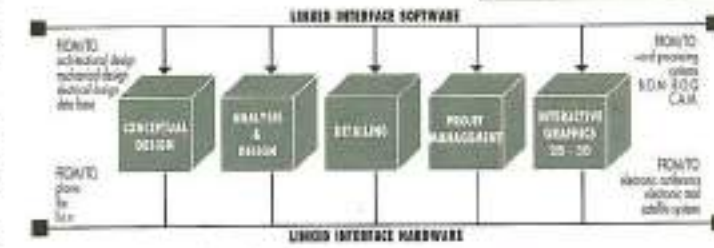


Fig. 3.35 Sistema Software-Hardware interfacciati per funzioni. - video grafico: hardware - menu e tastiera di funzioni: software, hardware - programmi di generazione di dati automatica: software. La post-elaborazione dei risultati può essere ottenuta con:

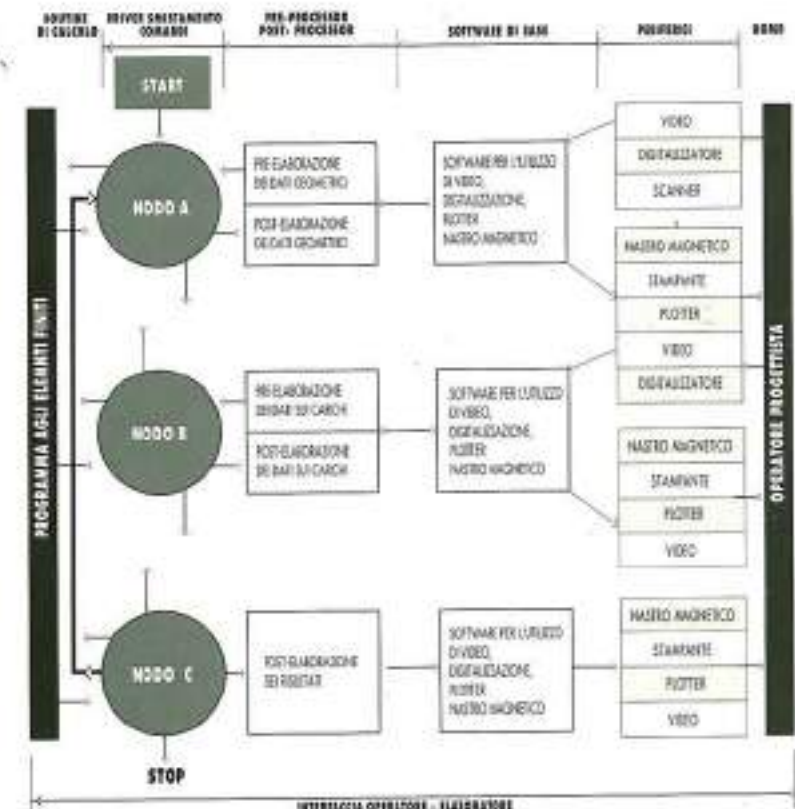


Fig. 3.33 Schema a blocchi della struttura logica del programma strutturale.

sor) e post-elaborazione dei risultati (postprocessor), vedi fig. 3.34.

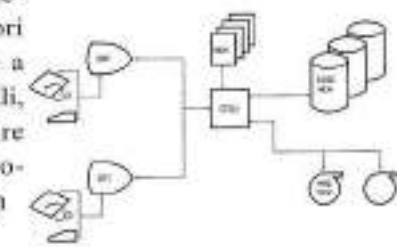
Le due fasi di pre e post elaborazione dei dati e dei risultati sono ottenibili con opportune interfacce in hardware (macchina) e in software (programmi). Mediante le tecniche interattive, la preelaborazione dei dati può essere eseguita principalmente con:

- tastiera alfanumerica: hardware
- penna luminosa e joystick: hardware
- tavola analogica o digitalizzatore: hardware

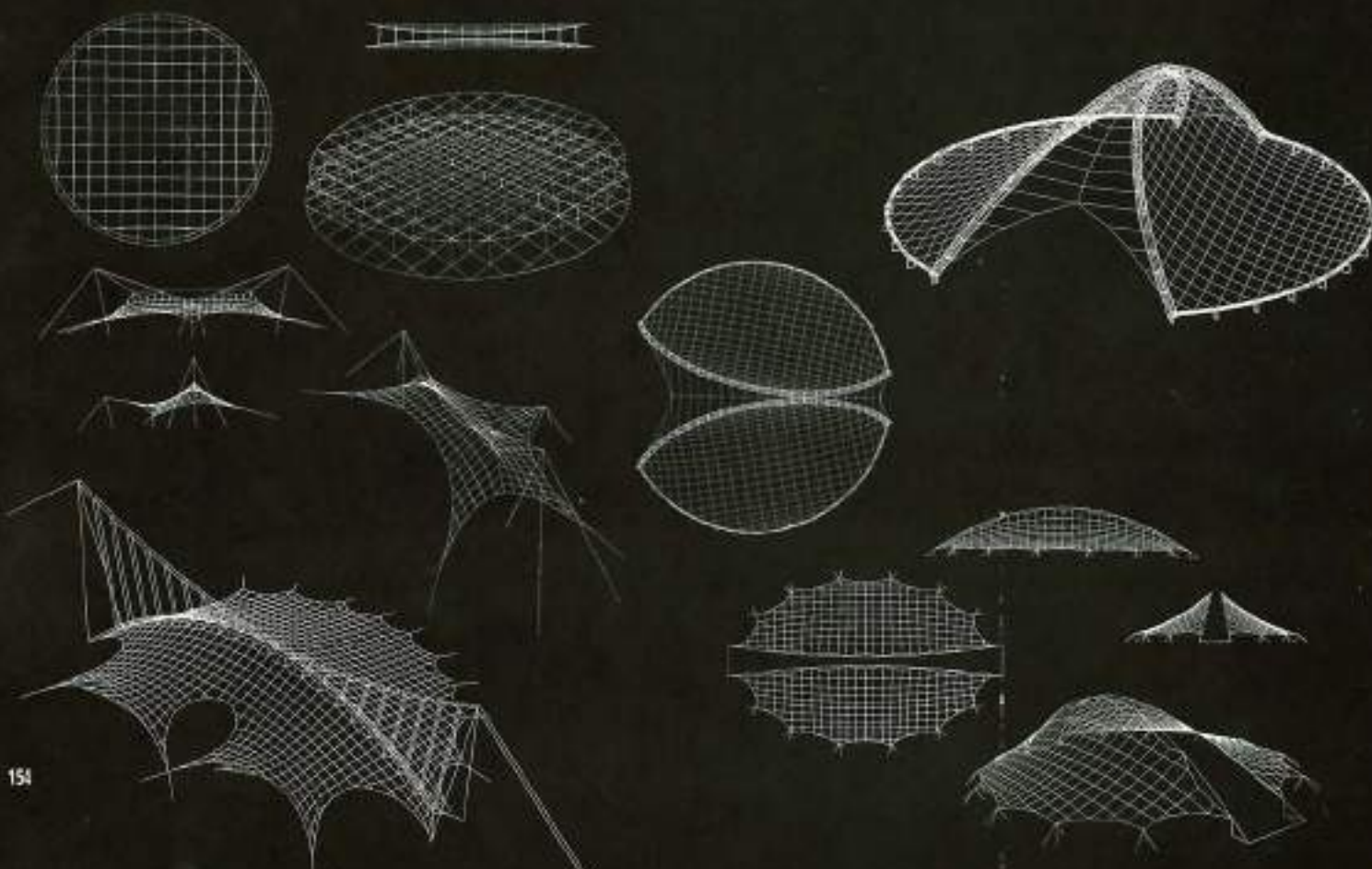
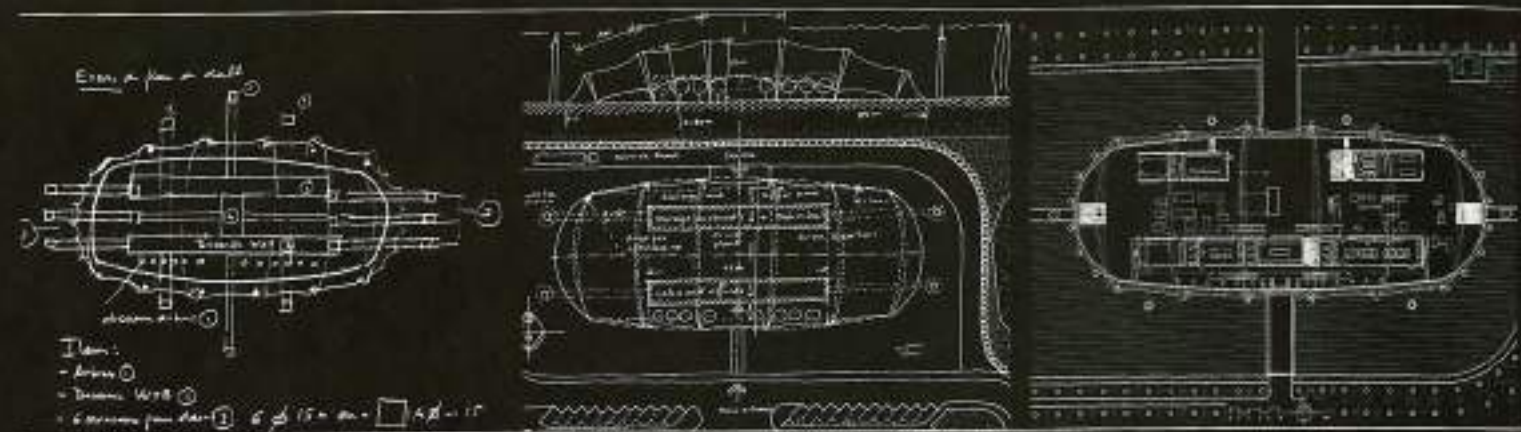
- video grafico: hardware
- tavola grafica o plotter: hardware
- programmi di rappresentazione grafica dei risultati: software.

L'attuale disponibilità dei linguaggi scientifici per la comunicazione con la macchina e le nuove generazioni di mini-calcolatori estremamente potenti e a costi sempre più accessibili, ci permettono di costruire una combinazione uomo-macchina secondo una con-

Fig. 3.35bis Sistema Hardware grafico interattivo.







154

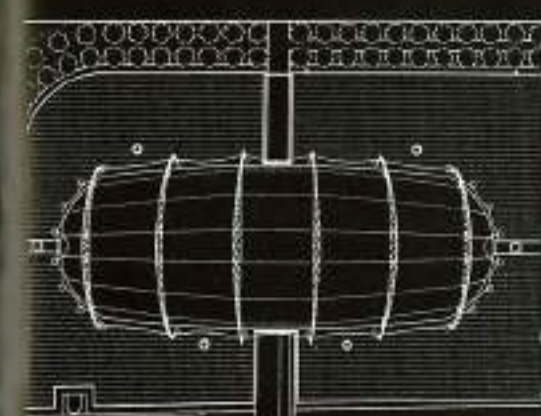
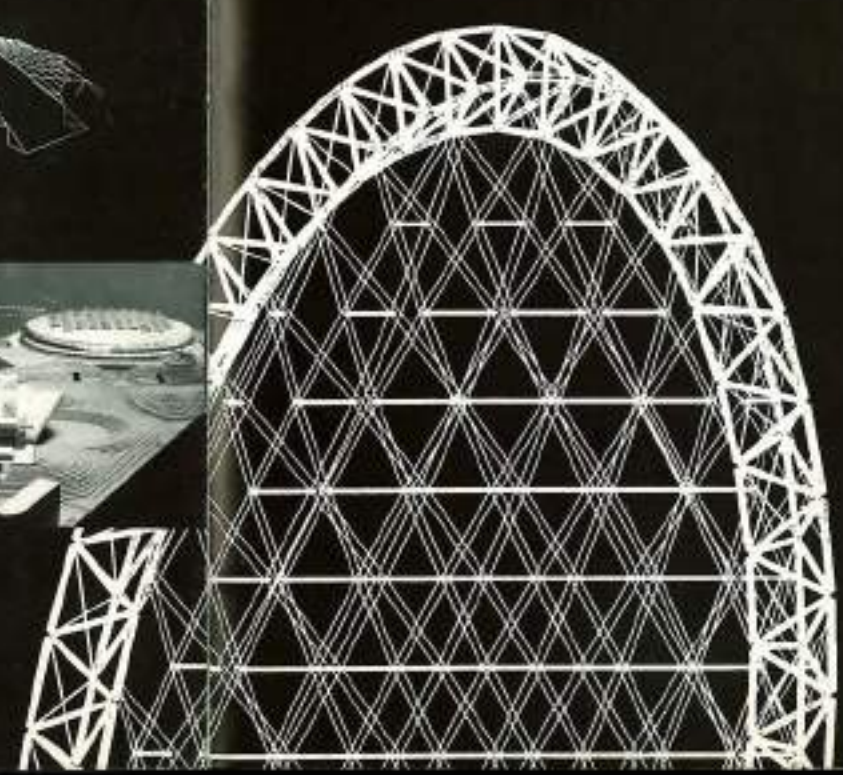
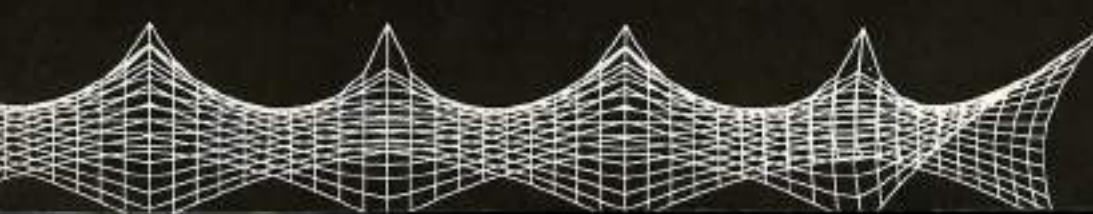
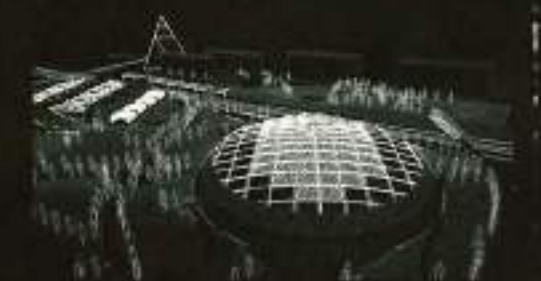
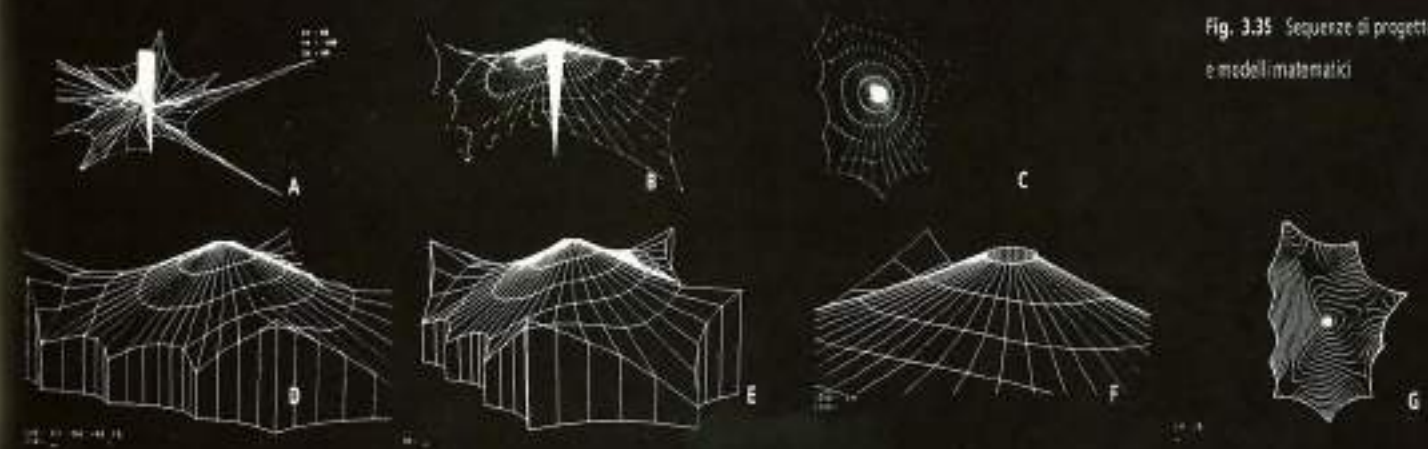


Fig. 3.35 Sequenze di progetto e modelli matematici



proiezione laterale parabolica e ad ancoraggi discreti esterni. Le funi interne sono state vincolate ad un valore costante degli sforzi, differenziati tra famiglie portanti e stabilizzanti.  
 b) Copertura su pianta circolare a doppio strato con curvature laterali positive. Come vincolo aggiuntivo di progetto, è stata richiesta la proiezione in pianta secondo un reticolo regolare parallelo.  
 b1 = elementi intermedi compressi  
 b2 = elementi intermedi tesi.  
 c) Modello matematico di una membrana a forma libera, soggetta a condizioni di vincolo discrete. In fig. 3.36 è possibile vedere le modifiche apportate dal primo modello architettonico [3.7] al modello numerico definitivo.

155

3.5.2 Routines grafiche

La struttura dal punto di vista della sua rappresentazione su terminale videografico ovvero su plotter può essere riguardata come un oggetto grafico.

La sua rappresentazione, cioè la proiezione secondo regole assegnate sul rapporto di visualizzazione, presuppone la costruzione preliminare di un modello digitale, un'ambientazione dell'oggetto grafico nello spazio euclideo.

In genere attese le tipologie strutturali più ricorrenti, il modello digitale è semplice: un insieme di elementi lineari, ciascuno descritto assegnando le coordinate dei punti di estrema. Una volta costruito il modello digitale si stabilisce, a seconda delle esigenze, il tipo di trasformazione proiettiva da applicare.

E molto diffusa la proiezione centrale, che riesce estremamente efficiente nella presentazione delle caratteristiche d'insieme della struttura. Se la costruzione geometrica di una proiezione centrale può risultare faticosa, così non è per la sua costruzione digitale basata su un algoritmo particolarmente semplice. Una volta applicata la trasformazione proiettiva desiderata si procede alla graficazione. Tale operazione comporta la definizione dei parametri di windowing (funzione WIPO) e l'uso sistematico delle funzioni grafiche elementari MOVE e DRAW. Di seguito si riportano alcune routines grafiche(\*) che permettono di visualizzare su video prospetti e prospettive della geometria strutturale, schematizzata come un insieme di nodi ed aste.

```

*
* SUBROUTINE GASTOP
*
* Disabilita il nodo grafico sul terminale
*
* WRITE(1,1)154520,154520
* FORMAT(AZ'off "AZ"de')
*
* RETURN
* END
*
* SUBROUTINE GWIN(WIN,XMAX,YMAX,TRAO)
*
* Definisce la finestra grafica di estremi
* (xax,xl) (yax,yl)
*
* COMMON/WDIEW/WMW,VWL,VVM,VVL
*
* WMW=WIN
* MSL=WMW
* MFM=YMAX
* MFL=YMAX

```

(\*) Le routines grafiche elementari fanno parte della libreria grafica Eacxsys (Bologna).

```

* CALL UTR (Calcola a. tracc. cor. AGHAR)
* RETURN
* END
*
* SUBROUTINE UTR
*
* Calcola per. tracc. line Area Grafica e Area Rete
*
* COMMON/VINBO/VMW,VWL,VVM,VVL
* COMMON/VMPOR/VXW,VXL,VVM,VVL
* COMMON/TUGR/AT1,AT2,AT3,B21,B22,B23
*
* AT1=VMW
* B21=VVM
* AT2=(VWL-VXW)/(VWL-VXW)
* B22=(VVL-VVM)/(VWL-VVM)
* AT3=VMW
* B23=VVM
*
* RETURN
* END
*
* SUBROUTINE TRSCE,X,Y,IXIYI
*
* COMMON/TURG/AT1,AT2,AT3,B21,B22,B23
*
* IX=(X-AT1)*AT2+AT3
* IY=(Y-B21)*B22+B23
*
* RETURN
* END
*
* SUBROUTINE DFRPS(X,Y,Z)
*
* Definisce i parametri per il calcolo di
* una prospettiva con punto di vista (x,y,z)
*
* COMMON/PFOS/AV,VV,ZV,S1,C1,S2,C2
*
* XV=X
* YV=Y
* ZV=Z
*
* S1=SQRT(X**2+Y**2)
* S2=SQRT(X**2+Y**2+Z**2)
* IF(D1.EQ.0.OR.D2.EQ.0.)THEN
*   D1=0.5
*   D2=0.5
*   D3=0.5
*   D4=0.5
* END IF
* S1=X/S1
* C1=(Y/D1)
* S2=Z/S2
* C2=S1/S2
*
* RETURN
* END
*
* SUBROUTINE PRS(X,Y,X0,Y0)
*
* Calcola la proiezione prospettica *
* (X0,Y0) del punto di coordinato (X,Y,Z)
* con punto di vista definito da DFRPS
*
* COMMON/PFOS/AV,VV,ZV,S1,C1,S2,C2
*
* Y0=Y-VV
* X0=X-ZV
* Z0=YV-Y
* ANV=X0-C1-Z0*S1
* Z0=Z0*S1+Z0*C1
* X0=ANV
* ANV=Y0-C2-Z0*S2
* Z0=(Y0*S2+Z0*C2)
* IF(Z0.EQ.0.)Z0=1.
* X0=X0/Z00./Z0*S0
* Y0=Y0/Z00./Z0*S0
*
* RETURN
* END
*
* SUBROUTINE GSTRT
*
* Abilita il nodo grafico sul terminale
*
* COMMON/TERM2/CVLM,CVXL,CVYM,CVYL
* COMMON/TSRDI/TSM,TXL,TYM,TYL
* COMMON/MSM/MSL,MSX,MSY,MSL,MSXN,MSYN
* COMMON/MSM2/MSM,MSL,MSY,MSL
* COMMON/VMPOR/VXW,VXL,VVM,VVL
* COMMON/VLBNK/IBNK,IXN,IXL,IYN,IYL
*
* MPM=0. !Assegna par. default window schermo
* MFM=0.
* MSL=1500.
* MFL=1500.
*
* VMW=0. !Assegna par. default viewport schermo
* di graficaz.
* VVL=0.
* VXL=389.
* VYL=389.
*
* CALL UTR (Calcola per. tracc. cor. AGHAR)
*
* WRITE(1,1)154520
* FORMAT(AZ'off')
*
* CALL DFRPS(100.,100.) !Assegna punto di
* vista di default
*
* RETURN
* END

```

```

* SUBROUTINE MOVE
*
* Esegue un move nel punto di coordinate (x,y)
*
* CALL TRS (X,Y,IX,LY)
* WRITE(1,1)ERR=10)154520,IX,LY
* FORMAT(AZ'pa"12', '13'2")
*
* RETURN
*
* 10 WRITE(1,*)'Errore'
* RETURN
* END
*
* SUBROUTINE DRAW(X,Y)
*
* Esegue il tracciamento del segmento
* fino a (x,y)
*
* CALL TRS(X,Y,IX,LY)
* WRITE(1,1)ERR=10)154520,IX,LY
* FORMAT(AZ'pa"15', '15'2")
*
* RETURN
*
* 10 WRITE(1,*)'Errore'
* RETURN
* END
*
* SUBROUTINE DTEXT(X,Y,STRING)
*
* Grafico sul terminale lo scritto contenuto
* nella stringa STRING nel punto di
* coordinato (x,y)
*
* CHARACTER STRING(*)
* COMMON/VINBO/VMW,VWL,VVM,VVL
*
* IF(X.GT.WL.OR.X.LT.WM0.OR.(Y.GT.WL.O R.
* Y.LT.WM0))RETURN
*
* CALL MOVE(X,Y)
*
* WRITE(1,1)154520
* FORMAT(AZ'15')
* WRITE(1,3)154520
* FORMAT(AZ'w7q')
*
* WRITE(1,2)154520,STRING
* FORMAT(AZ'1' "x")
*
* WRITE(1,4)154520
* FORMAT(AZ'15')
*
* RETURN

```

Il package grafico, sinonimo di software grafico di base, viene utilizzato dal programma applicativo per formare immagini sul terminale video grafico ovvero su plotter e per gestire l'interazione grafica. Possono essere riconosciuti sette gruppi di funzionalità:

- a) funzioni grafiche elementari
- b) funzioni di windowing
- c) funzioni di input
- d) funzioni geometriche elementari
- e) funzioni di generazione
- f) funzioni di manipolazione
- g) funzioni di utilità

Tralasciando le funzioni di cui si è già visto il significato, per meglio chiarire quali sono le principali caratteristiche delle routine grafiche, si considerano di seguito i gruppi a, b, d.

Funzioni grafiche elementari

Vengono utilizzate per visualizzare le primitive grafiche. Sarebbe opportuno considerare primitiva grafica un qualsiasi elemento grafico per la generazione del quale esiste una speciale unità hardware nel display processor:

- random-scan line drawing non evoluti
- raster-scan non evoluti
- punto
- segmento di linea
- retta alfanumerici caratteri
- punto
- segmento di linea
- retta alfanumerici caratteri
- pannello campo

Di ogni primitiva grafica sono assegnati gli attributi: colore, intensità del fascio elettronico, caratteristiche del segno, blinking...

Funzioni di windowing

Vengono utilizzate per rendere facilmente operabile la trasformazione di windowing. Trattasi di un caso particolare di trasformazione di viewing: l'utilizzatore stabilisce il sistema di coordinate di riferimento nello spazio euclideo bidimensionale e indica la sequenza di trasformazioni geometriche elementari da applicare alle sue coordinate così da portare l'oggetto grafico sullo schermo; se nella sequenza manca la trasformazione di rotazione, la trasformazione di viewing prende il nome di trasformazione di windowing.

La trasformazione di windowing è allora una sequenza di trasformazioni geometriche elementari, più precisamente di traslazioni e modificazioni di scala.

Funzioni geometriche elementari

Si osserva che il tipo di primitiva grafica non influenza l'esecuzione di tali trasformazioni, che utilizzano punti come dati di input/output, cosicché tali trasformazioni possono eseguirsi indifferentemente prima o dopo l'esecuzione delle procedure di generazione del codice del display processor. Le operazioni possibili sono:

- rotazione del sistema di riferimento attorno all'origine (fig. 3.37), positiva se antioraria;

$$\begin{aligned}
 x' &= x \cos z + y \sin z \\
 y' &= -x \sin z + y \cos z
 \end{aligned}$$

- rotazione di una figura assegnata attorno all'origine del sistema di riferimento, positiva se antioraria;

$$x' = x \cos z - y \sin z$$

$$y' = x \sin z + y \cos z$$

- traslazione:

$$x' = x + x_c$$

$$y' = y + y_c$$

dove con  $(x_c, y_c)$  si è indicata la posizione a traslazione avvenuta dell'origine locale della figura.

Quando si voglia ruotare una figura data attorno ad un punto non coincidente con l'origine del sistema di riferimento si procede nella maniera seguente:

$$x' = (x - x_c) \cos z - (y - y_c) \sin z + x_c$$

$$y' = (x - x_c) \sin z - (y - y_c) \cos z + y_c$$

dove con  $(x_c, y_c)$  si è indicata la posizione del centro di rotazione; la sequenza è:

traslazione  $(-x_c, -y_c)$

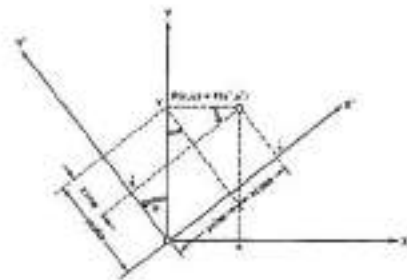
rotazione

traslazione  $(x_c, y_c)$

- scaling: per scaling si intende una variazione di scala lungo gli assi coordinati

$$x' = x \cdot x_s$$

$$y' = y \cdot y_s$$



BIBLIOGRAFIA

[3. 1] C. ROLAND: *Frei Otto: structures*, Longman Group Limited London 1972.

[3. 2] M. EKKOUT: *Frei Otto and the Munich Olympic Games*, Zodiac n. 21.

[3. 3] L. GLAESER: *The work of Frei Otto. The Museum of Modern Art, New York 1972*.

[3. 4] A. PUCHER: *Über den Spannungszustand in gekrümmten Flächen*, Beton u. Eisen BD 33, 1934.

[3. 5] M. MAJOWIECKI, G. TIRONI: *Interactive computer aided design in the field of pneumatic structures. International conference on air supported structures, IASS-CIB, Venezia giugno 1977*.

[3.6] M. CANNAROZZI: *Un procedimento di ricerca di forma per reti di funi*, I.S.C.B. Bologna 1979.

[3.7] M. MAJOWIECKI: *Tensostrutture*, Donus Prefab n. 4, 1980.

[3.8] H.J. SCHECK *The Force Density Method for Form Finding and Computation of General Networks Computers Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1974

[3. 9] L. GRÜNDING AND J. BAHNDORF *Form Finding of a Roof Structure for a Health Spa Light Structures in Architecture*, Australia, 1986

[3.10] M. MAJOWIECKI *Recent Developments of Design and Construction of Membrane Structures in Italy I.A.S.S. Symposium, Osaka, Japan, 1985*

[3.11] M. MAJOWIECKI, A. YOSHIDA, H. TSUBOTA, *Form finding analysis for membrane structures using force density method, I.A.S.S., Madrid, 1989*.

[3.12] CLOUGH R.W., KING I.P., WILSON E.L.: *«Structural analysis of multistory buildings» - J. Structural Div. ASCE, 90 (ST3), 19-34, 1964.*

[3.13] WILSON E.L., DOVEY H.H.: *«Three-dimensional analysis of buildings system-TABS. Earthquake Engineering Research Center» - Rep. EERC 72-8 University of California, Berkeley, dec. 1972.*

[3.14] WILSON E.L., DOVEY G.H., HABIBULLAH A.: *«Three dimensional analysis of building systems-TABS 80» - Vol. 1: Theoretical Manual; vol. II: Users Manual. A report to the U.S. Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg MS, June 1980.*

[3.15] MAJOWIECKI M.: *«Membrane coverings in steel and high strength textiles: aspects of interactive design and construction» - Acier, Stahl, Steel, no. 12, 1975*

[3.16] MAJOWIECKI M., TIRONI G.: *«Geometrical configuration of pneumatic and tent structures obtained with interactive computer aided design» - I.A.S.S., World Congress on Space Enclosures (W-Code), Montreal, 1976*

[3.17] MAJOWIECKI M., TIRONI G.: *«Alcune applicazioni di progettazione interattiva mediante calcolatore nello studio di strutture fortemente deformabili» - INAR-COS, Bologna, aprile 1978.*

[3.18] MCGUIRE W.: *« Interactive computer graphics and the design of steel frames» presented at the First Symposium on Metal Structures, Mexical Society of Structural Engineers, Queretaro, Mexico, July 1978.*

[3.19] PESQUERA C., MCGUIRE W., ABEL J.: *Interactive graphical pre-processing of three-dimensional framed structures» - Computer & Structures, vol. 17, 1983*

[3.20] ISHII K., 2 *«Form Finding of Mini Mun Surface Membranes» Iass World Congress, 1976, Montreal*

Fig. 137

CAPITOLO 4

## METODI DI ANALISI APPROSSIMATA DELLE TENSOSTRUTTURE: IL DIMENSIONAMENTO DI MASSIMA

### 4.1 GENERALITÀ

Nel campo della teoria e tecnica delle costruzioni i termini progetto ed analisi delle strutture vengono molte volte confusi ed identificati con l'analisi delle tensioni, con ciò assumendo forma e dimensioni della struttura. Nel campo delle strutture leggere il termine progettazione implica un processo decisionale di tipo euristico che comprende la scelta della geometria e fisica del sistema strutturale, in funzione delle ipotesi generali di progetto.

Il processo progettuale iniziale, che oggi, con termine anglosassone, viene denomi-

nato "conceptual design", è guidato essenzialmente dalla conoscenza di base e dalla intuizione di affidabilità strutturale del progettista. Il prodotto di questo processo iterativo, è il modello strutturale ottenuto per successive approssimazioni verso una soluzione ritenuta ottimale. Il modello progettuale implica la definizione delle azioni, dei materiali impiegati e della tipologia strutturale associata (fig. 4.1).

Definito il modello concettuale del sistema strutturale si procede, mediante l'introduzione di una serie di ipotesi meccaniche alla determinazione del modello strutturale ed alla sua traduzione in modello matematico.

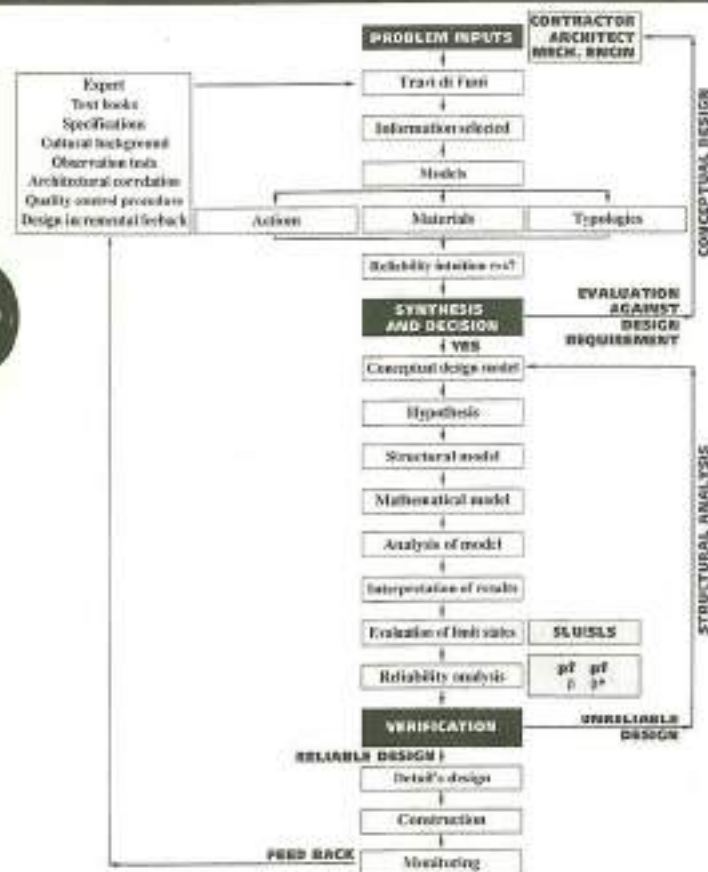
Questo sarà sottoposto ad analisi numerica in modo da ottenere lo stato deformativo e tensionale necessario a controllare gli stati limiti ultimi di resistenza e stabilità del sistema strutturale, degli elementi e delle sezioni si esegue il progetto esecutivo dei particolari costruttivi. Si definiscono le modalità di costruzione e montaggio e, se necessario, durante la vita della struttura si eseguiranno controlli di conformità tra progetto e realtà, mediante monitoraggio dei parametri più significativi della risposta strutturale (stato deformativo-tensionale).

Dal punto di vista operativo attualmente il processo progettuale si svolge con i mezzi e le fasi illustrate in fig. 4.1.

Il processo logico di progetto si applica alle varie fasi dell'iter progettuale, quali:

- programma di base
- studio di fattibilità
- proposta di massima
- progetto preliminare
- progetto finale
- progetto esecutivo.

Fig. 4.1 Conceptual design & analysis of structural systems



### 4.2 ALCUNE CONSIDERAZIONI SULLA SCELTA STRUTTURALE

Il processo di sintesi progettuale che porta alla scelta strutturale definitiva è difficilmente schematizzabile.

La soluzione, univoca, è il risultato di una ricerca di ottimizzazione dentro un quadro di ipotesi progettuali spesso contrastanti fra loro, quadro nel quale l'esperienza e la cultura del progettista giocano un ruolo determinante. La scelta tipologica diventa, così, il risultato di un compromesso funzionale - tecnico - economico.

Nel caso, ad esempio, di costruzioni per lo sport, in considerazione del numero di spettatori e della distribuzione in pianta delle gradinate, sarà possibile adottare travi di funi, reti di funi, strutture pneumatiche.

Per piante rettangolari e con modeste luci, è possibile adottare sistemi con funi singole stabilizzate con il peso proprio. Se la luce è superiore ai 30-35 m la convenienza economica si ottiene con travi di funi presollecitate, a collegamenti tesi. I sistemi a travi di funi chiusi e misti realizzano una economia nel tamponamento esterno, la cui superficie viene ridotta dal 60% al 40% nella zona compresa tra gli ancoraggi, mentre esiste un aggravio di costo nel collegamento che risulta parzialmente o globalmente compresso, con problemi di stabilità laterale e di montaggio.

Le distanze tra gli ancoraggi che vengono generalmente usate nelle tipologie a travi di funi, sono indicate in fig. 4.2.

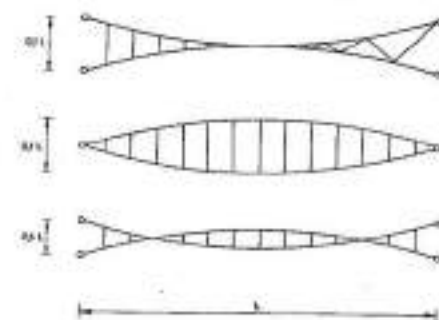


Fig. 4.2 Distanza tra gli ancoraggi in funzione della tipologia delle strutture

Nel caso di piante circolari o ellittiche, può essere molto conveniente la disposizione radiale delle travi funicolari.

In questi casi, si raggiunge una notevole

Per poter svolgere le fasi preliminari a-d, è necessario avere una conoscenza degli aspetti generali di progettazione delle strutture in funi. Parte di queste informazioni sono già disponibili.

Infatti, nel Capitolo 2 sono state illustrate le tipologie costruttive delle strutture in funi e delle relative strutture di ancoraggio mentre, nel Capitolo 3, i metodi di ricerca dello stato «0» permettono di definire sia la geometria strutturale che lo stato di sollecitazione.

Per l'individuazione definitiva del sistema strutturale idoneo a soddisfare i requisiti progettuali, è necessario poter svolgere l'analisi dei costi comparativi tra le diverse soluzioni strutturali. Al fine di poter svolgere queste onerose indagini preliminari, ci si avvale, di norma, di metodi approssimati di calcolo, che permettono velocemente e con oneri computazionali modesti, di ottenere i dimensionamenti strutturali di massima necessari per eseguire le susseguenti verifiche strutturali esecutive.

L'obiettivo preminente di questo Capitolo è quello di fornire efficaci strumenti di analisi approssimata, utili non solo per ottenere risultati preliminari in tempi brevi e a basso costo, ma anche come strumento non sostitutivo, ma integrativo dell'analisi e del controllo dei risultati in sede di dimensionamenti e calcoli esecutivi (Capitolo 5).

E da notare che alcuni metodi semplificati, adottati in passato, non hanno oggi alcun valore applicativo reale, giacché il loro svolgimento, in genere manuale è basato su metodi di analisi al continuo, richiede tempi più lunghi rispetto ai metodi di analisi discreti, che, pur essendo numericamente più complessi, sono oggi efficientemente automatizzati. Non è strano, pertanto, trovare che in certe condizioni, avendo i mezzi tecnici necessari, si passi direttamente a calcoli esecutivi molto sofisticati.

Nonostante ciò, proprio per la suddetta validità nel controllo del risultato (ordine di grandezza), questi metodi verranno illustrati, tenendo in debito conto il grado di approssimazione del calcolo rispetto ai cosiddetti valori «esatti».



economia per mezzo dell'eliminazione delle fondazioni a tirante. Gli sforzi trasmessi dalle funi vengono equilibrati da un sistema chiuso ad anello, prevalentemente compresso.

Allo stesso tempo, vengono eliminati gli spazi laterali dedicati agli ancoraggi.

Per luci medio grandi, ed in particolari condizioni architettoniche, si utilizzano, con buoni risultati, le reti di funi monostrato. Questa tipologia risulta molto economica ed efficiente per se stessa, mentre richiama oneri aggiuntivi al contorno: anelli inflessi, montaggio maggiormente impegnativo e pretesione rispetto alle travi di funi. Le tipologie costruttive connesse con le reti monostrato permettono le più ampie scelte formali, concedendo al progettista una notevole versatilità architettonica.

In casi per i quali le variazioni di curvatura siano molto pronunciate, bisogna tenere in considerazione la compatibilità geometrica e deformativa dei materiali di copertura.

Nel caso delle coperture degli impianti Olimpici di Monaco, si assiste ad un progetto nel quale strutture e materiali di copertura derivati da differenti velocità di sviluppo tecnologico non appaiono «congruenti», come si può rilevare dalla fig. 4.3. Nuovi materiali apparsi in seguito, quali le fibre di vetro ricoperte di P.T.F.E. (\*), hanno permesso soluzioni complessivamente più efficienti ed economiche (fig. 4.4).

Altre volte può essere opportuno l'impiego di sistemi reticolari spaziali, di norma adottati per piante circolari ed ellittiche, ciò che evita l'onere del cesto centrale e facilita le operazioni di montaggio rispetto alla distribuzione radiale delle travi funicolari (fig. 4.5). La scelta della tipologia strutturale può essere basata su alcune delle considera-

zioni sopraesposte di proposito come serie di giudizi sintetici ricavati, durante l'esame di un generico progetto, in base all'esperienza professionale e a tutte le innumerevoli combinazioni delle variabili progettuali architettonico-strutturali.

Dal punto di vista prettamente strutturale, la soluzione progettuale definitiva è ottenuta ottimizzando, in funzione dei costi e dei servizi, le tre componenti costruttive principali che sono la tensostruttura, le strutture d'ancoraggio e fondazione, il sistema di copertura.

#### 4.3 ANALISI COMPARATIVA DEI COSTI

Uno dei parametri principali che governano la scelta di un sistema strutturale è quello del costo.

L'esecuzione di una analisi dei costi generalizzati per una costruzione è un compito molto complesso, e ancora di più lo è in sede comparativa poiché dipende da un grande numero di variabili, connesse con situazioni e condizioni locali. È possibile, invece, condurre una attendibile analisi dei costi «teorici» come quella eseguita da White e collaboratori [4.1].

(\* P.T.F.E. = Politetrafluoroetilene).



Fig. 4.5 Sistemi reticolari spaziali. a) Sistema strutturale a doppio strato con cesto centrale. b) Sistema strutturale con distribuzione radiale di travi di funi senza cesto centrale.



Fig. 4.4 Sistema di copertura realizzato con tessuto in fibra di vetro ricoperto con Teflon [4.9].

Tab. 4.1 Dati di progetto.

1 - Carichi	-mano di copertura	200 N/m²
	-invececarichi (neve)	750 N/m²
	-pressione basale del vento	1000 N/m²
	-depressione causata dal vento	800 N/m²
2 - Acciai	-Ba 440 - grado 50 - ...	230 N/mm²
3 - Cavi	-Tensione min. di rottura	1800 N/mm²
4 - Saldi	-Argiloso fino a 10 m e con compattezza in aumento al crescere della profondità - ...	0,2 N/mm²
5 - Coefficienti	-Cavi parabolici	2
	-di ancoraggio	3,25
	-Ancoraggi a gravità	2
	-Pali d'ancoraggio	3

Tab. 4.2 Costi unitari di costruzione (Inghilterra 1974).

DESCRIZIONE	UNITA' DI MISURA	£
1 Scavo in terreno di normale consistenza compresi paroli e sbalzo/blanca	m³	8,00
2 Elettrodotto degli cavi e sgombero materiali di risulta	m³	2,00
3 Calcestruzzo per magrone di fondazione	m³	15,00
4 Congiungimento cementizio normale compreso gli oneri di cantiere	m³	60,00
5 Congiungimento cementizio con oneri aggiuntivi di cantiere	m³	75,00
6 Barro tondo d'acciaio tondo, inclini oneri di taglio, piegatura e posa in opera	kN	3000,00
7 Barro d'acciaio ad almeno tre file, inclini oneri di taglio, piegatura e posa in opera	kN	4000,00
8 Acciaio per carpenteria metallica	kN	3800,00
9 Lamiera paccata in altalena autoportante per copertura	m²	8,00
10 Materiale di coibentazione	m³	6,00
11 Pali d'ancoraggio	kN	50,00
12 Costo globale delle funi, collegamenti, ancoraggio	kN	15,00

Prendendo come base i dati di progetto forniti dalle tabelle 4.1 e 4.2 e supponendo che l'altezza minima della copertura sia di 10 m e che lo spostamento sotto carico non superi 1/300 della luce per travature rigide e 1/100 della luce per travi funicolari, la comparazione dei costi è stata fatta per due diversi casi.

CASO I: i costi sono valutati per superfici di copertura a singola curvatura, consistenti in cavi semplicemente sospesi, o in travi funicolari poste ad interasse di 4 m e comparati con una convenzionale travatura reticolare d'acciaio. I parametri variabili sono i seguenti:

Rapporto  $f/L$ : da 6 a 12%,  
Rapporto  $h/L$ : da 1:18 a 1:12.  
Ancoraggi: a gravità o pali di ancoraggio.  
Luce: da 30 a 130 m.

In fig. 4.6, si nota la variazione di costo ottenibile con la combinazione di alcuni parametri. Dal grafico risulta che, nel

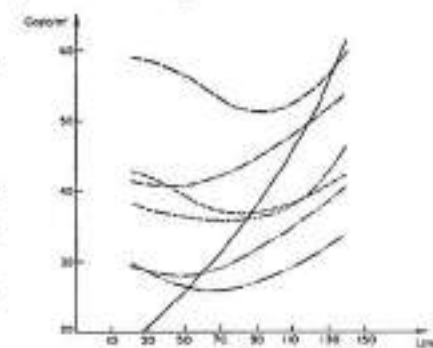


Fig. 4.6 Costi comparativi per alcune tipologie strutturali in funzione della geometria e del tipo di ancoraggio [4.1].

caso di coperture realizzate con travi funicolari di freccia variabile, con pali di ancoraggio, si ottiene il minimo costo per luci superiori a 40-50 m, mentre le travi reticolari sono più economiche per luci più piccole. Il costo delle travature funicolari si aggira attorno al 15-20% del costo globale della struttura.

CASO II: in questo secondo caso, si valutano i costi relativi a travi di funi disposte radialmente secondo gli schemi di fig. 4.7. I parametri variabili sono gli

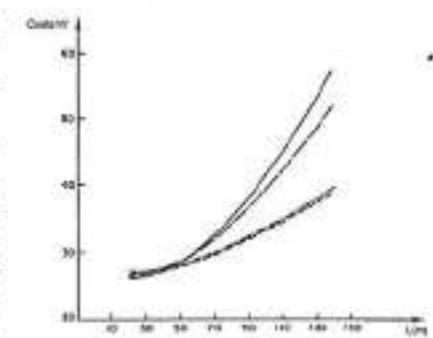


Fig. 4.7 Costi comparativi per alcune coperture circolari [4.1].

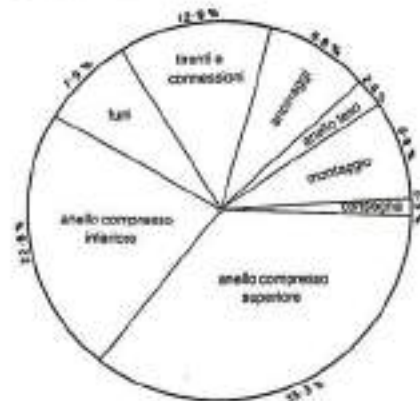
stessi del caso I, a parte i pali di ancoraggio o gli ancoraggi a gravità, che sono, in questa tipologia, ovviamente, eliminati. La comparazione dei costi è illustrata in fig. 4.7.

La lettura del grafico consente di stabilire che, per campate di circa 25 m, i costi sono pressoché uguali per tutte le tipologie considerate. Se l'anello esterno, invece di essere

circolare, ha forma ellittica o parabolica, vi è la possibilità che, a causa dell'aumento della flessione, si abbia un aumento dei costi.

In fig. 4.8, sono riportate le incidenze nei costi dei vari elementi che formano

Fig. 4.8 Ripartizione dei costi per una generica copertura circolare realizzata con una trassostruttura radiale [4.1]



una struttura radiale.

Una utile comparazione dei costi per due grandi strutture a rete di cavi, in cui sia stata adottata la tecnica delle lastre di c.a. prefabbricate e sigillate con getto successivo ed aventi come supporto la rete di cavi stessa, è riportata in [4.2]. Il costo, in £/m<sup>2</sup> (1965) escluse le fondazioni e le colonne di sostegno, è riportato nella tabella 4.3.

Tab. 4.3

Operazioni	Arizona State Fila (116 m di diametro) a for- ma di paraboloide iperbolico		Oklahoma State Fila (124m7m) forma ellittica	
	iperbolico	forma ellittica		
Montaggio o essicca della rete	2115	1265		
Posizionamento pannelli in c.a.	1485			
Ricomp. di malta tra i pannelli	530		3375	
Impalcatura	2245			
Riforni d'acciaio	330			
Anello di bordo	930	1275		
	7635	5895		

4.4 ANALISI DEI CARICHI

Dopo aver scelto la tipologia costruttiva da adottare, è necessario definire i carichi a cui è soggetta la costruzione in funi. Il tipo di carico è uguale a quello considerato per ogni altro sistema di copertura. In funzione delle particolari caratteristiche geometriche

delle coperture sospese, è possibile elencare, qui di seguito, alcune osservazioni particolari da tenere in considerazione nell'analisi dei carichi.

4.4.1 Peso proprio

Il peso proprio è formato dal sistema di copertura, dalle funi e dagli attacchi, dal controsoffitto e dalle eventuali apparecchiature tecnologiche sospese dalla struttura quali ad esempio: passerelle, impianti ecc.

Il sistema di copertura più generalmente impiegato, nell'ambito delle tipologie costruttive che generano superfici di copertura quasi cilindriche, è quello che adotta come elemento portante la lamiera grecata (100-140 N/m<sup>2</sup>) accompagnata da sirati di materiale isolante di tipo rigido (50-70 N/m<sup>2</sup>) e da una o più membrane di impermeabilizzazione (guaine bituminose 100-120 N/m<sup>2</sup>; guaine sintetiche 10-20 N/m<sup>2</sup>). Altri sistemi di copertura impiegano, quale elemento portante, arcarecci e tavole di legno (300-400 N/m<sup>2</sup>), lastre prefabbricate in c.a. e c.a.p. (1400 N/m<sup>2</sup> e oltre), che, nel caso di sistemi semplicemente sospesi, assolvono la funzione di stabilizzare il sistema per gravità. Nel caso di superfici a doppia curvatura, sono stati impiegati materiali plastici rigidi (poli carbonati) e flessibili (poliestere + PVC; fibra di vetro + PTFE) di peso variante tra i 10 e i 40 N/m<sup>2</sup>.

4.4.2 Azione della neve

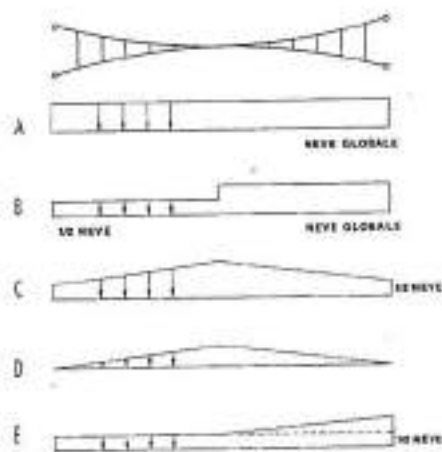
L'intensità del carico minimo uniformemente distribuito della neve viene fissata dalla normativa in funzione della località della costruzione. A differenza delle costruzioni tradizionali piane, nelle coperture sospese il carico neve può essere distribuito in maniera non uniforme.

La forma della copertura e l'azione del vento possono provocare distribuzioni con accumuli, specialmente nella parte più «piatta» del coperto.

Nel caso di coperture sospese cilindriche, dall'esperienza ricavata sino ad oggi, la letteratura tecnica suggerisce di adottare

gli schemi di fig. 4.9, che saranno scelti dal progettista in funzione delle condizioni locali del luogo di costruzione.

Fig. 4.9 Schemi di carico da neve



Deve essere inoltre controllata accuratamente la deformabilità della struttura in modo da evitare fenomeni di "ponding" (accumulo d'acqua per inversione di curvatura locale). Questo effetto ha provocato danneggiamenti locali di alcune coperture con bassa pendenza per il deflusso dell'acqua piovana. Nel caso di strutture pneumatiche, l'azione della neve può risultare particolarmente insidiosa.

Se, infatti, l'accumulo di neve in un dato punto (per esempio in chiave) raggiunge un carico, per unità di superficie, pari alla pressione interna della membrana è evidente che in tale punto si formerà una zona a curvatura nulla, consentendo, in quella zona, un aumento del carico di neve che provocherà inevitabilmente, non la rovina improvvisa, ma il collasso graduale.

Sono tre, quindi, i metodi per fronteggiare questa lenta azione:

- o non si permette l'accumulo della neve, attraverso il mantenimento di una temperatura interna (superiore ai 12°C [4.11] o ai 15°C [4.12], a seconda degli autori);
- o si garantisce una pressione interna sufficiente a contrastare quella della neve;
- o si sgonfia la struttura, all'atto della nevicata.

A titolo di esempio, per la struttura del Pontiac Stadium (USA), realizzata con una struttura aerosupportata permanente in fibra di vetro e teflon,

l'eventuale accumulo di neve è stato preventivamente fronteggiato con questi accorgimenti [4.13]:

- 1) In caso di nevicata, si garantisce un aumento di temperatura che valga a sciogliere la neve prima che si accumuli.
- 2) In caso di non riuscita del 1° sistema, un sistema di controllo automatico di tensione nei cavi provvede a comandare un aumento della pressione interna in modo da equilibrare il sovraccarico.
- 3) In caso di insuccesso anche del 2° accorgimento (se il peso della neve o dell'acqua accumulata supera la pressione interna) automaticamente si vengono ad aprire, verso l'interno, alcune zone della membrana che scaricano l'acqua e la neve accumulata.

Si intende che, se la struttura cambia curvatura (posizione raggiunta per sovraccarico eccessivo rispetto alla massima pressione interna disponibile), le strutture di bordo o di ancoraggio sono progettate e verificate in modo da resistere alle sollecitazioni prodotte dal carico accumulato di neve.

4.4.3 Azione del vento

Dalla letteratura tecnica riguardante l'argomento della distribuzione dell'azione del vento e dei carichi indotti sulle coperture sospese, non appare ancora possibile schematizzare in modo generale condizioni e combinazioni di carico dovute al vento di progetto.

Per le coperture di tipo cilindrico, o quasi cilindrico, vengono accettate distribuzioni globali o parziali di tipo uniformemente distribuito quali:

- 1) pressione su tutta la luce
- 2) pressione su metà luce e depressione sull'altra metà.

Nel caso di coperture la cui geometria non permetta di individuare una accettabile schematizzazione della distribuzione del vento, è raccomandabile l'analisi sperimentale in galleria del vento.

Le prove, in galleria del vento, possono essere effettuate su modelli rigidi aeroelastici.

Fig. 4.9 bis Diagramma delle pressioni medie per l'analisi secondo il metodo della decomposizione ortogonale.



I modelli rigidi sono specialmente costruiti per permettere la determinazione:

- delle pressioni e depressioni sulla copertura;
- delle componenti globali di sforzo sulla costruzione (Drag Forces);
- del campo delle velocità in grandezza e direzione.

Si può ammettere che il comportamento di una struttura sottoposta all'azione costante del vento dipenda dalla sua forma geometrica e dai seguenti parametri [4.3]:

- $E$  = modulo di elasticità
- $\rho$  = massa specifica dell'aria
- $V$  = velocità dell'aria
- $L$  = dimensione lineare
- $\mu$  = viscosità dinamica dell'aria
- $g$  = accelerazione di gravità
- $m$  = massa specifica della struttura
- $\delta$  = decremento logaritmico di smorzamento

Una simulazione più veritiera del vento naturale esige l'introduzione di tre parametri supplementari che sono:

- $V'$  = velocità di fluttuazione del vento;
- $B$  = lunghezza di correlazione longitudinale di turbolenza;
- $V/V'$  = gradiente verticale della velocità media del vento; dove  $V$  indica la velocità di riferimento.

Globalmente, le variabili diventano undici.

Con questi undici parametri, si costruisce la matrice dimensionale delle variabili e si determina il rango più elevato, che risulta essere uguale a  $r=3$ .

I prodotti adimensionali risultanti nel nostro caso sono pertanto,  $11-3 = 8$  e precisamente:

- $(g \cdot L)/V^2$  = parametro gravitazionale
- $(\rho \cdot V \cdot L)/\mu$  = numero di Reynolds

- $\delta_s$  = decremento logaritmico di smorzamento
- $E/(\rho \cdot V^2)$  = parametro di elasticità
- $m/\rho$  = parametro delle masse
- $V/V'$  = gradiente verticale del vento
- $V'/V$  = intensità di turbolenza
- $B/L$  = coefficiente longitudinale di turbolenza.

Come è noto, è impossibile rispettare tutte le condizioni di similitudine contemporaneamente. La necessaria riduzione delle variabili viene fatta in funzione del caso specifico e di norma le condizioni di similitudine contemporanee possono essere ridotte a tre.

Anche se le possibilità di misura offerte dal modello aeroelastico di una struttura sono maggiori di quelle offerte dal modello rigido, le tre grandezze misurabili su un modello aeroelastico sono: accelerazioni, frequenze ed ampiezze di spostamento statico e dinamico.

La distribuzione del vento può essere uniforme o può avere un gradiente verticale e provenire con diverse incidenze. Nelle più moderne gallerie del vento, quale la galleria disponibile al C.E.B.T.P. (Centre Experimental des recherches et d'études du Bâtiment et des Travaux Publics) di Saint-Remy-les-Chevreuse e quella dell'Università del Western Ontario, è possibile simulare correttamente la turbolenza del vento naturale a livello del suolo.

I gradienti verticali delle velocità medie, le intensità, i tipi di turbolenza, lo spettro energetico del vento possono, così, corrispondere a varie situazioni al contorno, in cui si trova la costruzione (fig. 4.10).

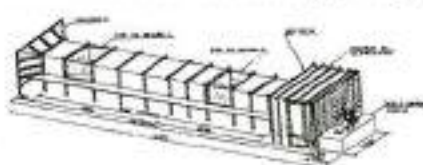


Fig. 4.11 Schema della galleria del vento per prove su modelli.

Nel caso di costruzioni di rilevante importanza, vengono anche eseguite prove sperimentali per determinare la probabi-



Fig. 4.10 Modello di sito urbano, ridotto nella galleria vento del centro sperimentale I.T.S. [44].

le distribuzioni della neve, in funzione della forma della copertura e della direzione ed intensità del vento. In fig. 4.12 si può osservare il banco di prova per lo studio dell'accumulazione della neve del C.E.B.T.P.

A titolo di esempio, la figura 4.12 bis (a-d) mostra gli accumuli di neve, dovuti al vento, su una copertura del tipo illustrato in fig. 4.12. Tutte le prove sono state effettuate per quattro incidenze di vento:

- a)  $I=0^\circ$  (vento da nord);
- b)  $I=45^\circ$  (vento da nord-ovest);
- c)  $I=90^\circ$  (vento da ovest);
- d)  $I=315^\circ$  (vento da nord-est).

Il vento ha la medesima velocità per i quattro casi:  $V_n = 2,19$  m/s (relativa a una pressione di 0,3 mm CE).

Ciò corrisponde ad una velocità reale dell'ordine di:  $V_r = 2,19 \cdot 3,12 = 6,9$  m/s, ed il valore di 3,12 =  $V_r/V_n$  è ottenuto dalla relazione:

$$K_r = \frac{V_r}{V_n} = \left( \frac{C_{v,r}}{C_{v,n}} \cdot \frac{D_n}{D_r} \cdot \frac{\rho_{s,n}}{\rho_{s,r}} \right)^{1/2} = (K_{v,r} \cdot K_D \cdot K_{\rho_s})^{1/2} = \frac{1}{3,12}$$

In tale espressione si sono utilizzati i seguenti simboli:

$C_{v,r}$  = coefficiente di trascinamento per un tipo di neve corrispondente al numero di Reynolds

$$R_{v,r} = \frac{V_r D_r}{14,5 \cdot 10^{-7}} = 4,6 \cdot 10^5, \text{ ed è uguale a } 0,60$$

$C_{v,n}$  = coefficiente di trascinamento di un tipo di «simil neve» corrispondente al numero di Reynolds

$$R_{v,n} = \frac{V_n D_n}{14,5 \cdot 10^{-7}} = 2,9 \cdot 10^5, \text{ ed è uguale a } 2,1$$

Fig. 4.12



$D_r$  = diametro di una particella sferica di neve uguale a 1 mm

$D_n$  = diametro di una particella sferica di «simil neve» uguale a 0,2 mm.

$\rho_{s,n}$  = densità della «simil neve» uguale a 0,163

$\rho_{s,r}$  = densità della neve uguale a 0,092

E' importante sottolineare che la velocità di trascinamento delle particelle di neve dovuta al vento reale è di 6,1 m/s.

Per quanto riguarda il rapporto dei tempi, si ha la seguente espressione:

$$K_t = \frac{t_n}{t_r} = K_v^2 K_g$$

in cui:

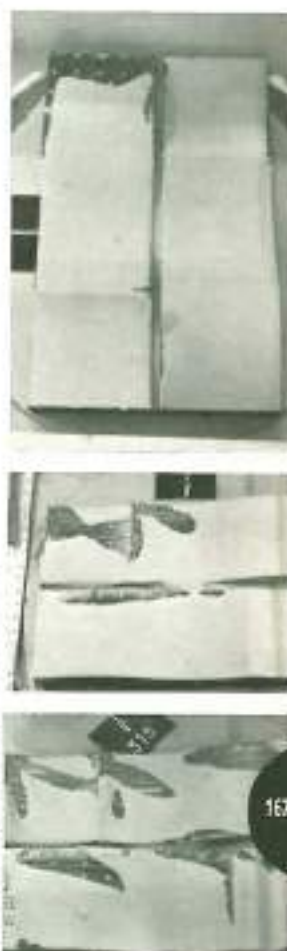
$K_v$  = scala delle velocità uguale a 1/3,12

$K_g$  = scala geometrica del modello uguale a 1/200

Avremo quindi:

$$K_t = \frac{t_n}{t_r} = \frac{3,12}{200} = \frac{1}{64}$$

Tutto ciò significa che la durata delle prove deve essere moltiplicata per 64, per poter ottenere i tempi reali. La durata di ogni prova è di un'ora circa e i risultati corrispondono, dunque, alla accumulazione di neve provocata da un vento che soffia da 64 ore, avente velocità di 6,9 m/s circa. Lo scopo di questa prova è stato il calcolo dell'accumulazione di neve sulla struttura. La metodologia adottata consiste, in una prima fase, nel coprire il modello con un carico uniformemente ripartito di spessore  $em = 5$  mm, determinato in funzione dei carichi di progetto (tale operazione è stata realizzata con l'aiuto di un grosso setaccio compartimentato, avente le maglie di 400  $\mu$ ). In una seconda fase il setaccio assicura, tramite vibrazioni al di sopra del modello, la caduta delle particelle di «simil neve». L'azione del vento sul modello, quindi, fa sì che l'accumulazione di «simil neve» assuma le configurazioni visibili nella figura 4.12 bis (a-d).



Tab. 4.12 bis Ripartizione della neve sulla copertura per le quattro inclinazioni di vento a) 0° b) 45° c) 90° d) 315°

Per calcolare l'incidenza dello spessore dello strato definitivo, è stato utilizzato uno speciale strumento atto a tale scopo. Gli spessori sono stati, quindi, divisi in spessori di riferimento  $e_{ref} = 5$  mm e gli indici di accumulazione puntuale sono dati da:

$$i_{k,p} = \frac{e_k}{e_{ref}}$$

$e_k$  = spessore del carico nel punto  $k$  espresso in mm.

Di seguito, si possono quindi calcolare gli indici d'accumulazione lineare medi:

$$i_{k,l} = \frac{\sum_{k=1}^n e_k}{e_{ref} \cdot l}$$

dove:

$e_k$  = spessore del carico espresso in mm in  $n$  punti situati sulla medesima superficie  $l$ .

Per gli indici di accumulazione superficiale medi si ha:

$$i_{k,s} = \frac{\sum_{k=1}^n e_k}{e_{ref}}$$

dove:

$e_k$  = spessore del carico in mm in  $n$  punti situati sulla medesima superficie.

Per ottenere la ripartizione dei sovraccarichi sulla copertura, è sufficiente moltiplicare gli indici di accumulazione puntuali, lineari o superficiali per il sovraccarico di neve a metro quadrato di proiezione orizzontale del sito considerato, conformemente alle norme vigenti.

L'azione del vento su una struttura pneumatica provoca generalmente, la condizione di carico più gravosa.

Per determinare la distribuzione delle pressioni dovute al vento su una membrana aerosupportata, numerosi sono gli studi e le esperienze fatte [4.14], [4.15], [4.16], [4.17].

In genere, tutte le esperienze in galleria del vento si sono svolte su struttura deformabile, in quanto il cambiamento

di geometria è responsabile di variazioni notevoli del comportamento aerodinamico.

A differenza di una struttura rigida, in cui la distribuzione della pressione aerodinamica del vento dipende (oltre che dalla geometria) dal numero di Reynolds, per una struttura pneumatica si può dimostrare che, oltre che dal numero di Reynolds, la distribuzione del carico dipende:

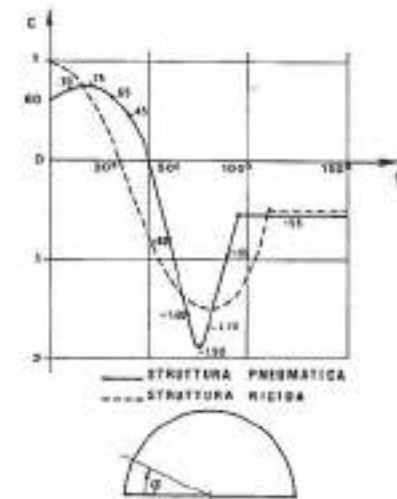
- dal rapporto fra il modulo di Young del materiale e la pressione cinetica del vento ( $E/p_v$ )
- dalla rugosità della membrana (rapporto fra l'altezza delle asperità medie della membrana e la dimensione lineare della struttura pneumatica)
- dal rapporto pressione interna-pressione cinetica del vento  $p/p_v$
- dal ribassamento della struttura, ovvero dal rapporto  $h/B$  fra l'altezza della struttura  $h$  e la larghezza  $B$  della sua sezione maestra.

Dalle esperienze fatte si è notato quanto segue:

- 1) La dipendenza della distribuzione della pressione aerodinamica del vento sulla struttura pneumatica del rapporto  $E/p_v$  non è significativa.
- 2) Nei campi di variazione usuali del numero di Reynolds per le strutture pneumatiche ( $Re > 4 \times 10^5$ ), siamo in regime nettamente turbolento e si può sperimentare come la variazione dei parametri di distribuzione aerodinamica delle pressioni non vari in maniera apprezzabile con il variare di  $Re$ .
- 3) La dipendenza della rugosità si può, in pratica, trascurare dato il valore simile del parametro per i materiali usati per strutture pneumatiche.
- 4) È notevole e marcata la dipendenza delle forze aerodinamiche dal rapporto  $p/p_v$  e dal rapporto di ribassamento della struttura.

Indicando con  $c$  il coefficiente di forma e con  $p_v$  la pressione dovuta all'azione aerodinamica del vento, si ha che  $C = p/p_v$ .

Fig. 4.13 Distribuzione dei coefficienti aerodinamici su superficie cilindrica relativa ad una struttura pneumatica ed rigida.



La zona in pressione sopravento della struttura è, a causa della deformabilità, più vasta che per una struttura rigida.

In tale zona, il coefficiente di forma  $c$  è, però, mediamente più basso che per una struttura rigida, a causa della possibilità di spostamenti, che offrono inclinazioni minori rispetto al flusso principale dell'aria contro la struttura rigida.

Il valore del picco negativo del coefficiente di forma è notevolmente più elevato che per una struttura rigida, raggiungendo valori intorno a due.

Fig. 4.14 Variazioni dei coefficienti di forma  $c_{min}$  e  $c_{su}$  [4.10].



In fig. 4.14 è rappresentata la variazione dei coefficienti di forma  $c_{min}$  e  $c_{su}$  (rispettivamente il valore di picco negativo e il valore finale del coefficiente di forma nella parte sottovento), in funzione del rapporto  $p/p_v$  misurati in alcune prove in galleria del vento, per una struttura cilindrica [4.10], [4.18].

Nella stessa figura, sono rappresentati i due angoli di attacco della struttura col suolo sopra e sottovento.

Si noti che i valori sono relativi ad una struttura semicilindrica a pianta rettangolare con rapporto dei lati 1:2,3.

Per paragone, sono riportati anche i valori per una semisfera pneumatica, nella quale si può notare una più marcata variazione del coefficiente  $c_{min}$  specie sotto al valore  $p/p_v = 0,6$ .

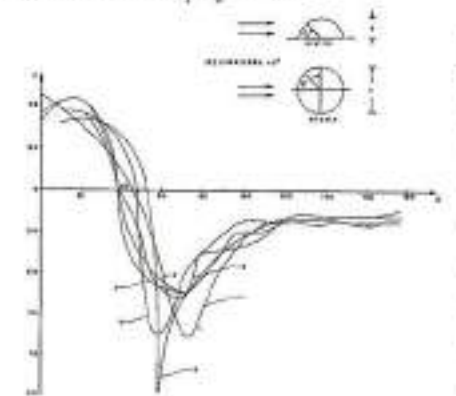


Fig. 4.15 1-2) Berger-Nacher ( $p/p_v = 0,65$  e  $1,3$ ;  $h = 30$  cm;  $d = 60$  cm)  
3) Niemann-Moller ( $p/p_v = 0,78$ ;  $h = 55$  cm;  $d = 100$  cm)  
4) Sivostava-Turkkan-Dikej ( $p/p_v = 0,64$ ;  $h = 30$  cm;  $d = 60$  cm)  
5) Sivostava-Turkkan-Dikej ( $p/p_v = 0,80$ ;  $h = 30$  cm;  $d = 60$  cm)  
6) Sivostava-Turkkan-Dikej ( $p/p_v = 1,30$ ;  $h = 30$  cm;  $d = 60$  cm)

In fig. 4.15 sono indicati i coefficienti aerodinamici per strutture pneumatiche sferiche, alla luce delle più attuali analisi sperimentali [4.5], paragonate a precedenti studi eseguiti in merito.

#### 4.5 LE VARIAZIONI DI STATO

Considerato lo stato «0» quale stato iniziale geometrico tensionale della struttura, le variazioni di stato dovute ai carichi accidentali, considerate in relazione alle verifiche strutturali, sono in genere le seguenti (fig. 4.16).

##### Stato «0»

È la fase di definizione dello stato geometrico-tensionale iniziale, risultato della ricerca di stato «0» (vedi Capitolo 3). Qualunque fase di caricamento può essere considerata stato «0». Solitamente, quest'ultimo viene definito in assenza di carichi esterni ed in regime di sola pretensione. Lo stato di sollecitazione iniziale indotto nel sistema dovrà essere sufficiente a garantire la stabilità statica e dinamica della struttura nelle altre condizioni di carico.

##### Stato «I»

Esso viene associato alla presenza del manto di copertura e di tutti i pesi permanenti, agenti sulla tensostruttura. In questa fase, lo Stato di sollecitazione aumenta nelle funi portanti mentre diminuisce lo stato di presollecitazione sulle funi stabilizzanti.

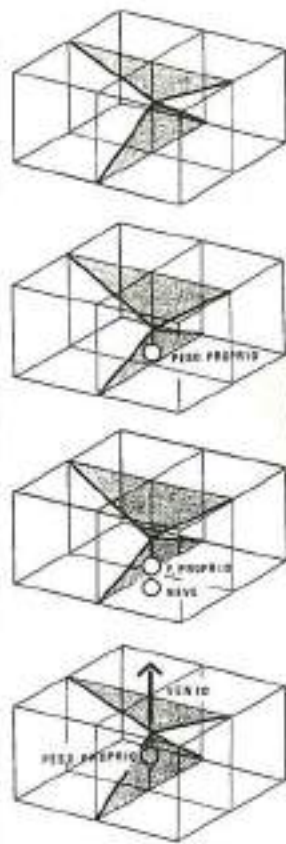


Fig. 4.16 Variazioni di stato in funzione dei carichi accidentali.

Specialmente nel caso di tensostrutture piane, questa fase viene spesso scelta quale stato «0» in modo da poter definire la geometria strutturale, associata alla fase di carico che si verifica maggiormente nella vita della struttura, in modo da garantire il deflusso delle acque meteoriche.

Stato «2»

E la condizione più sfavorevole per le funi portanti. In questa fase vengono considerati gli effetti di variazione di stato in presenza dei massimi carichi accidentali gravitazionali, pesi propri e carico accidentale della neve.

In questa situazione, si verificano le massime sollecitazioni nelle funi portanti e, corrispondentemente, il minimo residuo di pretensione negli elementi stabilizzanti.

Si procede alla verifica di resistenza delle funi portanti e al calcolo delle massime deformazioni.

Stato «3»

In questa fase, vengono considerate le variazioni di stato prodotte dall'azione del vento in depressione.

Le funi portanti diminuiscono lo stato di sollecitazione, mentre aumenta nelle funi stabilizzanti, raggiungendo il valore massimo. Si procede, quindi, alla verifica di resistenza delle funi stabilizzanti e al calcolo dello stato di deformazione.

Anche in questo caso, comunque, deve verificarsi il minimo residuo ammissibile di pretensione negli elementi portanti.

4.6 COMBINAZIONI DI CARICO E VERIFICHE DI RESISTENZA

Il dimensionamento delle funi viene eseguito confrontando il carico a rottura con gli sforzi ricavati dalle seguenti combinazioni di carico [4.6]:

- a)  $2,2 S_1$
- b)  $1,6 S_1 + 2,7 S_2$
- c)  $2,2 S_3$
- d)  $2 S_4$
- e)  $2 S_5$
- f)  $2 S_6$

dove:

$S_1$  = forza nella fune prodotta dall'azione contemporanea di carichi permanenti e dalla pretensione;

$S_2$  = variazione di sforzo dovuta alla applicazione di carico accidentale;

$S_3$  = forza nella fune prodotta dall'azione contemporanea dei carichi permanenti, pretensione e carichi accidentali

$S_4$  = forza nella fune prodotta dall'azione contemporanea dei carichi permanenti, pretensione, carichi accidentali e vento o azione sismica;

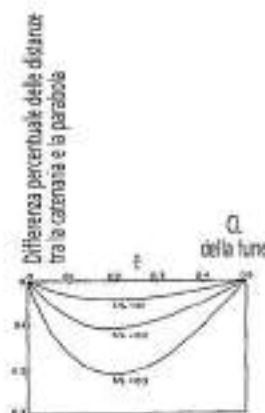
$S_5$  = forza indotta nella fune per effetto della sola pretensione;

$S_6$  = forza indotta nella fune per effetto dei carichi permanenti, pretensione ed azione del vento.

La scelta esecutiva della tipologia (e sezione resistente della fune) viene determinata dalla più gravosa delle condizioni sopra elencate. I coefficienti di simultaneità, associati ad ogni condizione elementare di carico, sono ponderati in funzione della probabilità di successo della combinazione di carico e sono determinati in modo da rimanere ampiamente in fase elastica in presenza dei carichi di esercizio. Le variazioni termiche ( $\Delta t$ ) debbono essere associate alle varie condizioni di carico, in modo da provocare le variazioni di tensione più gravose.

Nelle funi portanti e stabilizzanti deve essere garantito, per ogni combinazione di carico, un residuo minimo di trazione il quale può essere specificato e può variare a seconda della combinazione di carico considerata. Per le tensostrutture piane, è permesso considerare inattivi alcuni tiranti del sistema di parete. In questo caso, l'analisi strutturale dovrà essere condotta in campo di unilateralità di sforzi (solo  $S > 0$ ), rimuovendo gli elementi compressi in corrispondenza del livello incrementale di carico relativo allo stato di «slackening» ( $S \leq 0$ ). Per costruzioni dove esistano particolari preoccupazioni di effetti dinamici provocati dal vento, verrà eseguita una appropriata analisi teorica o sperimentale, in modo da introdurre nel sistema strutturale le necessarie variazioni

Fig. 4.17 Differenza tra le ordinate di un arco di cavo parabolico e una catenaria aventi stessa  $f$ , stessa  $l$ , e ancoraggi a ugual quota.



geometriche, meccaniche e tensionali che permettano di eliminare le probabilità di instabilità aeroelastica (flutter, galloping, ecc.). Per quanto riguarda le limitazioni di deformazione, l'AISI steel cable manual [4.6] raccomanda che le verifiche tengano nel dovuto conto le deformazioni sotto carico di progetto, in modo da non produrre danneggiamento sul materiale di copertura adottato (compatibilità deformativa fra struttura e materiale di copertura).

4.7 METODI APPROSSIMATI D'ANALISI PER LA FUNE SINGOLA SOSPESA AGLI ESTREMI

Le funi e i fili flessibili, con le estremità fissate in due punti e soggetti all'azione del peso proprio e di eventuali carichi accidentali ripartiti o concentrati, sono sollecitati a trazione semplice. I fili si adattano alla funicolare del carico, che è la loro configurazione di equilibrio.

Lo studio statico, quindi, si riduce a quello della curva funicolare e si può effettuare graficamente o analiticamente.

L'allungamento elastico e la dilatazione termica della fune hanno sul suo regime statico una influenza tanto più sensibile, quanto minore è il rapporto  $n=fL$  tra la freccia e la corda (luce).

L'andamento tipico della catenaria si ha quando un carico uniformemente distribuito è applicato sullo sviluppo della fune. Nella maggior parte dei casi, il carico  $q$  è assunto distribuito uniformemente lungo la luce e, pertanto, la geometria di riferimento è parabolica.

Questa è senz'altro una approssimazione che permette di evitare le maggiori difficoltà analitiche, relative alla catenaria e può essere giustificata nei seguenti casi:

- 1) Quando il rapporto freccia/luce è piccolo, la differenza tra la lunghezza dell'arco e la luce è molto piccola e pertanto diviene trascurabile la differenza tra le configurazioni geometriche ottenute con i due sistemi di carico (fig. 4.17).

- 2) Se la fune ha un carico aggiuntivo permanente distribuito uniformemente lungo la luce, carico di intensità maggiore del peso proprio della fune, come nel caso dei ponti sospesi, l'approssimazione trova qui ancora maggiore validità.

Di seguito, sono riassunte le formule della catenaria e della parabola.

4.7.1 La catenaria

L'equazione differenziale che governa l'equilibrio di una fune in funzione di un carico generico  $q(x)$  è:

$$H \frac{d^2z}{dx^2} = -q(x) \quad (4.1)$$

la cui soluzione è data da:

$$z = -\frac{1}{H} \int \int q(x) dx dx + C_1 x + C_2 \quad (4.2)$$

Nel caso della centenaria, fig. 4.18, l'equazione di equilibrio diventa:

$$H \frac{d^2z}{dx^2} + q = 0 \quad (4.3)$$

dove  $H$  è la componente orizzontale dello sforzo della fune  $S$  e  $q$  è il carico distribuito lungo la fune di lunghezza  $l$ . Integrando l'equazione due volte e sostituendo le condizioni di bordo  $z = 0$  per  $x = 0$  e  $z = Z$  per  $x = X$ , si avrà che la geometria della fune è descritta dall'equazione:

$$z = \frac{H}{q} \left[ \cosh \alpha - \cosh \left( \frac{2\beta x}{X} - \alpha \right) \right] \quad (4.4)$$

dove:

$$\alpha = \operatorname{senh}^{-1} \left[ \frac{\beta(Z/X)}{\operatorname{senh} \beta} \right] + \beta; \quad \beta = \frac{qX}{2H}$$

I parametri che entrano in gioco sono ricavabili dalle seguenti relazioni:

$$S^* = H \cosh \alpha \quad (4.5)$$

$$S'' = \frac{q}{2} (l \coth \beta - Z) \quad (4.6)$$

$$V^* = H \operatorname{senh} \alpha \quad (4.7)$$

$$V'' = \frac{q}{2} (Z \coth \beta - l) \quad (4.8)$$

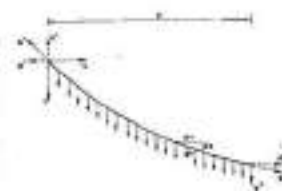
$$l = \frac{2H}{q} \operatorname{senh} \alpha \coth (\alpha - \beta) \quad (4.9)$$

$$X = \left( \frac{H}{q} \right) \log_e \left( \frac{S^* + S'' - qf}{S^* + S'' + qf} \right) \quad (4.10)$$

$$Z = \left( \frac{V^* + V''}{S^* + S''} \right) f \quad (4.11)$$

$$(\Delta l)_e = \frac{Hl}{X EA} \quad (4.12)$$

Fig. 4.18 Carico  $q$  distribuito lungo la fune



con  $(\Delta l)_e$  allungamento elastico dovuto all'incremento di tensione.

Nel caso in cui gli estremi A e B della fune sono alla stessa quota, ossia  $Z = 0$  si ha:

$$\alpha = \beta = \frac{qL}{2H} \quad (4.13)$$

$$z = \frac{H}{q} \left[ \cosh \alpha x - \cosh \left( \frac{qx}{H} - \alpha \right) \right] \quad (4.14)$$

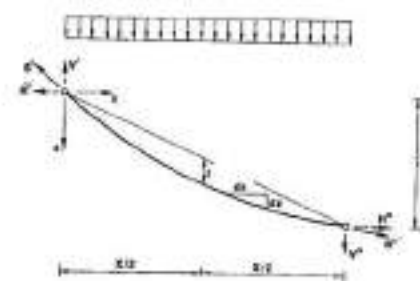
Per  $z = f$  e  $x = L/2$  la (4.14) si riduce alla:

$$f = \frac{H}{q} [\cosh \alpha - 1] \quad (4.15)$$

I valori di  $H$  possono essere ora calcolati con la (4.15) e la geometria della fune con la (4.14). I parametri nelle equazioni dalla (4.5) alla (4.12) possono essere ricavati in questo caso sostituendo i valori di  $\alpha$  e di  $\beta$  dalla equazione (4.13).

### 4.7.2 La parabola

La condizione di equilibrio per la configurazione a parabola della fune (fig. 4.19) è:



$$H \frac{d^2 z}{dx^2} + q = 0 \quad (4.16)$$

Integrando l'equazione (4.16) ed usando la condizione  $z = Z$  e  $x = X$  avremo:

$$z = \frac{qx}{2H} (X-x) + \frac{Z}{X} x \quad (4.17)$$

Se la freccia  $f$  al centro è nota dalla (4.17) si ottiene:

$$H = \frac{qX^2}{8f} \quad (4.18)$$

Sostituendo questo valore di  $H$  nella (4.17) avremo:

$$z = \frac{4fx(X-x)}{X^2} + \frac{Z}{X} \quad (4.19)$$

Sostituendo il valore di  $z$  dalla (4.19), sviluppando l'espressione binomiale ed integrando l'espressione per la lunghezza  $l$  trascurando i termini di ordine superiore al primo del rapporto freccia/luce, si ottiene:

$$l = X \left( 1 + \frac{8f^2}{X^2} + \frac{1}{2} + \frac{Z}{X} \right) \quad (4.20)$$

Inoltre:

$$S' = (H^2 + V'^2)^{1/2} \quad (4.21)$$

$$S'' = (H^2 + V''^2)^{1/2} \quad (4.22)$$

$$S_1 = H^2 \left( 1 + \frac{64f^2 x^2}{L^4} \right)^{1/2} \quad (4.23)$$

$$V' = \frac{qx}{2} + H \frac{Z}{X} \quad (4.24)$$

$$V'' = \frac{qx}{2} - H \frac{Z}{X} \quad (4.25)$$

Nel caso in cui gli estremi A e B sono alla stessa quota ( $Z = 0$ ), con luce  $L$  e freccia  $f$  si ha:

$$H = \frac{qL^2}{8f} \quad (4.26)$$

$$z = \frac{4fx(L-x)}{L^2} \quad (4.27)$$

$$S_{max} = H \left[ 1 + 16 \left( \frac{f}{L} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (4.28)$$

$$l = L \left[ 1 + \frac{8}{3} \left( \frac{f}{L} \right)^2 + \frac{32}{5} \left( \frac{f}{L} \right)^4 \right] \quad (4.29)$$

### 4.7.3 Fune soggetta a carichi verticali

Partendo da una configurazione iniziale parabolica, si prendano in considerazione tre condizioni di carico accidentale fra le più ricorrenti e cioè:

- fune soggetta ad un carico concentrato in un punto qualsiasi della luce.

- fune soggetta ad un carico ripartito nella parte centrale della luce

- fune soggetta ad un carico ripartito in prossimità di un estremo della fune.

Per le suddette condizioni di carico, a puro titolo didattico, si riportano le formule risolutive del problema che consentono una analisi preliminare del comportamento strutturale della fune, fornendone gli sforzi e gli spostamenti [4.7] mentre, per risultati più accurati, si rinvia il lettore al capitolo successivo. Gli spostamenti sono, principalmente, dovuti a variazioni cinematiche della configurazione geometrica in funzione dei carichi e dipendono poco dalla componente elastica provocata dalle variazioni degli sforzi nella fune.

#### 4.7.3.1 Carico concentrato

Si consideri la fig. 4.20; siano:

- $q$  = peso proprio della fune per unità di lunghezza
- $P$  = carico applicato
- $nL$  = distanza dall'estremo A
- $\Delta H$  = incremento della componente orizzontale iniziale  $H$  dovuto all'applicazione del carico  $P$
- $H' = H + \Delta H$

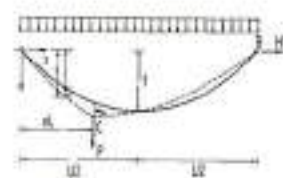


Fig. 4.20

Sinteticamente, tralasciando i passaggi, possiamo scrivere che: la geometria dell'arco AC e dell'arco CB è definita rispettivamente dalle:

$$z' = \frac{qx(L-x) + 2P(1-n)x}{2H'} \quad (4.30a)$$

$$z' = \frac{(qx + 2Pn)(L-x)}{2H'} \quad (4.30b)$$

Ponendo  $\theta = n/L$  e  $\mu = P/qL$  si ha:

$$z' = \frac{qL^2}{2H'} [\theta(1-\theta) + 2\mu\theta(1-n)] \quad (4.31a)$$

per  $\theta \geq n$

$$z' = \frac{qL^2}{2H'} [\theta + 2\mu n(1-n\theta)] \quad (4.31b)$$

Se si assume la fune inestensibile si può scrivere:

$$l = l_{AC} + l_{CB} \quad (4.32)$$

Ottenuti i valori di  $l$  dalla eq. (4.29), nella quale è possibile trascurare il termine del 4° ordine di  $l_{AC}$  e  $l_{CB}$ , combinando le eq. (4.20), (4.31a) e (4.31b) e sostituendo i risultati nella (4.32) è possibile ricavare il valore della componente orizzontale:

$$H' = \frac{qL^2}{8f} [1 - 3n(1-n) + 3n(1-n)(1+2\mu)^2]^{1/2} \quad (4.33)$$

Lo spostamento può essere calcolato con la relazione:

$$w = z' - z \quad (4.34)$$

sostituendo  $H'$  nelle (4.31a) e (4.31b) si ha quindi:

$$\text{per } \theta \geq n$$

$$w = 4f \frac{\theta(1-\theta)2\mu\theta(1-n)}{[1-3n(1-n)+3n(1-n)(1+2\mu)^2]^{1/2}} - 4f\theta(1-\theta) \quad (4.35a)$$

per  $\theta \leq n$

$$w = 4f \frac{(\theta+2\mu\theta)(1-\theta)}{[1-3n(1-n)+3n(1-n)(1+2\mu)^2]^{1/2}} - 4f\theta(1-\theta) \quad (4.35b)$$

Il massimo spostamento si ha nel punto di applicazione del carico per  $\theta = n$  e vale:

$$w_s = 4f \frac{n(1-n)(1+2\mu)}{[1-3n(1-n)+3n(1-n)(1+2\mu)^2]^{1/2}} - 4fn(1-n) \quad (4.35c)$$

I risultati fin qui ottenuti non tengono conto della estensibilità del cavo. Questo è giustificabile quando il carico applicato sia relativamente piccolo così da poter trascurare gli spostamenti elastici indotti. In caso contrario, l'elasticità deve essere considerata. A questo scopo, è necessario trovare l'allungamento della fune,  $\Delta l$ , ottenibile dalla:

$$\Delta l \equiv \frac{\Delta HL}{EA} \left( 1 + \frac{16}{3} \frac{f^2}{L^2} \right)$$

La nuova lunghezza della fune, è quindi ottenibile inserendo il valore così trovato di  $\Delta l$  nella espressione (4.32) ossia:

$$l + \Delta l = l_{AC} + l_{CB} \quad (4.36)$$

I valori di  $l_{AC}$ ,  $l_{CB}$  possono essere ottenuti dalle eq. (4.20), (4.29), (4.31a), (4.31b).

Fig. 4.19 Carico q distribuito lungo la luce

Inserendo questi nella (4.36) e semplificando si ha:

$$L \left[ 1 + \frac{16}{3} \frac{f^2}{L^2} \right] \left[ 1 + \frac{H \cdot H'}{EA} \left( 1 + \frac{16}{3} \frac{f^2}{L^2} \right) \right] =$$

$$= L \left[ 1 + \frac{q^2 L^2}{24 H^2} (1 - 3n + 3n^2) + \frac{q^2 L^2}{8 H^2} n(1-n)(1+2\mu) \right]$$

Questa si riduce ad una equazione cubica in  $H'$ :

$$aH'^3 + bH'^2 - c = 0 \quad (4.37)$$

dove:

$$a = d/EA$$

$$b = \left( \frac{8}{3} \frac{f^2}{L^2} \frac{d}{EA} H \right)$$

$$c = \frac{q^2 L^2}{24} [(1-3n+3n^2) + 3n(1-n)(1+2\mu)]$$

$$d = \left( 1 + \frac{8}{3} \frac{f^2}{L^2} \right) \left( 1 + \frac{16}{3} \frac{f^2}{L^2} \right)$$

Ricavato il valore di  $H'$  dalla (4.37), lo spostamento può, quindi, essere calcolato combinando le equazioni (4.31) e (4.34).

#### 4.7.3.2 Carico distribuito centralmente

Si consideri la fig. 4.21, e siano:

$p$  = intensità del carico aggiunto per unità di lunghezza

$(1-2n)L$  = lunghezza della distribuzione del carico

$$r = p/q$$

Il carico è simmetrico rispetto alla mezzzeria; la geometria della fune consta di tre archi parabolici  $AC$ ,  $CD$ ,  $DB$ .  $AC$  e  $DB$  sono simili, per cui si ha:

- geometria arco  $AC$  ( $DB$ ):

per  $\theta \leq n$

$$z' = \frac{qL^2}{2H'} [\theta(1-\theta) + r\theta(1-2n)] \quad (4.38a)$$

- geometria arco  $CD$ :

per  $(1-2n) \leq \theta \leq n$

$$z' = \frac{qL^2}{2H'} [(1+r)(1-\theta)\theta n^2] \quad (4.38b)$$

la componente orizzontale, applicando la condizione

$l = l_{AC} + l_{CD} + l_{DB}$  vale:

$$H' = \frac{qL^2}{8f} [(1-r)^2 - 4n^2 r^2 (3-4n) - 4n^2 r(3-2n)]^{1/2}$$

(4.39)

Lo spostamento massimo si ha in mezzzeria per  $\theta = 1/2$  e vale:

$$w_s = f \left[ 1 - \frac{(1+r) - 4n^2 r}{[(1-r)^2 - 4n^2 r^2 (3-4n) - 4n^2 r(3-2n)]^{1/2}} \right] \quad (4.40)$$

#### 4.7.3.3 Carico distribuito in prossimità di un estremo

Si consideri la fig. 4.22.

La geometria dell'arco  $AC$  è definita come segue:

per  $\theta \leq n$

$$z' = \frac{qL^2}{2H'} [(1+r)\theta(1-\theta) - r\theta(1-n)] \quad (4.41a)$$

La geometria dell'arco  $CB$  è invece definita come segue:

per  $\theta \geq n$

$$z' = \frac{qL^2}{2H'} [(\theta + rn^2)(1-\theta)] \quad (4.41b)$$

La componente orizzontale dello sforzo, applicando la condizione  $l = l_{AC} + l_{CB}$  vale:

$$H' = \frac{qL^2}{8f} [1 + 2r(3-2n)n^2 + r^2 n^2 (4-3n)]^{1/2} \quad (4.42)$$

Gli spostamenti valgono:

per  $\theta \leq n$

$$w = 4f \frac{(1+r)\theta(1-\theta) - r\theta(1-n)}{[1 + 2r(3-2n)n^2 + r^2 n^2 (4-3n)]^{1/2}} - 4f\theta(1-\theta) \quad (4.43a)$$

per  $\theta \geq n$

$$w = 4f \frac{(\theta + rn^2)(1-\theta)}{[1 + 2r(3-2n)n^2 + r^2 n^2 (4-3n)]^{1/2}} \quad (4.43b)$$

Il punto più basso della fune deformata si ha per  $\theta_1 = x_1/L$ :

$$\theta_1 = \frac{1+rn(2-n)}{2(1+r)} \quad \text{per } \theta_1 \leq n$$

$$\theta_1 = \frac{1}{2} (1-rn^2) \quad \text{per } \theta_1 \geq n$$

Lo spostamento massimo si ha per

$$\theta_m = x_m/L$$

Fig. 4.21

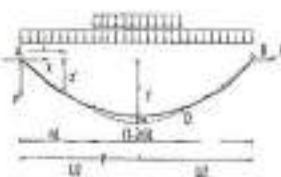


Fig. 4.22

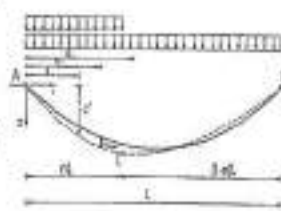


Fig. 4.23

$$\theta_m = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{r(1-n)}{1+r-D} \right] \quad \text{per } \theta_m \leq n$$

$$\theta_m = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{rn^2}{1-D} \right] \quad \text{per } \theta_m \geq n$$

$$\mu = P/qL = 1$$

Il valore di  $H$  è ricavabile dalla (4.26) e vale:

$$H = 10 \text{ kN}$$

dove  $D$  è la quantità in parentesi nella equazione (4.42).

#### Esempio 4.1

Si consideri la fune di fig. 4.23 avente gli estremi posti ad egual quota sottoposta ad un carico iniziale  $q$  uniformemente distribuito sullo sviluppo e soggetta ad un carico concentrato aggiuntivo  $P$  applicato in mezzzeria. I dati della struttura sono:

$$L = 10 \text{ m}$$

$$f = 0,5 \text{ m}$$

$$q = 0,4 \text{ kN/m}$$

$$P = 4 \text{ kN}$$

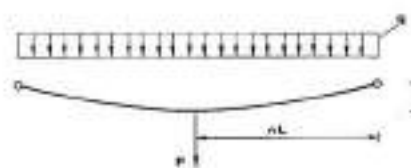
$$w_s = 0,0669 \text{ m}$$

All'atto della applicazione del carico concentrato  $P$ , la nuova componente orizzontale dello sforzo è data dalla eq. (4.33):

$$H' = H + \Delta H = 26,457 \text{ kN}$$

Lo spostamento in mezzzeria, per la condizione di carico considerata, si ottiene per  $\theta = 0,5$  e pertanto, dalla (4.35c) si ha:

Per questa condizione di carico risulta  $n = 0,5$ .



Il carico effettivo  $q^*$ , agente inizialmente sulla fune (peso proprio + copertura) è:

$$q^* = q \cdot l/L = 0,4024 \text{ kN/m}$$

Essendo  $q^*$  molto prossimo al valore di  $q$  sulla proiezione orizzontale assumiamo per semplicità  $q^* = q$ .

Questa approssimazione già introdotta in [4.7] viene così confermata numericamente e sarà adottata anche nei due esempi successivi.

La lunghezza della fune è data dalla (4.29) e, trascurando il termine del 4° ordine, si ha:

$$l = 10,06 \text{ m}$$

In queste condizioni si ha che:

Per ottenere gli spostamenti di altri punti, è sufficiente far variare  $n$  o  $\theta$ , ed applicare le eq. (4.35a) e (4.35b), rispettivamente, per i punti a sinistra del punto caricato ( $\theta \leq n$ ) e a destra dello stesso ( $\theta \geq n$ ).

Per ottenere ulteriori informazioni sulla meccanica strutturale della fune, si è proceduto come segue:

- si è divisa la fune in 10 tratti per un totale di 9 nodi interni su cui applicare, sequenzialmente, il carico  $P$ ;

- si sono calcolati, per le nove condizioni di carico, gli spostamenti dei nodi interni.

I risultati sono illustrati in tabella 4.4.

Se si considera l'elasticità della fune, la componente orizzontale diventa per il caso in cui  $P$  sia applicato in mezzzeria:

$$H' = 25,47 \text{ kN}$$

e lo spostamento del nodo caricato diventa:

$$w_s = 0,08889 \text{ m}$$







$$z''(x) = -\frac{8f}{L^2} \quad (4.46)$$

inoltre:

$$dl = \sqrt{dx^2 + dz^2} \quad (4.47)$$

$$= 1 + z'(x)dx \approx [1 + 1/2 z'^2(x)]dx$$

da cui integrando:

$$l = \int_0^L dl = \left[ 1 + \frac{8}{3} \left( \frac{f}{L} \right)^2 - \left( \frac{32}{5} \right) \left( \frac{f}{L} \right)^4 \right] L \quad (4.48)$$

dalla quale è possibile ottenere il rapporto incrementale:

$$\frac{\Delta l}{\Delta f} = \frac{16f}{15L} = \left( 5 - 24 \frac{f^2}{L^2} \right) \quad (4.49)$$

trascurando il secondo termine in parentesi si ha:

$$\Delta l = \Delta f \frac{16f}{3L} = \frac{1}{\mu} \Delta f \quad (4.50)$$

da cui

$$\Delta f = \mu \Delta l \quad (4.51)$$

Dalla condizione di equilibrio di una fune soggetta ad un carico costante verticale ( $q = \text{cost.}$ ):

$$Hz''(x) + q = 0 \quad (4.52)$$

Integrando tra zero ed L si ha:

$$z = \frac{qx}{2H}(L-x) \quad (4.53)$$

Sapendo che per  $x=L/2 \rightarrow z=f$  è possibile ricavare dalla (4.53) il valore di H

$$H = \frac{qL^2}{8f} \quad (4.54)$$

Confondendo l'incremento dello sforzo nella fune  $\Delta S$  con la sua componente orizzontale  $\Delta H$  si può porre:

$$\Delta l = \frac{\Delta H}{EA} \quad (4.55)$$

Tenendo presenti la (4.51) e la (4.55) il valore di  $\Delta f$  è:

$$\Delta f \approx \frac{\Delta H}{EA} \frac{1}{(16/3)(f/L)} \quad (4.56)$$

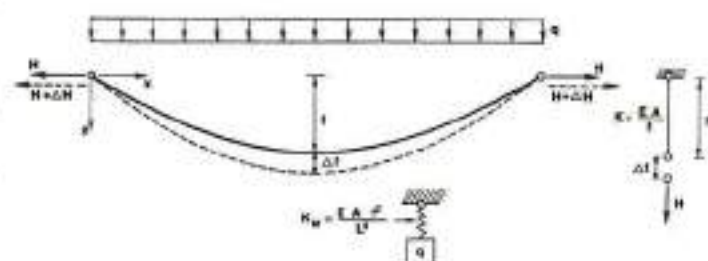
Nella (4.56), esplicitando  $\Delta H$  ed indicando con  $\Delta q$  (4.45) l'incremento di carico ( $q_e - q_o$ ) che la origina, si può scrivere:

$$\Delta f \approx \frac{\Delta q L^2}{8f EA} \frac{1}{(16/3)(f/L)} \quad (4.57)$$

Dalla (4.57) è possibile ricavare il coefficiente di rigidezza alla traslazione verticale della sezione di mezzeria della fune e, imponendo  $\Delta f = 1$  e  $L \approx l$ , otteniamo:

$$K_M = \frac{128 EA f^2}{3 L^4} \quad (4.58)$$

vedi fig. 4.29.

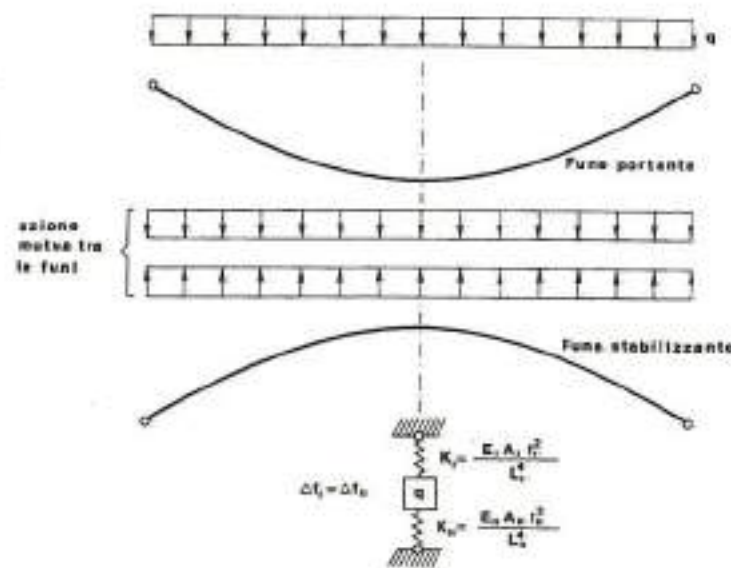


### 4.8.2 Definizione del coefficiente di ripartizione.

L'analisi semplificata delle travi di funi può essere eseguita sullo schema strutturale illustrato in fig. 4.30. Mediante la definizione del coefficiente di rigidezza alla traslazione in mezzeria, lo schema si riduce a quello di due molle fittizie di rigidezza  $K_p$  e  $K_s$ . Le ipotesi introdotte per semplificazione sono:

Fig. 4.29

Fig. 4.30 Tessiture piane: schema strutturale semplificato.



1) I collegamenti verticali, siano essi tesi o compressi, vengono considerati come una membrana continua (effetto cortina) compresa tra i due cavi principali.

2) Gli spostamenti orizzontali sono trascurati rispetto a quelli verticali.

3) La pretensione è considerata come un carico equivalente, uniformemente distribuito.

4) La congruenza del sistema è richiesta solo nel punto di mezzeria ( $\Delta f_p = \Delta f$ )

5) Le azioni mutue che si trasmettono le funi sono ancora di tipo uniformemente distribuito, come il carico esterno e di conseguenza le funi portante e stabilizzante hanno una configurazione a parabola anche in regime elastico.

Sulla base di queste ipotesi, vale ancora il coefficiente di rigidezza in precedenza definito. È possibile, quindi, stabilire un coefficiente di ripartizione, che permetta di suddividere il carico agente sulle due funi proporzionalmente al coefficiente di rigidezza e, di conseguenza, è possibile trovare le quote parti di carico agente sulle funi stesse. Indicando con gli indici I e II le grandezze relative alle funi portante e tenditrice rispettivamente, i coefficienti di ripartizione valgono:

$$c_I = \frac{K_I}{K_I + K_{II}}, \quad c_{II} = \frac{K_{II}}{K_I + K_{II}} \quad (4.60)$$

dove:

$$K_I = \frac{E_I A_I f_I^2}{L_I^4}, \quad K_{II} = \frac{E_{II} A_{II} f_{II}^2}{L_{II}^4} \quad (4.61)$$

Ipotizzando  $L_p = L_u$  il carico  $q$  esterno sarà così ripartito:

- per la fune portante

$$q_I = q c_I = q \frac{E_I A_I f_I^2}{E_I A_I f_I^2 + E_{II} A_{II} f_{II}^2} \quad (4.62a)$$

- per la fune stabilizzante

$$q_{II} = q c_{II} = q \frac{E_{II} A_{II} f_{II}^2}{E_I A_I f_I^2 + E_{II} A_{II} f_{II}^2} \quad (4.62b)$$

### 4.8.3 Ripartizione di un carico generico

Indicando con:

$\bar{P}$  = pretensione intesa come carico fittizio uniformemente distribuito

$\Delta \bar{P}$  = caduta di pretensione intesa come carico fittizio uniformemente distribuito  
 $\bar{P} - \Delta \bar{P}$  = residuo di pretensione intesa come carico fittizio uniformemente distribuito.

Le situazioni generiche di carico sono rappresentate:

- per la fune portante:

$$(q_e + \bar{P}) + (q - \Delta \bar{P}) = (q_e + \bar{P}) + (q \cdot c_I) \quad (4.63)$$

- per la fune stabilizzante:

$$(\bar{P} - \Delta \bar{P}) = (\bar{P} - q \cdot c_{II}) \quad (4.64)$$

Ottenuta la ripartizione del carico esterno e quindi possibile, richiamandoci alle formule della fune singola, ricavare:

$$H_I = \frac{(q_e + \bar{P}) + (q - \Delta \bar{P}) L_I^2}{8 f_I} \quad (4.65a)$$

$$H_{II} = \frac{(\bar{P} - \Delta \bar{P}) L_{II}^2}{8 f_{II}} \quad (4.65b)$$

le componenti verticali

$$V_I = \left[ (q_e + \bar{P}) + (q - \Delta \bar{P}) \right] \frac{L_I}{2} \quad (4.65a)$$

$$V_{II} = (\bar{P} - \Delta \bar{P}) \frac{L_{II}}{2} \quad (4.66b)$$

e pertanto gli sforzi nelle funi sono ricavabili dalle:

$$S_I = \sqrt{H_I^2 + V_I^2} \quad (4.67a)$$

$$S_{II} = \sqrt{H_{II}^2 + V_{II}^2} \quad (4.67b)$$

Dalla (4.56) inoltre è possibile ottenere lo spostamento in mezzeria:

$$\Delta f = \frac{\Delta l_I}{(16/3)(f_I/L_I)} \quad (4.68)$$

Quanto sopra è ottenibile in base al regime noto di presollecitazione P. In questo regime, stato «0» (che indicheremo con l'indice «0») si ha, in assenza di carichi permanenti:

$$H_{I0} = \frac{\bar{P} L_I^2}{8 f_I} \quad (4.69a)$$

$$H_{II0} = \frac{\bar{P} L_{II}^2}{8 f_{II}} \quad (4.69b)$$

mentre in presenza dei carichi permanenti  $q_e$  si ha:

$$H_{10} = \frac{(q_v + \bar{P})L_i^2}{8f_i} \quad (4.70a)$$

$$H_{10} = \frac{\bar{P}L_i^2}{8f_i} \quad (4.70b)$$

E' interessante notare che, in assenza di carichi nello stato «0» si ha:

$$\frac{z''(x)_0}{z''(x)_i} = \frac{H_{10}}{H_{10}} \quad (4.71)$$

e pertanto le curvature delle funi nelle tensostrutture piane sono inversamente proporzionali agli sforzi orizzontali.

Inoltre, considerando che:

$$z''(x)_i = \frac{8f_i}{L_i^2} \quad (4.72a)$$

$$z''(x)_0 = \frac{8f_0}{L_0^2} \quad (4.72b)$$

la (4.71) diventa:

$$\frac{f_{10}L_i^3}{f_0L_0^3} = \frac{H_{10}}{H_{10}} \quad (4.73)$$

e nel caso in cui  $L_i=L_0$  si può osservare che gli sforzi orizzontali nelle funi sono in rapporto inversamente proporzionale alle frecce, ossia:

$$H_{10} = H_{10} \frac{f_{10}}{f_0} \quad (4.74)$$

**Esempio 4.5**

Si vuole eseguire il progetto di massima della struttura piana illustrata in fig. 4.31 il cui interesse è  $i = 5$  m.

Dati:

$L_i = 70$ m	$L_0 = 68$ m
$f_{10} = 4,20$	$f_{00} = 2,72$ m
$E_i = 16.500$ kN/cm <sup>2</sup>	$E_0 = 16.500$ kN/cm <sup>2</sup>
$A_i = 16,04$ cm <sup>2</sup>	$A_0 = 11,25$ cm <sup>2</sup>

Carichi:

i carichi agenti sulla struttura, considerati per le quattro fasi di carico, valgono:

peso proprio delle funi:	60 N/m <sup>2</sup>
copertura:	440 N/m <sup>2</sup>
neve:	1000 N/m <sup>2</sup>
vento (depressione):	-600 N/m <sup>2</sup>

Pretensione:

il valore della pretensione intesa come carico uniformemente distribuito e posto  $\bar{P} = 2700$  N/m.

Il dimensionamento di massima, che segue, ha lo scopo di verificare, con i dati geometrici e tensionali imposti a priori che:

- la pretensione residua nella fune stabilizzante non scenda sotto un valore minimo atto a garantire la stabilità, verso deformazioni di tipo non elastico.

Questa tensione costituisce, inoltre, la misura della sicurezza contro il sollevamento e si consiglia che il residuo di pretensione non scenda al di sotto del 10-20% della pretensione iniziale;

- lo stato tensionale assicura un comportamento autosmorzante rispetto ai carichi dinamici in modo che le frequenze naturali siano diverse per le due funi;

- l'area metallica delle funi soddisfi le verifiche del punto 4.6.

Il coefficiente di ripartizione è individuato dalla equazione (4.60). Essendo, però, nel caso dell'esempio  $L_i \neq L_0$  si ha:

$$c_H = \frac{E_H A_H f_{10}^2}{L_H^2} \frac{E_0 A_0 f_0^2}{L_0^2 + E_i A_i f_{10}^2}$$

Esaminiamo, ora, il comportamento della struttura nelle principali fasi di carico, come accennato nel paragrafo 4.5.

FASE «<0>> (PRETENSIONE)

Sulla fune portante agisce, oltre alla pretensione, anche il peso delle funi e degli attacchi e, pertanto, essendo l'interesse di 5 m si ha:

$$q_v = 60 \cdot 5 = 300 \text{ N/m}$$

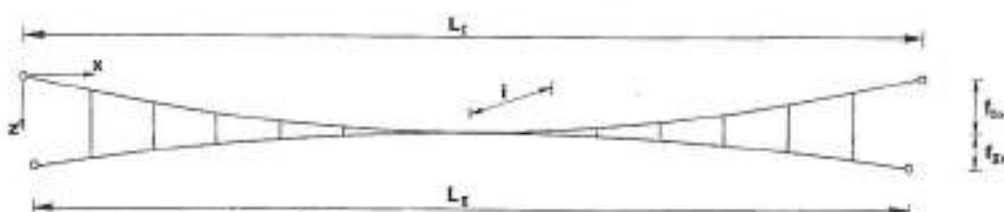


Fig. 4.31

Dalla (4.70b) è possibile ricavare la componente orizzontale, presente nella fune stabilizzante:

$$H_{10} = \frac{PL_{10}^2}{8f_{10}} = 573,7 \text{ kN}$$

Per la portante si può procedere analogamente ma, allo stesso risultato, si può pervenire utilizzando la proporzionalità espressa dalla (4.70b), ossia:

$$H_{10} = \frac{(P+q_v)L_i^2}{8f_i} = 437,5 \text{ kN}$$

Le frequenze naturali relative alla fase «0» valgono (vedi Capitolo 6):

$$\omega_{10} = \frac{n\pi}{L_i} \sqrt{\frac{H_{10}g}{q_{10}}} = 8,6; 17,2; 25,9; \text{ (per } n = 1, 2, 3 \dots)$$

$$\omega_{10} = \frac{n\pi}{L_0} \sqrt{\frac{H_{10}g}{q_{10}}} = 12; 24; 36; \text{ (per } n = 1, 2, 3 \dots)$$

dove:

$q_{10} = 116$  N/m (peso x metro della fune portante)

$q_{10} = 83$  N/m (peso x metro della fune stabilizzante)

FASE «1»

(COPERTURA + PRETENSIONE)

$$\begin{aligned} q_1 &= 440 \cdot 5 = 2200 \text{ N/m} \\ \Delta\bar{P}_1 &= q_1 c_H = 2200 \cdot 0,248 = 545,6 \text{ N/m} \\ q_1 - \Delta\bar{P}_1 &= 2200 - 545,6 = 1654,4 \text{ N/m} \\ \bar{P} - \Delta\bar{P}_1 &= 2700 - 545,6 = 2154,4 \text{ N/m} \\ (q_v + \bar{P}) + (q_1 - \Delta\bar{P}_1) &= 3000 + 1654,4 = 4654,4 \text{ N/m} \end{aligned}$$

$$H_{11} = \frac{(\bar{P} - \Delta\bar{P}_1)L_i^2}{8f_i} = 457,8 \text{ kN}$$

$$H_{11} = \frac{[(q_v + \bar{P}) + (q_1 - \Delta\bar{P}_1)]L_i^2}{8f_i} = 678,7 \text{ kN}$$

Frequenze naturali(\*):

$$\omega_{11} = 10,7; 21,4; 32 \dots \text{ (per } n = 1, 2, 3 \dots)$$

$$\omega_{11} = 10,7; 21,4; 32 \dots \text{ (per } n = 1, 2, 3)$$

Sulla base dei risultati fin qui ottenuti, è possibile ricavare la variazione di freccia dalla eq. (4.68):

$$f_i = L_i \left[ 1 + \frac{8}{3} \left( \frac{f_i}{L_i} \right)^2 \right] = 70,67 \text{ m}$$

$$\Delta f_i = \frac{(H_{11} - H_{10})L_i}{E_i A_i} = 0,064065 \text{ m}$$

$$\Delta f_i = \frac{\Delta f_i}{(16/3)(f_i/L_i)} = 0,2013 \text{ m}$$

FASE «2»

(PRETENSIONE+COPERTURA+NEVE)

$$\begin{aligned} q_2 &= q_1 + (1000 \cdot 5) = 7200 \text{ N/m} \\ \Delta\bar{P}_2 &= q_2 c_H = 1785,6 \text{ N/m} \\ q_2 - \Delta\bar{P}_2 &= 5414,4 \text{ N/m} \\ \bar{P} - \Delta\bar{P}_2 &= 914,4 \text{ N/m} \\ (q_v + \bar{P}) + (q_2 - \Delta\bar{P}_2) &= 841,44 \text{ N/m} \end{aligned}$$

$$H_{12} = \frac{914,4 \cdot 68^2}{8 \cdot 2,72} = 194,3 \text{ kN}$$

$$H_{12} = \frac{841,4 \cdot 70^2}{8 \cdot 4,20} = 1227,1 \text{ kN}$$

Per trovare  $\Delta f_i$ , volendo evitare di ricalcolare  $\Delta f_i$ , è possibile sfruttare la proporzionalità esistente tra le frecce ed i carichi che le provocano, ossia:

$$\frac{\Delta f_i}{f_i} = \frac{q_2 - \Delta\bar{P}_2}{q_1 - \Delta\bar{P}_1}$$

da cui:

$$\Delta f_i = 0,2013 \frac{5414,4}{1654,4} = 0,658 \text{ m}$$

frequenza naturali:

$$\omega_{12} = 14,4; 28,8; 43,2; \dots \text{ (per } n = 1, 2, 3 \dots)$$

$$\omega_{12} = 6,9; 13,8; 20,7; \dots \text{ (per } n = 1, 2, 3 \dots)$$

FASE «3»

(PRETENSIONE+COPERTURA+VENTO)

$$\begin{aligned} q_3 &= q_1 - (600 \cdot 5) = -800 \text{ N/m} \\ \Delta\bar{P}_3 &= q_3 c_H = -198,4 \text{ N/m} \\ q_3 - \Delta\bar{P}_3 &= -601,6 \text{ N/m} \\ \bar{P} - \Delta\bar{P}_3 &= 2098,4 \text{ N/m} \\ (q_v + \bar{P}) + (q_3 - \Delta\bar{P}_3) &= 2398,4 \text{ N/m} \end{aligned}$$

In questa fase il valore di  $H_i$  cala, mentre aumenta  $H_0$ ; infatti le componenti orizzontali valgono:

$$H_{13} = 615,9 \text{ kN}$$

$$H_{13} = 349,7 \text{ kN}$$

$$\Delta f_i = -0,0732 \text{ m}$$

(\*) Dopo questa verifica, si dovrebbe ragionare sull'effetto della geometria e lo stato di pre-tensione in modo da ottenere dei valori per le frequenze tali che:  $\omega_1 \neq \omega_2$

frequenze naturali:

$$w_{D1} = 7,7; 15,4; 23,1; \dots \text{ (per } n=1,2,3,\dots)$$

$$w_{D2} = 12,4; 24,9; 37,3; \dots \text{ (per } n=1,2,3,\dots)$$

I risultati fin qui ottenuti sono schematicamente illustrati in figura 4.32.

In tabella 4.8 sono riportati i valori dello sforzo nelle funi, e delle componenti orizzontali e verticali in kN.

Per fare questo, è sufficiente applicare le (4.65), (4.66) e (4.67) essendo note dai calcoli precedenti le HI e HII.

	H <sub>1</sub>	V <sub>1</sub>	S <sub>1</sub>	H <sub>2</sub>	V <sub>2</sub>	S <sub>2</sub>	Δ
Fase 0	437,5	105	440,9	573,7	91,8	580,9	-
Fase 1	478,7	162,9	497,9	457,8	73,1	463,6	0,2013
Fase 2	127,1	284,5	124,9	194,3	31,0	196,7	0,6380
Fase 3	348,7	83,9	359,6	615,9	98,5	625,7	-0,0132

Tab. 4.8

Fig. 4.32 Carichi / N/m

Sforzi: kN / m



#### 4.8.4 Programma DIMAX

Con questo programma, è possibile eseguire il dimensionamento di massima esposto nel precedente paragrafo.

I calcoli, di concerto con quanto detto nella trattazione teorica, si articolano sulle quattro fasi di carico più importanti. Il programma prevede, durante la fase 2 (copertura + neve), di ripetere i calcoli eseguiti, con un valore più elevato della pretensione assegnata a priori, qualora il residuo  $\Delta \bar{P}$  nella fune stabilizzante risultasse minore di zero.

La medesima scelta può essere fatta dall'operatore nel caso che il residuo, pur essendo positivo, sia ritenuto troppo basso.

In coda alla lista del programma, è illustrata come applicazione la soluzione della tensostruttura piana calcolata nell'esempio 4.5, in modo da avere una immediata verifica dei risultati ottenuti manualmente.

```

PROGRAM DIMAX
CHARACTER CASE (20)'%
REAL N0
DATA S1, N0/2HS1,DPHO/
DATA SAMP0, DUTROT/1,1/
*****
* LAMINA DEI SIMBOLI RICORRENTI
* P,S = indici delle funi portante e stabilizzante
* PPO,P20 = freccia totale
* EP,ES = modulo di elasticità
* AP,AS = area della sezione
* PP4 = peso funi più attacchi
* I = variazione tra le travate
* PB = pretensione
* SP,SS = peso proprio (N/m) della fune
* HP,H0 = componenti orizzontali
* DP = variazione di freccia
* CP = carico sulla portante
    
```

```

* BP = residuo nella stabilizzante
* OF,OS = frequenze naturali
* QP = carico copertura
* QV = carico vento
* QD = carico neve
* QW = carico vento (positivo se di aspirazione)
* INDICE 0 = stato di sola pretensione
* INDICE 1 = 0 + copertura
* INDICE 2 = 1 + neve
* INDICE 3 = 1 + vento
*****
    
```

```

1 P10=141900
  Q=9,81
  WRITE (1,2)
2 FORMAT ('CASO:','%','\n')
  READ (1,3)CASO
  WRITE (1,3)CASO
3 FORMAT(4D10)
  WRITE (1,4)
4 FORMAT ('DATI DELLA TENSOSTRUTTURA')
  * LUCE = L/LS (m):', '\n')
  READ (1,5)P,ES
  WRITE (1,5)
5 FORMAT ('FRECCIA - PPO, P20 (m):','%','\n')
  READ (1,6)PP,PS
  WRITE (1,6)
6 FORMAT ('MODULO ELASTICITA' - EP,ES (kN/cm²)')
  * ',' '\n')
  READ (1,7)EP,ES
  WRITE (1,7)
7 FORMAT ('AREA SELEZIONE - AP,AS (cm²) :','%','\n')
  READ (1,8)AP,AS
  WRITE (1,8)
8 FORMAT ('PESO PROPRIO FUNI ED ATTACCHI - PPW (N/m):','%','\n')
  READ (1,9)PPW
  WRITE (1,9)
9 FORMAT ('INTERASSE TRAVI FUNICOLARI - I (m)')
  * ',' '\n')
  READ (1,10)I
  WRITE (1,10)
10 FORMAT ('PRETENSIONE - PB (N/m²) :','%','\n')
  READ (1,11)PB
  WRITE (1,11)
11 FORMAT ('PESO FUNE PORTANTE E STAB. - AP,AS (cm²)')
  * ',' '\n')
  READ (1,12)AP,AS
  WRITE (1,12)
12 FORMAT ('DATI DELLA TENSOSTRUTTURA')
  * C LP,LS = 2/3(E,EO,61)/(PP0,PS0),2/3(E,EO,61)
  * C EP,ES = 2/3(EP,ES)
  * C AP,AS = 2/3(AP,AS)
  * C PP4 = 2/3(PP4)
  * C PB = 2/3(PB)
  * C SP,SS = 2/3(SP,SS)
  * C HP,H0 = (ES*AS*(I/2000))/((PP4+SP,SS))
  * C DP = (ES*AS*(I/2000))/((PP4+SP,SS))
  * C CP = (ES*AS*(I/2000))/((PP4+SP,SS))
  * C S1 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S2 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S3 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S4 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S5 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S6 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S7 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S8 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S9 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S10 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S11 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S12 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S13 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S14 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S15 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S16 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S17 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S18 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S19 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S20 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S21 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S22 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S23 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S24 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S25 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S26 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S27 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S28 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S29 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S30 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S31 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S32 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S33 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S34 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S35 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S36 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S37 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S38 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S39 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S40 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S41 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S42 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S43 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S44 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S45 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S46 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S47 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S48 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S49 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S50 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S51 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S52 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S53 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S54 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S55 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S56 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S57 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S58 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S59 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S60 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S61 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S62 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S63 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S64 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S65 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S66 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S67 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S68 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S69 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S70 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S71 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S72 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S73 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S74 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S75 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S76 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S77 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S78 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S79 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S80 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S81 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S82 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S83 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S84 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S85 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S86 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S87 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S88 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S89 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S90 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S91 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S92 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S93 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S94 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S95 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S96 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S97 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S98 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S99 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S100 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S101 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S102 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S103 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S104 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S105 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S106 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S107 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S108 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S109 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S110 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S111 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S112 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S113 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S114 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S115 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S116 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S117 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S118 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S119 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S120 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S121 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S122 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S123 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S124 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S125 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S126 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S127 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S128 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S129 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S130 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S131 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S132 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S133 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S134 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S135 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S136 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S137 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S138 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S139 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S140 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S141 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S142 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S143 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S144 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S145 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S146 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S147 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S148 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S149 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S150 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S151 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S152 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S153 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S154 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S155 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S156 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S157 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S158 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S159 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S160 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S161 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S162 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S163 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S164 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S165 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S166 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S167 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S168 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S169 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S170 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S171 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S172 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S173 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S174 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S175 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S176 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S177 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S178 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S179 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S180 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S181 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S182 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S183 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S184 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S185 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S186 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S187 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S188 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S189 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S190 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S191 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S192 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S193 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S194 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S195 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S196 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S197 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S198 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S199 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S200 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S201 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S202 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S203 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S204 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S205 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S206 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S207 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S208 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S209 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S210 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S211 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S212 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S213 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S214 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S215 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S216 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S217 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S218 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S219 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S220 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S221 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S222 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S223 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S224 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S225 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S226 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S227 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S228 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S229 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S230 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S231 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S232 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S233 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S234 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S235 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S236 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S237 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S238 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S239 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S240 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S241 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S242 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S243 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S244 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S245 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S246 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S247 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S248 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S249 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S250 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S251 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S252 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S253 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S254 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S255 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S256 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S257 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S258 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S259 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S260 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S261 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S262 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S263 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S264 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S265 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S266 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S267 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S268 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S269 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S270 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S271 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S272 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S273 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S274 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S275 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S276 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S277 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S278 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S279 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S280 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S281 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S282 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S283 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S284 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S285 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S286 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S287 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S288 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S289 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S290 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S291 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S292 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S293 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S294 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S295 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S296 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S297 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S298 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S299 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S300 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S301 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S302 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S303 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S304 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S305 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S306 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S307 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S308 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S309 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S310 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S311 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S312 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S313 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S314 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S315 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S316 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S317 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S318 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S319 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S320 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S321 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S322 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S323 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S324 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S325 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S326 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S327 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S328 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S329 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S330 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S331 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S332 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S333 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S334 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S335 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S336 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S337 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S338 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S339 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S340 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S341 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S342 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S343 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S344 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S345 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S346 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S347 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S348 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S349 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S350 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S351 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S352 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S353 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S354 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S355 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S356 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S357 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S358 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S359 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S360 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S361 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S362 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S363 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S364 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S365 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S366 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S367 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S368 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S369 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S370 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S371 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S372 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S373 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S374 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S375 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S376 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S377 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S378 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S379 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S380 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S381 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S382 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S383 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S384 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S385 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S386 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S387 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S388 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S389 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S390 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S391 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S392 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S393 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S394 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S395 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S396 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S397 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S398 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S399 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S400 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S401 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S402 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S403 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S404 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S405 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S406 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S407 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S408 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S409 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S410 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S411 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S412 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S413 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S414 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S415 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S416 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S417 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S418 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S419 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S420 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S421 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S422 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S423 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S424 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S425 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S426 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S427 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S428 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S429 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S430 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S431 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S432 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S433 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S434 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S435 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S436 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S437 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S438 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S439 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S440 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S441 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S442 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S443 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S444 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S445 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S446 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S447 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S448 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S449 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S450 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S451 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S452 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S453 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S454 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S455 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S456 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S457 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S458 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S459 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S460 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S461 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S462 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S463 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S464 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S465 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S466 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S467 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S468 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S469 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S470 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S471 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S472 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S473 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S474 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S475 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S476 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S477 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S478 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S479 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S480 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S481 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S482 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S483 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S484 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S485 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S486 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S487 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S488 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S489 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S490 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S491 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S492 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S493 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S494 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S495 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S496 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S497 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S498 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S499 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S500 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S501 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S502 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S503 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S504 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S505 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S506 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S507 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S508 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S509 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S510 = (CP+PP4)/((ES*AS))
  * C S511 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S512 = (CP+SS)/((ES*AS))
  * C S513 = (CP+PP4)/((ES*
```

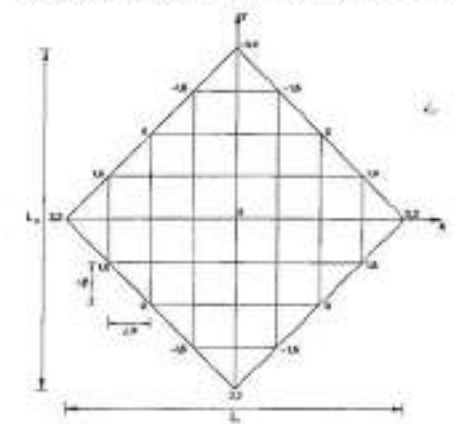
Da una generica struttura a rete di funi, (fig. 4.34a), dove sia possibile individuare due famiglie di funi *a-a* e *b-b*, a curvature contrapposte, assimilabili a due parabole, è possibile estrarre gli schemi strutturali di due funi soggette a carichi uniformi (fig. 4.34b). Con il metodo semplificato illustrato nei paragrafi precedenti, è possibile ricavare ogni informazione sullo stato di sollecitazione e deformazione nella membrana continua equivalente. E' da notare che questo metodo semplificato di analisi può essere soggetto a notevoli approssimazioni nei risultati e deve essere utilizzato solo per un dimensionamento preliminare, specialmente nel caso di superfici con zone a curvature molto differenti.

**Esempio 4.6**

Si consideri la rete di funi, di fig. 4.35 a forma di paraboloide iperbolico, avente equazione:

$$z = 5 \left( \frac{x}{20} \right)^2 - 5 \left( \frac{y}{20} \right)^2$$

in cui le funi ordinate secondo *x* sono le funi portanti e, quelle ordinate secondo *y*, le stabilizzanti. L'interasse tra le funi è uguale per le due direzioni e, di conseguenza, si avrà una rete a maglia quadrata con  $\Delta x = \Delta y = 4$  m.



Dati:

$$L_x = L_y = 32 \text{ m} \quad A_1 = A_2 = 2 \text{ cm}^2$$

$$f_1 = f_2 = 3,2 \text{ m} \quad E_1 = E_2 = 16.500 \text{ kN/cm}^2$$

Carichi: considerando, in accordo con le ipotesi semplificative, tutti i carichi uniformemente ripartiti sull'orizzontale:

peso proprio delle funi: 50 N/m<sup>2</sup>  
 copertura: 400 N/m<sup>2</sup>  
 neve: 600 N/m<sup>2</sup>  
 vento: -600 N/m<sup>2</sup>

**Pretensione:**

il valore della pretensione, sempre inteso come carico uniformemente distribuito, nella schematizzazione piana equivalente, è stato fissato in  $\bar{P} = 2400$  N/m.

Per il dimensionamento di massima della rete, si procede analogamente all'esempio 4.5 tenendo, però, presente che le componenti orizzontali  $H_x$  e  $H_y$  saranno espresse in N/m e, pertanto, si dovrà moltiplicare tale valore per l'interasse  $\Delta x$  e  $\Delta y$  rispettivamente ossia, nel nostro caso per quattro, essendo questi ultimi uguali appunto a 4 m.

Le funi che devono essere considerate nel calcolo sono quelle coincidenti con i due assi di simmetria. Il coefficiente di ripartizione, dalla (4.60) vale:

$$c_1 = c_2 = 0,5$$

**FASE «0»**

(PRETENSIONE)

$$q_w = 50 \cdot 4 = 200$$

$$H_{10} = \frac{(2400 + 200) \cdot 32^2}{8 \cdot 3,2} = 104 \text{ kN}$$

$$H_{20} = \frac{2400 \cdot 32^2}{8 \cdot 3,2} = 96 \text{ kN}$$

Ipotizzando che il peso proprio delle funi sia:

$$q_{wt} = q_{wt} = 15,9 \text{ N/m}$$

le frequenze naturali valgono:

$$\omega_{10} = 2478; 49,7; 7476 \dots \quad (n = 1, 2, 3 \dots)$$

$$\omega_{20} = 2378; 47,7; 71,6 \dots \quad (n = 1, 2, 3 \dots)$$

**FASE «1»**

(PRETENSIONE + COPERTURA)

$$q_1 = 400 \cdot 4 = 1600 \text{ N/m}$$

$$\Delta P_1 = 800 \text{ N/m}$$

$$q_1 - \Delta P_1 = 800 \text{ N/m}$$

$$P - \Delta P_1 = 1600 \text{ N/m}$$

$$(q_w + P) + (q_1 - \Delta P_1) = 3400 \text{ N/m}$$

**4.10 SCHEMA APPROSSIMATO D'ANALISI DEI SISTEMI PIANI DI FUNI ANCORATE ELASTICAMENTE**

La metodologia di calcolo che segue è più raffinata rispetto a quella vista in precedenza, in quanto si considerano anche i cedimenti vincolari e le variazioni termiche.

Il procedimento risolutivo si basa ancora sulla congruenza del nodo centrale.

Anche in questo caso, sarebbe necessario costruire il coefficiente di rigidezza, ma tale procedura non è conveniente, perché l'espressione di  $\Delta f$  è più complessa rispetto al caso precedente, dovendosi considerare gli allungamenti di origine termica ed elastica sia delle funi, sia dei cavalletti di ancoraggio. E', infatti preferibile risolvere il problema per via grafica o con l'ausilio del calcolatore.

La struttura, sempre soggetta ad un carico uniformemente distribuito *q*, con le nuove condizioni di vincolo cedevole, può essere schematizzata come in fig. 4.37 dove:

$E_a$  = modulo di elasticità dell'ancoraggio  
 $L_v$  = proiezione orizzontale di  $l_a$   
 $\phi_a$  = lunghezza del tirante d'ancoraggio  
 $E_a$  = angolo intercettato da  $l_a$  e l'orizzontale

sono i nuovi simboli relativi al cavalletto di ancoraggio, mentre gli indici I e II si riferiscono sempre alla fune portante e stabilizzante, rispettivamente.

L'obiettivo è ora quello di trovare l'espressione di  $\Delta f$ , partendo dalla condizione fondamentale ponendo:

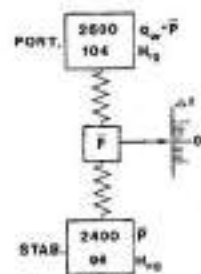
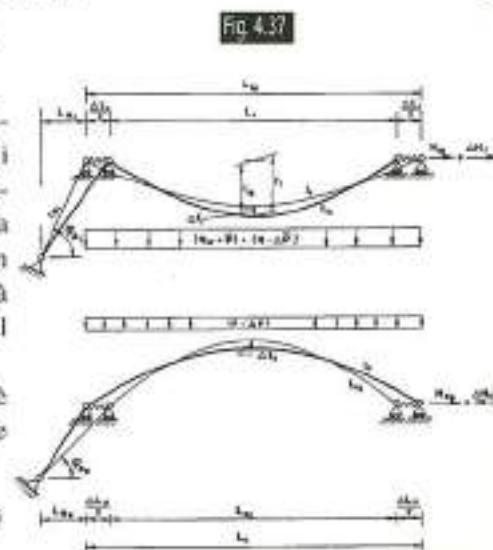
$$\Delta f_I > 0 \text{ verso il basso}$$

$$\Delta f_V < 0 \text{ verso l'alto.}$$

E' sufficiente esplicitare uno solo dei termini, per schematizzare la sequenza delle operazioni, in quanto l'altro avrà una espressione del tutto analoga.

Come primo passo, è necessario considerare l'equazione:

$$\Delta f = \mu \cdot \Delta l \quad (4.75)$$



$$H_{11} = 136 \text{ kN}$$

$$H_{21} = 64 \text{ kN}$$

Passiamo a determinare la variazione di freccia e le frequenze naturali:

$$l_1 = 32,853 \text{ m}$$

$$\Delta l_1 = 0,0318 \text{ m}$$

$$\Delta l_2 = 0,0596 \text{ m}$$

$$\omega_{11} = 2874; 5678; 8573 \dots \quad (n = 1, 2, 3 \dots)$$

$$\omega_{21} = 19,5; 3970; 5875 \dots \quad (n = 1, 2, 3 \dots)$$

**FASE «2»**

(PRETENSIONE + COPERTURA + NEVE)

$$q_2 = q_1 + 600 \cdot 4 = 4000 \text{ N/m}$$

$$\Delta P_2 = 2000 \text{ N/m}$$

$$q_2 - \Delta P_2 = 2000 \text{ N/m}$$

$$P - \Delta P_2 = 400 \text{ N/m}$$

$$(q_w + \bar{P}) + (q_2 - \Delta P_2) = 4600 \text{ N/m}$$

$$H_{12} = 184 \text{ kN}$$

$$H_{22} = 16 \text{ kN}$$

$$\Delta f_2 = \frac{q_2 - \Delta P_2}{q_1 - \Delta P_1} = 0,149 \text{ m}$$

$$\omega_{12} = 33,1; 66,1; 99,1 \dots \quad (\text{per } n = 1, 2, 3 \dots)$$

$$\omega_{22} = 977; 19,5; 2972 \dots \quad (\text{per } n = 1, 2, 3 \dots)$$

**FASE «3»**

(PRETENSIONE + COPERTURA + VENTO)

$$q_3 = q_1 - 600 \cdot 4 = -800 \text{ N/m}$$

$$\Delta P_3 = -400 \text{ N/m}$$

$$\bar{P} - \Delta P_3 = 2800 \text{ N/m}$$

$$(q_w + \bar{P}) + (q_3 - \Delta P_3) = 2200 \text{ N/m}$$

$$H_{13} = 88 \text{ kN}$$

$$H_{23} = 112 \text{ kN}$$

$$\Delta f_3 = -0,0298 \text{ m}$$

$$\omega_{13} = 22,8; 45,7; 68,67 \dots \quad (\text{per } n = 1, 2, 3 \dots)$$

$$\omega_{23} = 25,8; 51,6; 77,47 \dots \quad (\text{per } n = 1, 2, 3 \dots)$$

I risultati fin qui ottenuti sono schematizzati in fig. 4.36.

In tabella 4.9 oltre alle componenti orizzontali, sono indicati, gli sforzi nelle funi, e le componenti verticali nelle varie fasi di carico espresse in kN.

	$H_x$	$V_x$	$S_x$	$H_y$	$V_y$	$S_y$	$\Delta f$
Fase 0	104	41,6	112	96	38,4	102,40	-
Fase 1	136	54,4	146,47	64	25,6	68,28	0,0318
Fase 2	184	72,0	198,17	16	6,4	17,23	0,1490
Fase 3	88	35,2	94,77	112	35,2	117,40	-0,0298

**Fig. 4.36** Carichi: N/m

Sforzi: kN  $\Delta f$ : m

**Tab. 4.9**

che, in virtù delle nuove condizioni interessanti la struttura e sulla base delle considerazioni che seguono assumerà una forma più completa.

4.10.1 Analisi del comportamento del sistema fune-cavalletto

L'espressione cercata di  $\Delta f$  dipende:

- 1) dagli allungamenti della fune provocati dalla deformazione elastica della stessa:  $\Delta f(\Delta L_{el,fun})$ ;
- 2) da variazioni di temperatura che influenzano la fune:  $\Delta f(\Delta L_{at,fun})$ ;
- 3) dai cedimenti vincolari degli ancoraggi:  $\Delta f(\Delta L)$  che a loro volta sono causati dalla deformazione elastica sotto sforzo del cavalletto d'ancoraggio e da variazioni termiche ad esso relative, diverse, di solito da quelle interessanti le funi.

Pertanto si ha:

$$\Delta f = \Delta f(\Delta L_{el,fun}) + \Delta f(\Delta L_{at,fun}) + \Delta f(\Delta L) \quad (4.76)$$

dove:

$$\Delta L = \Delta L_e = \Delta L_e(\Delta L_{el}) + \Delta L_e(\Delta L_{at})$$

Si procede, quindi, ricavando i tre termini della (4.76)

$$1) \Delta L_{el,fun} = \chi \Delta H \quad (4.77)$$

$$\text{dove: } \chi = \frac{1}{EA} \left[ 1 + \frac{16}{3} \left( \frac{f}{L} \right)^2 \right] \quad (4.78)$$

Per cui ricordando la (4.75) si ottiene:

$$\Delta f(\Delta L_{el,fun}) = \mu \chi \Delta H \quad (4.79)$$

$$2) \Delta L(\Delta L_{at,fun}) = \alpha \Delta t l$$

da cui:

$$\Delta f(\Delta L_{at,fun}) = \mu \alpha \Delta t l \quad (4.80)$$

3) Il terzo termine, più complesso, dipende dallo spostamento relativo all'ancoraggio e, cioè, dalle caratteristiche elastiche e geometriche dei cavalletti (fig. 4.38) e vale:

$$f(\Delta L) = 2\mu \frac{\Delta H L_e}{E_e A_e} \sec^3 \varphi_e + 2\mu \alpha \Delta t_e L_e \sec^2 \varphi_e \quad (4.81)$$

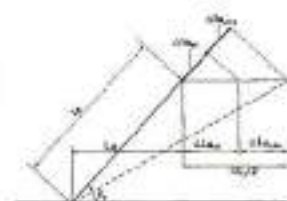


Fig. 4.38

4.10.2 Condizioni di equilibrio della fune

Nella sezione di mezzeria, in presenza di un carico uniformemente distribuito, si ha:

$$\Sigma M_{(x=L/2)} = 0$$

cioè:

$$(H_0 + \Delta H)(f_0 + \Delta f) = M_{F(X=L/2)} + M_{E(X=L/2)} \quad (4.82)$$

dove:

$M_{F(X=L/2)}$  = momento corrispondente al carico uniformemente distribuito dovuto alla pretensione  
 $M_{E(X=L/2)}$  = momento relativo ai carichi esterni

Sviluppando la (4.82) e sapendo che  $H_0 f_0 = M_{F(X=L/2)}$  si ottiene:

$$\Delta H = \frac{M_{E(X=L/2)} H_0 \Delta f}{f_0 + \Delta f} \quad (4.83)$$

4.10.3 Formula risolutiva

Essa tiene conto della relazione che lega  $\Delta f$  con  $\Delta \bar{P}$  per assegnati valori della pretensione e dei carichi esterni.

Sostituendo, nella (4.75) i termini trovati con le (4.79), (4.80) e (4.81) si ha:

$$\Delta f = \mu \chi \Delta H + \mu \alpha \Delta t l + 2\mu \frac{\Delta H L_e}{E_e A_e} \sec^3 \varphi_e + 2\mu \alpha \Delta t_e L_e \sec^2 \varphi_e \quad (4.84)$$

Raccogliendo alcuni termini ed indicando con:

$$\tau = \mu(\alpha \Delta t l + 2\mu \alpha \Delta t_e L_e \sec^2 \varphi_e); \quad (4.85)$$

(incremento di freccia di origine termica)

$$\varepsilon = \mu \left[ \chi + \frac{2L_e}{E_e A_e} \sec^3 \varphi_e \right]; \quad (4.86)$$

(incremento di freccia di origine elastica per una variazione della componente orizzontale  $\Delta H$  unitaria).

La (4.84) può sinteticamente essere scritta:

$$\Delta f = \tau + \varepsilon \Delta H \quad (4.87)$$

Inserendo nella (4.87) il valore di  $\Delta H$ , ricavabile con la (4.83) e ordinando successivamente in  $\Delta f$ , si ottiene la seguente equazione di secondo grado:

$$\Delta f^2 + \Delta f (f_0 - \tau + \varepsilon H_0) - (\tau f_0 + \varepsilon M_{E(X=L/2)}) = 0 \quad (4.88)$$

Da quest'ultima, si possono ricavare le radici, che risultano reali e distinte, essendo il discriminante sempre positivo. Una sola delle due radici ha, però, significato fisico, ed è proprio questa che viene adottata come formula risolutrice del problema tensostrutturale.

$$\Delta f = \frac{f_0 - \tau + \varepsilon H_0}{2} + \sqrt{\left( \frac{f_0 - \tau + \varepsilon H_0}{2} \right)^2 + \tau f_0 + \varepsilon M_{E(X=L/2)}} \quad (4.86)$$

Si calcolano cioè per entrambe le funi le variazioni di freccia in varie situazioni termiche, di carico e di pretensione.

In altre parole, variabili sono le  $P$  e le  $\Delta \bar{P}$ , che sono presenti nel termine  $M_E$ . Si sceglie, poi, fra le condizioni che soddisfano l'eguaglianza  $|\Delta f| = |\Delta f_{lim}|$  quella migliore sulla base di considerazioni di ordine economico e strutturale. Si è applicato, in definitiva, il classico metodo della congruenza, ricavando l'unica configurazione congruente, tra le infinite equilibrate.

Esempio 4.7

Per chiarire meglio il procedimento risolutivo con il metodo «approssimato», il quale fornisce risultati più precisi rispetto al precedente dimensionamento di massima, si consideri ancora la struttura analizzata nell'esempio 4.5.

Per comodità, riportiamo nella seguente tabella 4.10 nuovamente i valori dei dati, comuni per le due funi principali:

	$L_e$ (m)	$A_e$ (cm <sup>2</sup> )	$E_e$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\varphi_e$ °
Portante	5,25	42,47	21.000	65
Stabilizzante	4,75	15,63	21.000	38

La necessità di conoscere per il successivo calcolo della tensostruttura, con il

metodo proposto, le caratteristiche strutturali del telaio di ancoraggio, obbliga ad un dimensionamento preliminare di quest'ultimo utilizzando i risultati ottenuti con l'esempio 4.5. Sulla base dei calcoli eseguiti, le dimensioni del cavalletto sono rilevabili, in fig. 4.39 ed in tabella 4.11. Per il calcolo del telaio, sono state considerate le fasi di carico che producono gli sforzi maggiori. La fase 2 è, evidentemente, più gravosa per gli elementi 1,3,4 e 6. Per le aste 2 e 5 è la fase 3, invece, a dare le maggiori sollecitazioni.

	L	A	E	f	$\alpha$
	(m)	(cm <sup>2</sup> )	(kN/cm <sup>2</sup> )	(m)	(°C <sup>-1</sup> )
Portante	70	16,00	16.500	4,20	0,000012
Stabilizzante	66	11,25	16.500	2,72	0,000012

Tab. 4.11

Le fasi di carico ed i valori di tentativo assegnati a  $\bar{P}$  e a  $\Delta \bar{P}$  sono i seguenti:

- $q$  (N/m) - fase «1»: 2200  
 fase «2»: 7200  
 fase «3»: - 800
- $\bar{P}$  (N/m) - 700; 1700; 2700; 3700
- $\Delta \bar{P}$  (N/m) - variabile da 500 a 3000 ogni 250.

Consideriamo, a questo punto, le variazioni di temperatura:

$$\Delta t = \pm 0 \text{ } ^\circ\text{C}; \Delta t_e = \pm 0 \text{ } ^\circ\text{C}$$

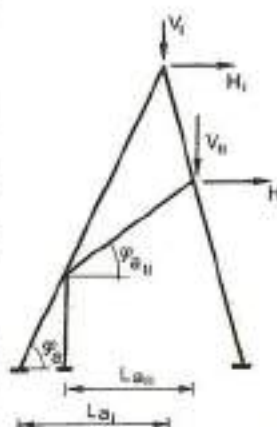
anche se, in realtà, sarebbe necessario considerare un numero maggiore di fasi termiche.

Per giungere ai valori di  $\Delta f$  devono essere calcolate:

- le grandezze legate al rapporto di forma  $n = f/L$ , ossia i coefficienti  $\mu$  e  $\chi$ , [cm/N] deducibili dalle equazioni (4.51) e (4.78);
- i coefficienti legati alla temperatura  $\tau$ , e  $\tau_{it}$ , [cm] ricavabili dalla (4.85);
- i coefficienti elastici  $E_1$  e  $E_{it}$ , [cm/N] ricavabili dalla (4.86);
- il valore di  $M_E$  nelle varie situazioni di carico.

Fatto ciò è possibile mettere in forma diagrammatica i risultati ottenuti. Infatti, nelle figure da 4.40 a 4.42 sono illustrati

Fig. 4.39



Tab. 4.10

i grafici relativi alle tre fasi di carico. Siccome la fase di carico 2, corrispondente al peso della copertura aggiunto a quello della neve, è la più gravosa, le considerazioni che portano alla scelta della pretesione vengono solitamente fatte sul grafico relativo, nel nostro caso fig. 4.41. Dal diagramma si rileva che la pretesione atta a garantire un residuo  $\bar{P} - \Delta\bar{P}$  apprezzabile, è quella corrispondente a  $\bar{P} = 2700$  N/m. Infatti, si ha  $\Delta\bar{P} = 2100$  N/m e quindi  $\bar{P} - \Delta\bar{P} = 600$  N/m. Per valori inferiori della pretesione, si hanno corrispondentemente dei residui negativi mentre, per  $\bar{P} = 3700$  N/m, si rileva che  $\bar{P} - \Delta\bar{P} = 1420$  N/m cioè un valore troppo elevato del residuo, che comporterebbe un onere maggiore, delle strutture di ancoraggio dal punto di vista economico. E' appunto su considerazioni di tipo economico e strutturale che deve essere fatta la scelta della pretesione, la quale nel nostro caso, è uguale a quella ipotizzata nel ridimensionamento di massima eseguito nell'esempio 4.5.

Sulla base dei risultati ottenuti graficamente:  
 $\bar{P} = 2700$  N/m  
 $\Delta\bar{P}_1 = 750$  N/m  
 $\Delta\bar{P}_2 = 2100$  N/m  
 $\Delta\bar{P}_3 = 290$  N/m

si può agevolmente risalire sia al valore delle componenti orizzontali dello sforzo nelle funi portanti e stabilizzanti,  $H_1$  e  $H_0$ , sia ai carichi che agiscono sulle funi nelle varie fasi.

Tali valori sono schematizzati in figura 4.43 (confrontare con i risultati ottenuti con il dimensionamento di massima figura 4.32)

#### 4.10.4 Analisi del rapporto freccia/luce

Per comprendere meglio quanto sia importante la scelta del rapporto  $n=f/L$ , in ordine al comportamento strutturale, sono stati esaminati quattro schemi le cui caratteristiche sono indicate in tab. 4.12. Lo schema 2 è quello sviluppato nell'esempio 4.7, e per gli altri si procede analogamente.

Schema	$n_p$	$n_s$	$l_1$	$l_2$	$n_p$
1	0,05	30,00	60,00	4,20	3,80
2	0,04	30,00	60,00	4,20	6,72
3	0,05	30,00	60,00	3,50	3,80
4	0,04	30,00	65,00	3,50	2,72

Nel diagramma di fig. 4.44 si osserva che le deformazioni min, max si hanno per lo schema 4, mentre gli schemi restanti sono quasi equivalenti. Lo sforzo nel collegamento ( $\bar{P} - \Delta\bar{P}$ ), diagramma fig. 4.45, che condiziona l'economia delle aste di parete, specie quelle compresse, mostra la convenienza, evidente anche solo da questo punto di vista, del sistema strutturale 1.

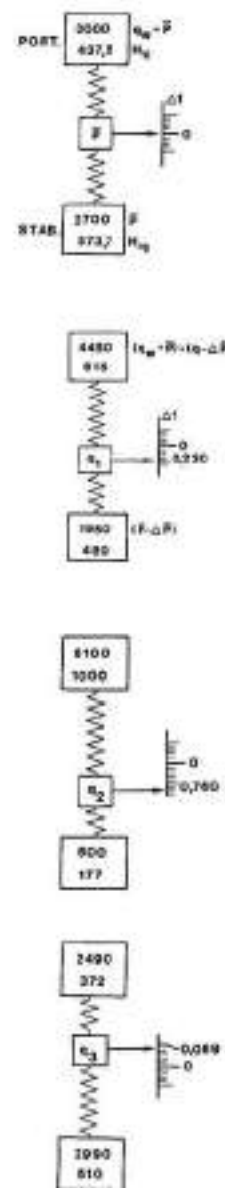
Il diagramma di fig. 4.46 dimostra, a posteriori, la fondatezza del ragionamento fatto in relazione al progetto di massima, ragionamento che considera, in base alle formule approssimate, un coefficiente di ripartizione  $c_{11} = \Delta P/q$ . Questo permette di fare una approssimativa suddivisione del carico tra le funi portante e stabilizzante e, di conseguenza, un primo dimensionamento. Permette anche la scelta di un valore adatto alla pretesione, e di controllare il funzionamento della struttura sotto l'azione di carichi statici e dinamici. Dal diagramma, si nota che il valore di

Fig. 4.40 Fase di carico 1

Fig. 4.41 Fase di carico 2

Fig. 4.42 Fase di carico 3

Fig. 4.43 fase 0, 1, 2, 3



questo coefficiente si mantiene tra 0,30 e 0,50 in quanto non subisce variazioni degne di nota tanto per le diverse condizioni di carico, quanto per gli schemi strutturali considerati. Il diagramma di fig. 4.47 mostra come i carichi si ripartiscano percentualmente per le due funi principali. Emerge l'importanza della fune stabilizzante che, oltre ad irrigidire la struttura, permette un alleggerimento nella fune portante di circa il 30-40% del carico globale, con l'ulteriore effetto benefico di diminuire le deformazioni. Il diagramma di fig. 4.48 permette di fare una scelta economica, in quanto ponendo  $S \approx H$ , le ordinate di questo diagramma sono proporzionali al costo della tensostruttura a meno del collegamento.

Infatti, se si pensa di far lavorare le funi ad una certa  $\sigma_{max}$ , il peso della tensostruttura può essere espresso dalla seguente relazione:

$$C_1 = \frac{(H_1 + H_0)_{max}}{\sigma_{max}} \gamma L_1$$

dove:  
 $L_1$  = lunghezza totale delle funi  
 $\gamma$  = peso specifico apparente

Detto  $C_M$  il costo per unità di peso delle funi, il costo globale diventa:

$$C = C_1 C_M$$

Essendo la differenza tra le lunghezze dei quattro schemi trascurabile, si ha:

$$\frac{LC_M}{\sigma_{max}} = K = (\text{costante})$$

per cui:

$$C = K(H_1 + H_0)_{max}$$

Dal diagramma si deduce quindi che, per i carichi da noi presi in considerazione, lo schema strutturale più economico è il primo.

#### 4.11 ALCUNE OSSERVAZIONI SUI METODI APPROSSIMATI D'ANALISI

Come è già stato accennato precedentemente, i metodi approssimati di analisi delle tensostrutture sono stati messi a

punto introducendo semplificazioni nella modellazione matematica dello schema strutturale, per permettere di eseguire calcoli abbordabili manualmente o, almeno, per permettere di ridurre l'onere computazionale compatibilmente con i mezzi di analisi automatica disponibili.

Attualmente, la diffusione di mezzi potenti di calcolo a basso costo e facilmente programmabili, hanno rivoluzionato i rapporti tempi-costi-prestazioni dell'analisi strutturale e, pertanto, molte volte risulta più rapido ed economico risolvere il problema con mezzi generali, per via automatica, che analizzare il problema per via approssimata manuale. D'altro canto, i metodi approssimati mancano di generalità di applicazione e sono stati messi a punto in funzione delle particolari caratteristiche geometriche-funzionali di elementi o sistemi strutturali. Per tale motivo, in questo capitolo, tenendo conto dell'attuale stato dell'arte in materia, e a differenza di quanto sviluppato in altre pubblicazioni precedenti da vari Autori, i metodi approssimati sono stati illustrati principalmente per essere impiegati in fase di dimensionamento di massima e per l'importantissima utilità nel controllo e nella critica dell'ordine di grandezza delle variabili, ottenute nell'analisi più sofisticata.

Si è, pertanto, abbandonata la trattazione al continuo di varie schematizzazioni strutturali soggette a particolari distribuzioni dei carichi [4.7] ritenendo utile, unicamente, l'esame a carico massimo uniformemente distribuito che permette, nella generalità dei casi, di ottenere un predimensionamento geometrico della struttura e la determinazione delle caratteristiche meccaniche delle sezioni degli elementi strutturali necessari, quali input di prima approssimazione per i metodi generali di analisi.

Considerando, poi, l'importanza del meccanismo mentale che permette al progettista di schematizzare, ridurre e separare i contributi dati dai vari elementi, nel contesto di un sistema integrale strutturale, per ragioni didattiche viene qui di seguito illustrato un progetto realizzato nel 1958, totalmente analizzato con metodi approssimati.

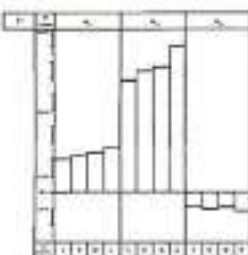


Fig. 4.44

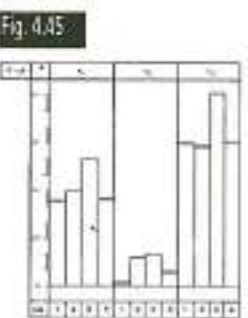


Fig. 4.45

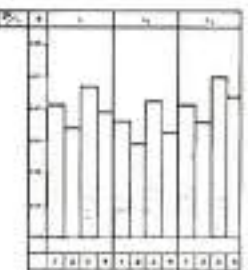


Fig. 4.46

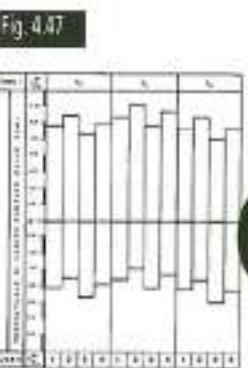


Fig. 4.47

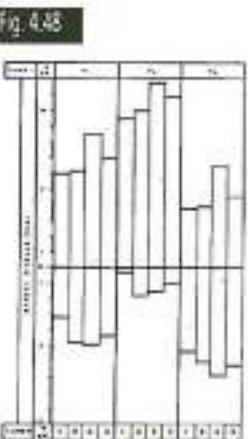


Fig. 4.48

## BIBLIOGRAFIA

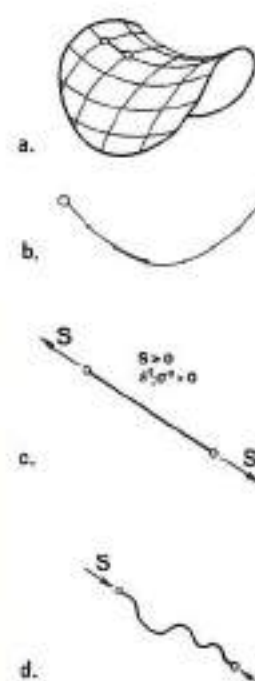
- [4.1] K. WHITE, E. HAPPOLD, M. DICKSON:  
*Notes on the theoretical costs of cable structures. Conference on Tension Roof Structures. Polytechnic of Central London. April 1974.*
- [4.2] T. LYN, B.W. YOUNG:  
*The large shells of posttensioned precast concrete. Civil Engineering vol 35 n. 7. July 1965.*
- [4.3] J. WIANECKI:  
*Aérodynamique du bâtiment et des ouvrages d'art IV; base d'essais d'accumulation de la neige due au vent. Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, Avril 1976.*
- [4.4] J. WIANECKI:  
*Saaffierte à couche limite turbulente du C.E.B.T.P. à Saint-Remy-les-Chevreuse, CEBPT, Parigi.*
- [4.5] N.K. SRIVASTAVA, N. TURKKAN, R. DICKEY:  
*Wind tunnel study of a flexible membrane structure. Third Int. Conf. on Space Structures. H. Hooslin Guilford, September 1984.*
- [4.6] MANUAL FOR STRUCTURAL APPLICATIONS OF STEEL CABLES FOR BUILDINGS  
*American Iron and Steel Institute 1973*
- [4.7] P. KRISHNA:  
*Cable-suspended roofs. Mc Graw-Hill, New York 1978.*
- [4.8] W. CORNELIUS:  
*Die statische Berechnung eines seilverspannten Daches am Beispiele des USPavillons auf der Weltausstellung in Brüssel 1958. Der Stahlbau, April 1958.*
- [4.9] FABRIC ROOFS, BEAUTIFUL, TRANSLUCENT AND ECONOMICAL.  
*Civil Engineering, August 1980.*
- [4.10] C. LARGER:  
*Les structures gonflables, Cahiers du Centre Scientifique et technique du Bati- [4.18] mens, n. 162, Septembre 1975.*
- [4.11] AIR SUPPORTED STRUCTURES, DRAFT FOR DEVELOPEMENT. B.S.I. DD30/1976.
- [4.12] SOME KEY POINTS ON RECOMMENDATION FOR DESIGN, FABBRICATION AND MAINTENANCE OF AIR SUPPORTED STRUCTURES. IASS, W.G.P.S., 1979.
- [4.13] D.H. GEIGER:  
*Developments in incombustible fabrics and low profile air structures including those with internally active roofs. IASS Congress on Space Enclosures, Montreal 1976.*
- [4.14] A.E. DIET, R.B. PROFITT, R.S. CHABOT, E.L. MOAK:  
*Wind tunnel tests and analyses for ground mounted air supported structures. Tech. Report 70-7-GP, U.S. Army Hatick Laboratories, USA, 1969.*
- [4.15] H.J. NIEMANN:  
*Wind tunnel experiments on aerolastic models of air supported structures: results and conclusions. IASS International Symposium on Pneumatic Structures Delft 1972.*
- [4.16] H.J. GERHARDT, C. KRAMER:  
*Tragluftballen unter aerodynamischer Belastung. Bauingenieur n. 51, 1976.*
- [4.17] H.J. BRANDT, R. HARNACH, H.J. NIEMANN:  
*DIN 4134 für Tragluftballen. Entwicklung und Grundlagen. Bauingenieur, August 1980.*
- [4.18] P. SPINELLI:  
*Strutture Pneumatiche: fondamenti statici e normativi. Politecnico di Milano 25-27 maggio 1983.*
- [4.19] K. KLEINJANB:  
*Beitrag zur Berechnung von seilen und Seilnetzen. SFB 64. Weitgespannte Flächenstragwerke. Werner Verlag, Dusseldorf 1973.*

## CAPITOLO 5



# METODI DI ANALISI STATICA DELLE TENSOSTRUTTURE

Fig. 5.1 Schematizzazione dell'elemento fune [5.1].



## 5.1 GENERALITÀ

Con la definizione della geometria strutturale in funzione dello stato di presollecitazione e delle condizioni al contorno (stato «O» - Cap. 3), termina la fase di sintesi progettuale e si apre la fase di analisi del modello fisico matematico del sistema strutturale. A quest'ultima fase viene affidato il compito del controllo della validità progettuale dello stato «O» e il controllo di verifica della stabilità statica e dinamica della tensostruttura, soggetta all'azione di carichi generalizzati.

Il modello fisico, schematizzazione della realtà costruttiva delle strutture in fune, che esamineremo di seguito è formato, basifarmamente, da un elemento finito: **L'ELEMENTO FUNE.**

Questo elemento (fig. 5.1a), è costituito da un'asta lineare monodimensionale, a sezione costante a due nodi (fig. 5.1b), definito da:  $E$  (modulo di elasticità),  $A$  (area),  $l$  (lunghezza), dallo stato iniziale di tensione o deformazione ( $\sigma^0$ ;  $\epsilon^0$ ), soggetto al vincolo unilaterale  $S > 0$  (solo sforzi positivi di trazione), (fig. 5.1c). Nel caso esistano elementi che devono trasmettere anche sforzi di compressione ( $S < 0$ ), essi saranno chiamati **ELEMENTI BIELLA (TRUSS ELEMENT)**, (fig. 5.1d).

La legge costitutiva del materiale può essere assunta come lineare (fig. 5.2a) e non lineare (fig. 5.2b); in regime plastico (fig. 5.2c), in regime dipendente dal tempo (creep a corto e lungo termine) (fig. 5.2d), in regime di deformazione visco-elastico (fig. 5.2e), ecc...

L'elemento fune considerato da noi, può essere sottoposto all'azione del peso proprio, di massa, alle variazioni termiche  $\Delta t$  e a variazione di lunghezza (gap); a stati iniziali di tensione e deformazione, all'azione di forze prodotte da movimento attraverso mezzi viscosi, acqua, aria e può simulare effetti di

smorzamento interno e di rottura sotto carico (fig. 5.3a-h). Un elemento fune dotato delle possibilità di simulazione sopra descritte, può interpretare una notevole

varietà di tipologie strutturali e di condizioni di funzionamento. Infatti, una generica struttura (fig. 5.4), costituita da un insieme di elementi biella, può formare: un reticolo interno, funi di bordo, funi di ancoraggio, colonne, archi ed altri componenti strutturali. La struttura, peraltro, può essere complessivamente soggetta a carichi concentrati, a carichi distribuiti (vento e neve), a cedimenti vincolari, a variazioni di temperatura, a rottura parziale, a carichi dinamici ecc... (fig. 5.5).

Tab. 9.2 Schematizzazione delle azioni a cui può essere soggetto l'elemento fune. [5.1]

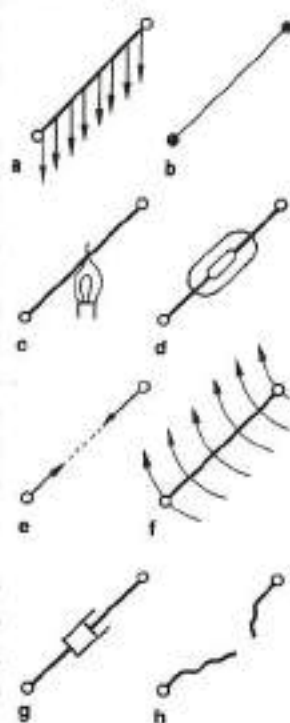


Fig. 5.4 Elementi di una generica tensostruttura [5.1].

- 1) maglia reticolare interna
- 2) fune di bordo
- 3) trante d'ancoraggio
- 4) fune di colmo
- 5) fune interna ad anello
- 6) colonne di sostegno
- 7) colonna di sostegno
- 8) arco di sostegno.

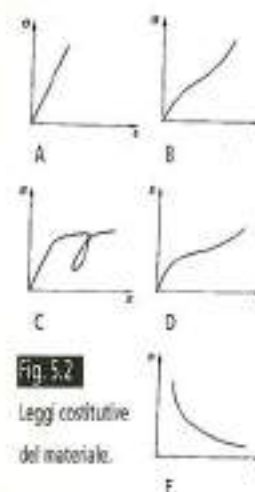


Fig. 5.2 Leggi costitutive del materiale.

Stabilità la modellazione fisica, il modello matematico deve risultare idoneo all'analisi delle seguenti problematiche strutturali:

- ricerca della forma - definizione dello stato «O»;
- non linearità geometrica e materiale;
- unilateralità degli sforzi;
- viscoelasticità;
- creeping a corto e lunga durata;
- effetti dinamici indotti dal vento;
- interazione tensostruttura-struttura di ancoraggio;
- analisi anelastica e instabilità;
- stati limite ultimi di esercizio;
- collasso ad alte temperature.

L'analisi del modello fisico-matematico delle tensostrutture può essere eseguita avvalendosi di due metodi generali: il metodo degli spostamenti ed il metodo delle forze.

Il metodo degli spostamenti, soprattutto per la sua facilità di codificazione, è stato impiegato molto più frequentemente nell'ambito dell'analisi automatica delle strutture. La generalità dei codici elettronici «multi-purpose», è, infatti, scritta nell'ambito del metodo degli spostamenti.

Nel campo di ricerca che ci interessa, è stata molto forte la tentazione di appoggiarsi al metodo degli spostamenti, già collaudato nell'analisi elastica lineare delle strutture. La quasi totalità delle pubblicazioni scientifiche relative all'argomento in oggetto si basa sul metodo degli spostamenti, mentre il metodo delle forze, viene generalmente trascurato, soprattutto per la difficoltà di programmazione automatica. L'adozione del metodo degli spostamenti provoca, d'altro canto, difficoltà

di calcolo numerico spesso insormontabili, specialmente in presenza di deformazioni molto grandi.

Per quanto riguarda il calcolo numerico, i metodi più frequentemente utilizzati sono quelli diretti, iterativi o incrementali a formulazione matriciale ed i metodi iterativi per vettori.

La risoluzione con procedure indirette (Gauss-Seidel) viene, invece, applicata più raramente.

In questo Capitolo, verrà illustrata, principalmente, l'applicazione del metodo dell'equilibrio, in considerazione dell'impiego frequente che ne è stato fatto nella letteratura tecnica riguardante l'analisi dello stato di sollecitazione e di deformazione delle tensostrutture.

Alla fine del Capitolo vengono riportate alcune considerazioni a favore del metodo misto di analisi, che allo stato attuale della ricerca e messa a punto dei metodi numerici di analisi non lineare sembra promettere il raggiungimento di notevoli obiettivi nell'efficienza, nella

stabilità numerica e nell'economia di calcolo. I modelli matematici illustrati sono stati ordinati sequenzialmente, in accordo al grado di complessità e riguardano, in

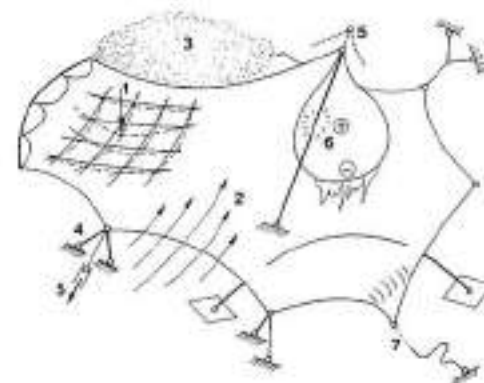


Fig. 5.5 Carichi agenti su una generica tensostruttura [5.1].

- 1) azione dei carichi concentrati
- 2) azione del vento
- 3) azione della neve
- 4) cedimenti vincolari
- 5) cedimenti vincolari
- 6) azioni termiche
- 7) rottura di elementi strutturali

particolare modo:

- la fune singola e i sistemi tensostrutturali piani in presenza di carichi verticali;
- sistemi tridimensionali di funi disposte in piani paralleli e caricate verticalmente;
- la fune singola e i sistemi di funi tridimensionali soggetti a carichi generalizzati.

5.2 LA FUNE SINGOLA SOGGETTA A CARICHI VERTICALI

Nei sistemi strutturali, dove le ipotesi costruttive e funzionali (fig. 5.6) permettono di considerare preponderante l'effetto dei carichi verticali e trascurabili, invece, gli spostamenti orizzontali, è possibile ridurre il numero delle incognite ad un grado di libertà per nodo e semplificare notevolmente il problema numerico.

Fig. 5.6 Fune soggetta a carichi verticali.



Le ipotesi funzionali sono le seguenti:

- nella struttura non vengono trasmesse sollecitazioni flessionali. Questa ipotesi è largamente giustificata per gli usuali rapporti geometrici. Modeste flessioni secondarie, velocemente smorzate, possono essere trasmesse soltanto, in corrispondenza dei nodi di collegamento. La loro intensità è completamente trascurabile;
- non si trasmettono sforzi di compressione, giacché il carico critico delle funi, nelle proporzioni geometriche usuali, risulta essere trascurabile;
- in tutta la struttura le tensioni rimangono entro limiti elastici e si considera valida la legge di Hooke;
- i carichi verticali si suppongono concentrati sui nodi;
- i vincoli sono perfettamente rigidi.

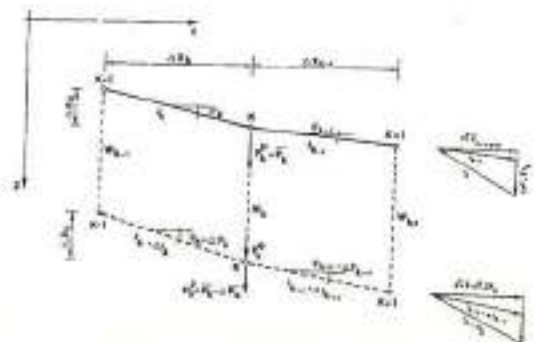
5.2.1 Equazioni di equilibrio

Fase «O»

Le condizioni di equilibrio per un nodo generico  $k$ , nel piano  $x-z$  soggetto all'azione del peso proprio  $P_k^p$  e della pretensione  $\bar{P}_k$  (fig. 5.7) sono: in direzione orizzontale

$$\Sigma X = 0; \quad H_{k+1} - H_k = 0 \text{ perciò}$$

Fig. 5.7



$$^{(p, \bar{P})} H = \cos \alpha \quad (5.1)$$

in direzione verticale

$$\Sigma Z = 0; \quad H_{k+1} \operatorname{tg} \varphi_{k+1} - H_k \operatorname{tg} \varphi_k + P_k^p + \bar{P}_k = 0 \quad (5.2)$$

$P_k^p$  = termine di carico concentrato dovuto al peso proprio

$\bar{P}_k$  = forza trasmessa dal collegamento verticale, dovuta alla pretensione.

Stato di caricamento generico

Sotto l'azione del carico generico accidentale  $P_k^p$ , si produce una variazione di stato che comporta: una variazione di geometria con gli spostamenti nodali  $w$ ;  $w_k$ ;  $w_{k+1}$  e, pertanto, una variazione sulle lunghezze  $\Delta l_k$ ;  $\Delta l_{k+1}$ ; ed una variazione di sforzi  $\Delta S_k$ ;  $\Delta S_{k+1}$ . Tenendo conto della variazione geometrica, è possibile scrivere le equazioni di equilibrio nella forma seguente:

$$\Sigma X = 0; \quad ^{(p, \Delta \bar{P})} \Delta H = \cos \alpha \quad (5.3a)$$

$$\Sigma Z = 0; \quad \left[ ^{(p, \bar{P})} H + ^{(p, \Delta \bar{P})} \Delta H \right] \left[ \operatorname{tg}(\varphi_{k+1} + \Delta \varphi_{k+1}) - \operatorname{tg}(\varphi_k + \Delta \varphi_k) \right] + P_k^p + \bar{P}_k + \Delta \bar{P}_k - \Delta \bar{P}_k = 0 \quad (5.3b)$$

Dove:

$\Delta \bar{P}_k$  = perdita di pretensione nel collegamento verticale

$P_k^p = \frac{q(l_k + l_{k+1})}{2} = \frac{q(\Delta x_k + \Delta x_{k+1})}{2}$  (termine di carico dovuto al carico accidentale  $q$ ).

Dalla fig. 5.7 si ha che:

$$\operatorname{tg}(\varphi_k + \Delta \varphi_k) = \frac{[(z_k + w_k) - (z_{k-1} + w_{k-1})]}{\Delta x_k} \quad (5.4)$$

$$\operatorname{tg}(\varphi_{k+1} + \Delta \varphi_{k+1}) = \frac{[(z_{k+1} + w_{k+1}) - (z_k + w_k)]}{\Delta x_{k+1}} \quad (5.5)$$

Sostituendo le (5.4) e le (5.5) nella (5.3b) si ha:

$$w_{k-1} \frac{1}{\Delta x_k} + w_k \left( \frac{1}{\Delta x_k} - \frac{1}{\Delta x_{k+1}} \right) + w_{k+1} \frac{1}{\Delta x_{k+1}} +$$

$$+ z_{k-1} \frac{1}{\Delta x_k} + z_k \left( \frac{1}{\Delta x_k} - \frac{1}{\Delta x_{k+1}} \right) + z_{k+1} \frac{1}{\Delta x_{k+1}} + \frac{P_k^p + \bar{P}_k + P_{k+1}^p - \Delta \bar{P}_k}{^{(p, \bar{P})} H + ^{(p, \Delta \bar{P})} \Delta H} = 0 \quad (5.6)$$

Indichiamo inoltre con:

$$\delta_k = \frac{1}{\Delta x_k} \quad (5.7a)$$

$$\delta_{k+1} = - \left( \frac{1}{\Delta x_k} - \frac{1}{\Delta x_{k+1}} \right) \quad (5.7b)$$

$$^{(\Delta \bar{P})} \delta_k = z_{k-1} \delta_k + z_k \delta_{k+1} + z_{k+1} \delta_{k+1} + \frac{P_k^p + \bar{P}_k + P_{k+1}^p - \Delta \bar{P}_k}{^{(p, \bar{P})} H + ^{(p, \Delta \bar{P})} \Delta H} \quad (5.7c)$$

L'equazione di equilibrio (5.3b) sostituendo le (5.7) nella (5.6) diventa:

$$w_{k-1} \delta_k + w_k \delta_{k+1} + w_{k+1} \delta_{k+1} + ^{(\Delta \bar{P})} \delta_k = 0 \quad (5.8)$$

Questa equazione, scritta per tutti i gradi di libertà, determina un sistema di equazioni che si presenta con disposizione tridiagonale dei coefficienti.



Fig. 5.8

In relazione alla fig. 5.8, avremo quindi:

$$\begin{cases} 0 + w_1 \delta_1 + w_2 \delta_2 = ^{(\Delta \bar{P})} \delta_1 \\ w_1 \delta_1 + w_2 \delta_2 + w_3 \delta_3 = ^{(\Delta \bar{P})} \delta_2 \\ w_2 \delta_2 + w_3 \delta_3 + w_4 \delta_4 = ^{(\Delta \bar{P})} \delta_3 \\ \dots \\ w_{n-2} \delta_{n-2} + w_{n-1} \delta_{n-1} + 0 = ^{(\Delta \bar{P})} \delta_{n-1} \end{cases} \quad (5.9)$$

5.2.2 Congruenza ed elasticità

Dalla fig 5.7 abbiamo:

$$(l_k + \Delta l_k)^2 = \Delta^2 x_k + (\Delta z_k + \Delta w_k)^2 \quad (5.10)$$

sviluppando e trascurando  $\Delta^2 l_k$  e  $\Delta^2 w_k$  si ha:

$$l_k^2 + 2l_k \Delta l_k = \Delta^2 x_k + \Delta^2 z_k + 2\Delta z_k \Delta w_k$$

e sapendo che:

$$l_k^2 = \Delta^2 x_k + \Delta^2 z_k$$

abbiamo:

$$\Delta l_k = \frac{\Delta z_k \Delta w_k}{l_k} \quad (5.11)$$

che rappresenta la variazione di lunghezza di un lato del poligono della fune. La variazione totale è:

$$\sum_0^n \Delta l_k = \sum_0^n \frac{\Delta z_k \Delta w_k}{l_k} \quad (5.12)$$

D'altra parte, la variazione di lunghezza dovuta alla elasticità (5.7) ed alle variazioni di temperatura, è data da:

$$\Delta l_k = \frac{\Delta S_k l_k}{EA} + \alpha \Delta t l_k \quad (5.13)$$

Dove:

$$\Delta S_k = \frac{\Delta H}{\cos(\varphi_k + \Delta \varphi_k)} \quad (5.14)$$

Considerato che:

$$\cos(\varphi_k + \Delta \varphi_k) = \frac{\Delta x_k}{(l_k + \Delta l_k)} \quad (5.15)$$

e tenendo presenti la (5.15) e (5.14), la (5.13) diventa:

$$\Delta l_k = \frac{^{(p, \Delta \bar{P})} \Delta H (\Delta l_k l_k + l_k^2)}{EA \Delta x_k} + \alpha \Delta t l_k \quad (5.16)$$

Essendo, di norma,  $\Delta l_k l_k$  piccolo e trascurabile rispetto a  $l_k^2$  si ha:

$$\Delta l_k = \frac{^{(p, \Delta \bar{P})} \Delta H l_k^2}{EA \Delta x_k} + \alpha \Delta t l_k \quad (5.17)$$

Estendendo la sommatoria a tutta la fune abbiamo:

$$\sum_0^n \Delta l_k = \frac{^{(p, \Delta \bar{P})} \Delta H}{EA} \sum_0^n \frac{l_k^2}{\Delta x_k} + \alpha \Delta t \sum_0^n l_k \quad (5.18)$$

Infine, eguagliando la (5.18) e la (5.12), si rendono compatibili le variazioni geometriche ed elastiche:

$$\sum_0^n \frac{\Delta z_k \Delta w_k}{l_k} = \frac{^{(p, \Delta \bar{P})} \Delta H}{EA} \sum_0^n \frac{l_k^2}{\Delta x_k} + \alpha \Delta t \sum_0^n l_k \quad (5.19)$$

dalla quale, esplicitando, si ottiene la variazione  $\Delta H$  in funzione della variazione di stato geometrico:

$$^{(p, \Delta \bar{P})} \Delta H = \frac{EA}{\sum_0^n \frac{l_k^2}{\Delta x_k}} \cdot \left[ \sum_0^n \frac{\Delta z_k \Delta w_k}{\Delta l_k} - \alpha \Delta t \sum_0^n l_k \right] \quad (5.20)$$

Note, ora, le  $\Delta H$  è possibile risalire agli sforzi definitivi con la:

$$S_i + \Delta S_i = (H + \Delta H) \sqrt{1 + tg^2(\varphi_i + \Delta\varphi_i)} = (H + \Delta H) \frac{\Delta z_i \Delta w_i}{\Delta x_i} \quad (5.21)$$

5.3 SISTEMI PIANI DI FUNI CON COLLEGAMENTI SOGGETTI A CARICHI VERTICALI

Mediante le espressioni ricavate in precedenza per una fune, è possibile analizzare un sistema piano di funi con collegamenti verticali. Dalla fig. 5.9 si rileva che:

$$\delta_i^I = \delta_i^{II}; \delta_{i,k+1}^I = \delta_{i,k+1}^{II} \quad (5.22)$$

dove, con gli apici I e II, si evidenziano i termini corrispondenti alla fune portante e stabilizzante, rispettivamente.

Considerando, quale ipotesi aggiuntiva, di trascurare l'allungamento dei collegamenti verticali, si ha:

$$w_i^I = w_i^{II} \quad (5.23)$$

con la quale si dimezzano le incognite relative agli spostamenti.

La validità di questa ipotesi risiede nella notevole differenza di rigidità alla traslazione verticale tra aste-fune e aste di parete, o collegamento.

Ricordando le (5.7) i valori di  $\delta$  sono:

per la fune portante:

$$\begin{cases} (\Delta H) \delta_i^I = z_1^I \delta_{i-1}^I + z_2^I \delta_i^I + \frac{(P_i^I + \bar{P}_i^I + \Delta \bar{P}_i^I + P_i^I)}{(H^I + \Delta H^I)} \\ (\Delta H) \delta_i^{II} = z_1^{II} \delta_{i-1}^{II} + z_2^{II} \delta_i^{II} + \frac{(P_i^{II} + \bar{P}_i^{II} + \Delta \bar{P}_i^{II} + P_i^{II})}{(H^{II} + \Delta H^{II})} \end{cases} \quad (5.24)$$

ed analogamente per tutti i nodi interni;

per la fune stabilizzante:

$$\begin{cases} (\Delta H) \delta_i^I = z_1^I \delta_{i-1}^I + z_2^I \delta_i^I + \frac{(\bar{P}_i^I - \Delta \bar{P}_i^I)}{(H^I + \Delta H^I)} \\ (\Delta H) \delta_i^{II} = z_1^{II} \delta_{i-1}^{II} + z_2^{II} \delta_i^{II} + \frac{(\bar{P}_i^{II} - \Delta \bar{P}_i^{II})}{(H^{II} + \Delta H^{II})} \end{cases} \quad (5.25)$$

ed analogamente per tutti i nodi interni. Sostituendo le (5.24) e le (5.25) nella (5.9), quest'ultima, scritta per i due ordini di funi, dà origine ai seguenti sistemi risolutivi:

per la fune portante:

$$\begin{cases} (H^I + \Delta H^I) \cdot \\ \cdot (w_i \delta_{i-1}^I + w_i \delta_i^I + z_1^I \delta_{i-1}^I + z_2^I \delta_i^I) + \\ - \bar{P}_i^I + P_i^I = 0 \\ (H^{II} + \Delta H^{II}) \cdot \\ \cdot (w_i \delta_{i-1}^{II} + w_i \delta_i^{II} + z_1^{II} \delta_{i-1}^{II} + z_2^{II} \delta_i^{II}) + \\ - \bar{P}_i^{II} + \Delta \bar{P}_i^{II} = 0 \end{cases} \quad (5.26)$$

ed analogamente per tutti i nodi interni;

per la fune stabilizzante:

$$\begin{cases} (H^I + \Delta H^I) \cdot \\ \cdot (w_i \delta_{i-1}^I + w_i \delta_i^I + z_1^I \delta_{i-1}^I + z_2^I \delta_i^I) + \\ - \bar{P}_i^I + \Delta \bar{P}_i^I = 0 \\ (H^{II} + \Delta H^{II}) \cdot \\ \cdot (w_i \delta_{i-1}^{II} + w_i \delta_i^{II} + z_1^{II} \delta_{i-1}^{II} + z_2^{II} \delta_i^{II}) + \\ - \bar{P}_i^{II} + \Delta \bar{P}_i^{II} = 0 \end{cases} \quad (5.27)$$

ed analogamente per tutti i nodi interni. Abbiamo quindi le seguenti incognite:

- la componente orizzontale del tiro nella fune portante;
- la componente orizzontale del tiro della fune stabilizzante;
- gli sforzi del collegamento;
- gli spostamenti verticali del sistema.

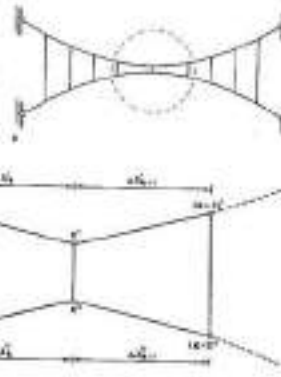


Fig. 5.9 a) Sistema piano di funi con collegamenti verticali b) Schema geometrico topologico.

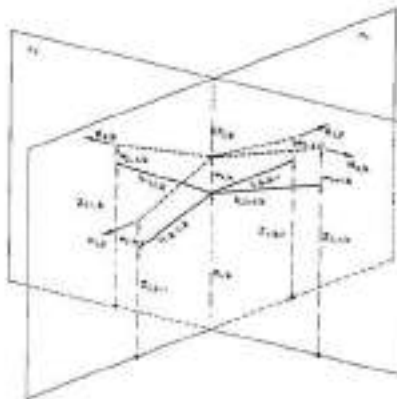
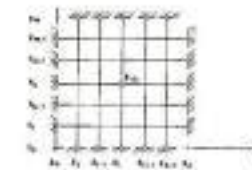


Fig. 5.11

Le espressioni disponibili sono:

- il sistema (5.26) per la fune portante - (equilibrio);
- il sistema (5.27) per la fune stabilizzante - (equilibrio);

- l'equazione (5.20) per la fune portante (compatibilità elastica);
- l'equazione (5.20) per la fune stabilizzante (compatibilità elastica).

5.4 RETI DI FUNI CONTENUTE IN PIANI PARALLELI

Un analogo procedimento può essere adottato nel caso di reti spaziali di cavi. Consideriamo un reticolo di cavi in pianta (fig. 5.10), formato da  $m$  funi portanti e da  $n$  funi stabilizzanti. Con riferimento alla figura, l'espressione dell'equilibrio in fase deformata è data da:

$$\begin{aligned} (H + \Delta H)_{i,j} [tg(\varphi + \Delta\varphi)_{i,j+1} - tg(\varphi + \Delta\varphi)_{i,j-1}] + \\ + (H + \Delta H)_{i,j} \cdot \\ \cdot [tg(\varphi + \Delta\varphi)_{i,k+1} - tg(\varphi + \Delta\varphi)_{i,k-1}] + P_{i,j} = 0 \end{aligned} \quad (5.28)$$

dove in  $P_{i,j}$  sono inglobati i termini di carico dovuti al peso proprio delle funi e al carico esterno  $q$ , che sono:

$$P_{i,j} = \frac{p}{4} (l_{i-1,j} + l_{i+1,j}) (l_{i,j-1} + l_{i,j+1}) \quad (5.29)$$

dove:

$p$  = peso a metro lineare delle funi.

$$P_{i,j} = \frac{q}{4} (\Delta x_{i-1,j} + \Delta x_{i+1,j}) (\Delta y_{i,j-1} + \Delta y_{i,j+1}) \quad (5.30)$$

inoltre:

$$tg(\varphi + \Delta\varphi)_{i,j+1} = \frac{\Delta z_{i,j+1} + \Delta w_{i,j+1}}{\Delta x_{i,j+1}} \quad (5.31)$$

$$tg(\varphi + \Delta\varphi)_{i,k+1} = \frac{\Delta z_{i,k+1} + \Delta w_{i,k+1}}{\Delta x_{i,k+1}} \quad (5.32)$$

Sostituendo le (5.31) e (5.32) nella (5.28) si ottiene:

$$\begin{aligned} w_{i-1,j} \frac{(H + \Delta H)_{i,j}}{\Delta x_{i-1,j}} + w_{i+1,j} \frac{(H + \Delta H)_{i,j}}{\Delta x_{i+1,j}} + \\ + w_{i,j} \left[ -(H + \Delta H)_{i,j} \left( \frac{1}{\Delta x_{i-1,j}} + \frac{1}{\Delta x_{i+1,j}} \right) + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left. - (H + \Delta H)_{i,j} \left( \frac{1}{\Delta y_{i,j-1}} + \frac{1}{\Delta y_{i,j+1}} \right) \right] + \\ + w_{i,j+1} \frac{(H + \Delta H)_{i,j}}{\Delta x_{i,j+1}} + \\ + w_{i,j-1} \frac{(H + \Delta H)_{i,j}}{\Delta x_{i,j-1}} + \bar{P}_{i,j} = 0 \end{aligned} \quad (5.33)$$

dove:

$$\begin{aligned} \bar{P}_{i,j} = P_{i,j} + (H + \Delta H)_{i,j} \left[ \frac{\Delta z_{i,j+1}}{\Delta x_{i,j+1}} - \frac{\Delta z_{i,j-1}}{\Delta x_{i,j-1}} \right] + \\ + (H + \Delta H)_{i,j} \left[ \frac{\Delta z_{i,k+1}}{\Delta y_{i,k+1}} - \frac{\Delta z_{i,k-1}}{\Delta y_{i,k-1}} \right] \end{aligned} \quad (5.34)$$

Indichiamo inoltre con:

$$\begin{aligned} \delta_{i-1,j} = \frac{(H + \Delta H)_{i,j}}{\Delta x_{i-1,j}}; \quad \delta_{i+1,j} = \frac{(H + \Delta H)_{i,j}}{\Delta x_{i+1,j}}; \\ \delta_{i,j-1} = \frac{(H + \Delta H)_{i,j}}{\Delta y_{i,j-1}}; \quad \delta_{i,j+1} = \frac{(H + \Delta H)_{i,j}}{\Delta y_{i,j+1}}; \\ \bar{\delta}_{i,j} = -(H + \Delta H)_{i,j} \left( \frac{1}{\Delta x_{i-1,j}} + \frac{1}{\Delta x_{i+1,j}} \right) + \\ - (H + \Delta H)_{i,j} \left( \frac{1}{\Delta y_{i,j-1}} + \frac{1}{\Delta y_{i,j+1}} \right); \end{aligned}$$

La (5.33) per il generico nodo  $i, k$  può essere quindi scritta come segue:

$$\begin{aligned} w_{i-1,j} \delta_{i-1,j} + w_{i+1,j} \delta_{i+1,j} + w_{i,j-1} \delta_{i,j-1} + \\ + w_{i,j+1} \delta_{i,j+1} + \bar{\delta}_{i,j} = 0 \end{aligned} \quad (5.35)$$

Scrivendo la (5.35) per tutti i nodi interni della struttura si ottiene il sistema:

$$\begin{cases} w_{1,j} \delta_{1,j} + w_{2,j} \delta_{2,j} + w_{3,j} \delta_{3,j} + \bar{P}_{1,j} = 0 \\ w_{2,j} \delta_{2,j} + w_{3,j} \delta_{3,j} + w_{2,j} \delta_{2,j} + \bar{P}_{2,j} = 0 \\ w_{3,j} \delta_{3,j} + w_{3,j} \delta_{3,j} + w_{3,j} \delta_{3,j} + \bar{P}_{3,j} = 0 \end{cases} \quad (5.36)$$

Similmente alla (5.20), per le due famiglie di funi ordite secondo  $x$  ed  $y$  rispettivamente, si ottengono le relazioni di continuità geometrico-elastiche:

$$\begin{aligned} \Delta H_{i,j} = \frac{EA_{i,j}}{\sum_{n=1}^m l_{i+1,j}} \cdot \\ \cdot \left[ \sum_{n=1}^{n-1} \frac{\Delta z_{i,j+1}}{l_{i+1,j}} \Delta w_{i+1,j} - \alpha \Delta t \sum_{n=1}^{n-1} l_{i+1,j} \right] \end{aligned} \quad (5.37)$$

$$\Delta H_{ij} = \frac{EA \Delta y_{ij}}{\sum_{k=1}^{m-1, m} \frac{f_{i,k}^2}{\Delta y_{i,k+1}}}$$

$$\left[ \sum_{k=1}^{m-1, m} \frac{\Delta z_{i,k+1}}{f_{i,k+1}} \Delta w_{i,k+1} - \alpha \Delta t \sum_{k=1}^{m-1, m} f_{i,k+1} \right] \quad (5.38)$$

5.5 SISTEMI STRUTTURALI CON UN GRADO DI LIBERTÀ PER NODO. ANALISI ED ESEMPI NUMERICI

La fune singola, i sistemi piani e spaziali di funi, dove per ipotesi, i carichi e gli spostamenti nodali abbiano solo direzione verticale, possono essere risolti con le formule precedentemente trovate per via iterativa o per via diretta, mediante risoluzione simultanea di un sistema di equazioni. Ci soffermeremo, ora, sul procedimento di risoluzione per via iterativa.

Fune singola

- a) si assegna un valore di tentativo  $\Delta H_1$ ;
- b) si risolve il sistema di equazioni (5.9) e si ricavano gli spostamenti  $w_i$ ;
- c) si introducono gli spostamenti  $w_i$  così trovati in (5.20) e si ricavano i nuovi valori di  $\Delta H_2$ ;
- d) si ritorna in (a) fino a convergenza ottenuta.

$$\left( \frac{\Delta \Delta H}{\Delta H} \leq \epsilon \text{ oppure } \frac{\Delta w}{w} \leq \epsilon \right)$$

Sistema piano di funi

- a) si assegna un valore di tentativo  $\Delta H_1$ ;
- b) si elimina, sommando ordinalmente,  $\Delta \bar{P}$  dalle (5.26) e (5.27);
- c) dal sistema ottenuto in (b) si ricavano gli spostamenti  $w_i^1 = w_i^0$ ;
- d) introdotti gli spostamenti  $w$  nella (5.20) si ricava il nuovo valore  $\Delta H_2$ ;
- e) si ritorna in (a) e si controlla la convergenza.

Sistema spaziale di funi

Per quanto riguarda questo schema strutturale, è possibile adottare un metodo

iterativo simile ai precedenti che, però, in questo caso, presenta debole convergenza.

La risoluzione, allora, può essere trovata nel modo seguente:

- a) eliminazione delle  $\Delta H$  introducendo le (5.37) e (5.38) nel sistema (5.36);
- b) risoluzione del sistema di equazioni non lineari mediante i metodi illustrati in precedenza nel paragrafo 5.7.
- c) calcolo delle  $\Delta H$  per sostituzione nelle espressioni (5.37) e (5.38).

La convergenza dei metodi iterativi adottati per la fune singola e per i sistemi piani di funi, può essere accelerata adottando il seguente metodo di interpolazione [5.2].

Siano:

$\Delta H_i$ ; le  $\Delta H$  introdotte nel sistema risolvente lo stato di deformazione  $w$ ;  
 $\overline{\Delta H}$ ; le  $\Delta H$  di risposta ottenute dall'equazione di continuità.

Noti i primi valori  $\Delta H_1$  e  $\overline{\Delta H}_1$  ottenuti con la procedura spiegata sopra si interpolano una prima volta tali valori ottenendo un nuovo:

$$\Delta H_2 = \frac{\Delta H_1 + \overline{\Delta H}_1}{2} \quad (5.39)$$

Attraverso le (5.9) e (5.20) si ricava, quindi, un'ulteriore  $\overline{\Delta H}$ . Abbiamo ora due coppie di valori di «entrata» e di «risposta»:

$$\frac{\Delta H_1}{\overline{\Delta H}_1} \quad \frac{\Delta H_2}{\overline{\Delta H}_2}$$

alla prima e seconda iterazione, rispettivamente. Per il ciclo iterativo generico, il nuovo valore di entrata è ottenuto con la media pesata:

$$\Delta H_{n+1} = \frac{(\Delta H_{n-1})\overline{\Delta H}_n - \Delta H_n(\overline{\Delta H}_{n-1})}{(\Delta H_{n-1}) + \overline{\Delta H}_n - \Delta H_n - (\overline{\Delta H}_{n-1})} \quad (5.40)$$

che in termini grafici (fig. 5.11), corrisponde all'intersezione tra la retta congiungente due punti (soluzioni di tentativo)  $\Delta H_{n-1}; \overline{\Delta H}_{n-1}$  e  $\Delta H_n; \overline{\Delta H}_n$  con il

Fig. 5.11

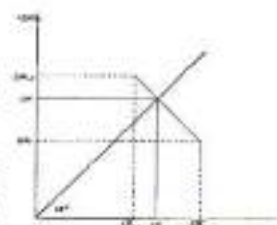


Fig. 5.12

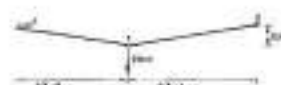


Fig. 5.12

luogo dei punti soluzioni reali, rappresentati dalla retta a 45° dove l'eguaglianza  $\Delta H = \overline{\Delta H}$  esprime la coincidenza tra valori di entrata e uscita del metodo iterativo.

Esempio 5.1

Fune singola: si consideri la fune di fig. 5.12, i cui dati iniziali sono:

- $L = 10 \text{ m}$
- $f = 0,5 \text{ m}$
- $EA = 30.000 \text{ kN}$
- $P = 20 \text{ kN}$

I parametri che intervengono nel calcolo sono riportati in tabella 5.1

$k$	$z$	$z'$	$z''$	$z'''$	$f_k$	$g_k$	$h_{k+1}$	$P_k$
0	0	-	-	-	-	-	-	-
1	0,5	0,5	3	5,025	0,2	-0,4	30	
2	0	-0,5	3	5,025	0,2	-0,4	-	

Tab. 5.1

Soluzione: assumiamo  $H = 0$  e  $\Delta H^0$  di primo tentativo uguale a 90 kN, e indichiamo con  $^0$  il ciclo iterativo. Tenendo presente che la pretensione è nulla, il sistema di equazioni (5.27) si riduce ad una sola equazione:

$$\Delta H^0 (-w_1^0) \delta_{12} z_1 \delta_{12} + P^0 = 0 \quad (5.39)$$

Inserendo i termini noti si ha:

$$90(-0,4w_1^0 - 0,2) + 20 = 0$$

dalla quale si ottiene il primo valore dello spostamento:

$$w_1^0 = 0,05555 \text{ m}$$

Il valore del nuovo  $\Delta H$  è ricavabile dalla equazione (5.20), nella quale, in questo caso,  $w_i = w_1^0$  e quindi:

$$\overline{\Delta H}^0 = \frac{30.000}{25,25} \left[ \frac{0,05555 \cdot 0,5}{5,025} \right] = 32,84 \text{ kN}$$

È possibile, a questo punto, fare una prima interpolazione secondo la (5.39):

$$\Delta H^{(2)} = \frac{90 + 32,84}{2} = 61,42 \text{ kN}$$

Con questo valore di  $\Delta H$  si ricava un nuovo  $w_1^{(2)}$ . Ottenuto poi il  $\Delta H$  relativo, ossia  $\overline{\Delta H}^{(2)}$  si interpola nuova-

mente secondo la (5.40), procedendo di seguito in modo analogo, fino a che i valori di  $\Delta H$  o  $w_1$  non siano uguali, o differiscano di poco tra un ciclo iterativo e il precedente. Nel caso in esame, la convergenza si ottiene per  $w_1 = 0,13355 \text{ m}$ . Nella tabella 5.2, sono riportati tutti i valori relativi alle iterazioni intermedie ed ai risultati ottenuti con le interpolazioni.

ITER.	$\Delta H$ (kN)	$w_1$ (m)	$\overline{\Delta H}$ (kN)
1	90	0,05555	32,84
2	61,42	0,11407	185,65
3	80,99	0,11736	69,37
4	78,32	0,13036	77,06
5	78,92	0,13355	78,94
6	78,92	0,13355	-

Tab. 5.2

Esempio 5.2

Sistema piano di funi: si consideri lo schema strutturale di fig. 5.13, i cui dati iniziali sono:

- $L = 10 \text{ m}$
- $f = 0,5 \text{ m}$
- $EA = 30.000 \text{ kN}$
- $P = 50 \text{ kN}$
- $H = 150 \text{ kN}$
- $\bar{P} = 30 \text{ kN}$

I parametri che intervengono nel calcolo sono riportati in tabella 5.3.

$k$	$z$	$z'$	$z''$	$z'''$	$f_k$	$g_k$	$h_{k+1}$	$P_k$	$P_k$	
0	0	0	2	0	-	-	-	-	-	
1	0,5	0,5	1,5	-0,5	1	5	5,025	0,20	-0,40	30
2	0	-0,5	2	0,5	-1	5	5,025	0,20	-	-

Tab. 5.3

$z_0 =$  lunghezza collegamento verticale

Le equazioni nel nostro caso diventano: per la fune portante

$$(150 + \Delta H^0) (-0,4w_1 - 0,20) + 30 + 50 - \Delta P_1 = 0$$

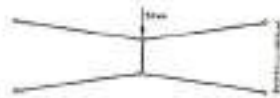
per la stabilizzante

$$(150 + \Delta H^0) (-0,4w_1 + 0,4 - 0,6 + 0,4) - 30 + \Delta P_1 = 0$$

Il sistema di equazioni, pertanto, è il seguente:

$$\begin{cases} (150 + \Delta H^0) (-0,4w_1 - 0,20) + 80 - \Delta P_1 = 0 \\ (150 + \Delta H^0) (-0,4w_1 - 0,20) - 30 + \Delta P_1 = 0 \end{cases} \quad (5.41)$$

Fig. 5.13



Sommando membro a membro, si ottiene:

$$(150 + \Delta H^I)(-0,4w_1 - 0,20) + (150 + \Delta H^{II})(-0,4w_1 + 0,20) + 50 = 0 \quad (5.42)$$

Le espressioni di  $\Delta H$  per la fune portante e stabilizzante, introducendo i termini noti, sono rispettivamente:

$$\Delta H^I = \frac{30000}{25,25} \left[ \frac{w_1 \cdot 0,5}{5,025} \right] \quad (5.43)$$

$$\Delta H^{II} = \frac{30000}{25,25} \left[ \frac{w_1(-0,5)}{5,025} \right]$$

per cui  $\Delta H^I = -\Delta H^{II}$ .  
Assumiamo come primo valore di tentativo:

$$\Delta H^I = 80 \text{ kN}; \quad \Delta H^{II} = -80 \text{ kN}$$

L'introduzione di questi valori di tentativo nella (5.42) permette di ottenere il primo valore dello spostamento:  $w_1^{(1)} = 0,15 \text{ m}$ . Tramite le equazioni (5.43), ricaviamo un'ulteriore  $\Delta H^{II} = 88,66 \text{ kN}$ .

Procedendo, quindi, come per l'esempio precedente si arriva al risultato definitivo, corrispondente ad un valore di spostamento  $w_1 = 0,1403 \text{ m}$ .

Nella tabella (5.4) sono riportati tutti i valori relativi alle iterazioni intermedie ed ai risultati ottenuti con le interpolazioni.

ITER.	$\Delta H$ (kN)	$w$ (m)	$\Delta H$ (kN)
1	80	0,15	88,66
2	88,55	0,1555	81,10
3	82,91	0,1403	82,91
4	82,91	0,1403	

Pertanto, i valori della variazione della componente orizzontale dello sforzo nelle funi sono, rispettivamente per la portante e per la stabilizzante:

$$\Delta H^I = 82,91 \text{ kN}; \quad \Delta H^{II} = -82,91 \text{ kN}$$

e quindi:

$$\Delta H^I = 150 + 82,91 = 232,91 \text{ kN}$$

$$\Delta H^{II} = 150 - 82,91 = 67,09 \text{ kN}$$

È, ora, possibile ricavare da una delle due equazioni del sistema (5.41) il termine  $\Delta \bar{P}_1$  relativo alla perdita di pre-tensione nel collegamento verticale. Utilizzando l'equazione relativa alla portante, avremo:

$$232,91(-0,4 \cdot 0,1403 - 0,20) + 80 = \Delta \bar{P}_1$$

da cui si ricava  $\Delta \bar{P}_1 = 20,35 \text{ kN}$ .  
Allo stesso risultato si giunge utilizzando l'equazione relativa alla fune stabilizzante.

### 5.6 ANALISI DELLE RETI DI FUNI MEDIANTE IL METODO DEGLI SPOSTAMENTI

Si consideri una generica rete di funi formata da  $m$  aste (elementi fune) collegate tra di loro in  $n$  nodi. La schematizzazione strutturale è definita dalle seguenti ipotesi:

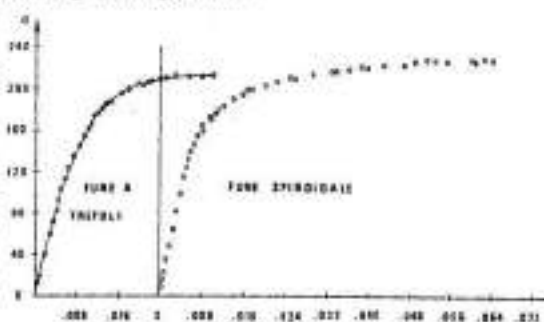
a) La rigidità flessionale dell'elemento fune è nulla. Si assume, cioè, che le funi siano sollecitate da sole azioni assiali (in realtà, nei nodi, sia fissi che liberi, esistono momenti che causano sforzi localizzati in prossimità del nodo).

b) Comportamento elastico lineare dall'elemento fune. Si ammette che non vi siano fenomeni di instabilità, né allentamento (slackening), né deformazioni plastiche viscosse. Anche accettando come nulla la rigidità alla compressione assiale, il legame costitutivo è rappresentato per l'elemento  $j$ -esimo da una curva, azione assiale-allungamento, del tipo rappresentato in fig. 5.14.

L'ipotesi (b) è valida nelle condizioni di esercizio per le quali non si prevedano effetti di slackening (allungamenti), né superamenti della soglia elastica del materiale.

Nel caso si volesse abbandonare l'ipotesi di comportamento lineare del

Fig. 5.14



materiale, l'analisi in campo anelastico può essere eseguita tenendo conto del legame  $\sigma$ - $\epsilon$  di fig. 5.14, che è approssimabile con l'espressione analitica del tipo:

$$\sigma = \frac{E}{\left[ 1 + \left| \frac{E \cdot \epsilon}{\sigma_r} \right|^n \right]^{1/n}}$$

dove:

$\sigma_r$  = tensione di rottura  
 $n$  = costante determinata mediante prove sperimentali

c) Piccole deformazioni dell'elemento fune ( $\Delta l_j/l_j \ll 1$ ), in modo da poterne trascurare i termini al quadrato.

d) Nodi realizzati con dispositivi schematizzabili come cerniere perfette (coerentemente con l'ipotesi a).

e) Trascurabilità dei contributi irrilevanti degli elementi di copertura. La copertura è, generalmente, collegata anche in punti intermedi rispetto ai nodi della rete, in modo che l'azione del peso proprio e dei carichi accidentali agiscano in maniera diffusa lungo le aste dello schema discreto.

L'ipotesi, quindi, di carico concentrato nei nodi della rete deve essere considerata come approssimazione che semplifica l'analisi. È possibile considerare, nella trattazione matriciale, anche i carichi distribuiti lungo le aste [5.3] che modificano la risposta della struttura.

La distribuzione diffusa del carico è importante, ad esempio, nel caso di funi d'ancoraggio di strutture offshore. Nel caso delle coperture sospese, la approssimazione discreta comporta al massimo il 3% d'errore nei risultati.

La rete di funi, nella configurazione iniziale equilibrata (stato «0») è completamente descritta qualora siano noti i seguenti parametri:

- le coordinate dei nodi, accumulati nell'ipervettore  $\{X\}^0$ :

$$\{X\}^0 = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_k \\ X_n \end{Bmatrix}^0; \quad \{X_k\}^0 = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_k; \quad (k=1,2,\dots,n)$$

- gli sforzi nelle aste:

$S_{kj}^0$   $kj$  = asta generica che collega il nodo  $k$  al nodo  $j$

- i carichi di stato «0»:

$$\{P\}_k^0$$

Dopo l'applicazione dei carichi esterni, la nuova configurazione di equilibrio (stato finale), è definita dalle seguenti variazioni di stato:

- variazione di stato geometrico:

$$\{X\}_k^f = \{X^0 + U\}_k;$$

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}_k$$

dove con  $u, v, w$  sono indicati gli spostamenti nodali secondo  $x, y, z$ , rispettivamente.

- Variazione dello stato di sollecitazione

$$\{S\}_{kj}^f = \{S^0 + \Delta S\}_{kj}$$

con  $\Delta S_{kj}$  = variazione sforzo nell'asta  $kj$ .

- variazione dello stato di caricamento

$$\{P\}_k^f = \{P^0 + \Delta P\}_k$$

con  $\Delta P_k$  = variazione di carico nel nodo  $k$ .

Si consideri, ora, un nodo generico  $k$  connesso a « $i$ » nodi  $j$  (fig. 5.15). Le equazioni di equilibrio in stato «0» possono essere scritte nel seguente modo:

$$\sum_j \frac{S_{kj}^0}{l_{kj}^0} \Delta x_{kj}^0 = 0; \quad (= -P_k^x) \quad (5.44a)$$

$$\sum_j \frac{S_{kj}^0}{l_{kj}^0} \Delta y_{kj}^0 = 0; \quad (= -P_k^y) \quad (5.44b)$$

$$\sum_j \frac{S_{kj}^0}{l_{kj}^0} \Delta z_{kj}^0 = 0; \quad (= -P_k^z) \quad (5.44c)$$

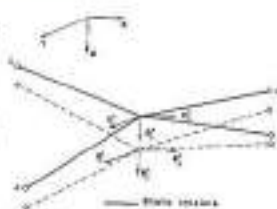
dove il carico differenziato indica che lo stato «0» può essere ottenuto in presenza di pura pre-sollecitazione (trascurando il peso proprio delle funi) o sottoposto all'azione di carichi permanenti.

La lunghezza delle aste in stato «0» è espressa dalla:

$$l_{kj}^0 = (\Delta x_{kj}^2 + \Delta y_{kj}^2 + \Delta z_{kj}^2)^{1/2} \quad (5.45)$$

Nella fase finale le equazioni di equilibrio diventano:

Fig. 5.15



$$\sum_i \left[ \frac{(S^0 + \Delta S)_i}{(l^0 + \Delta l)_i} (\Delta x^0 + \Delta u)_i \right] = (P^0 + \Delta P)_x \quad (5.46a)$$

$$\sum_i \left[ \frac{(S^0 + \Delta S)_i}{(l^0 + \Delta l)_i} (\Delta y^0 + \Delta v)_i \right] = (P^0 + \Delta P)_y \quad (5.46b)$$

$$\sum_i \left[ \frac{(S^0 + \Delta S)_i}{(l^0 + \Delta l)_i} (\Delta z^0 + \Delta w)_i \right] = (P^0 + \Delta P)_z \quad (5.46c)$$

dove:

$$l^0 = (l^0 + \Delta l)_i = \left[ (\Delta x^0 + \Delta u)_i^2 + (\Delta y^0 + \Delta v)_i^2 + (\Delta z^0 + \Delta w)_i^2 \right]^{1/2} \quad (5.47)$$

Per procedere con il metodo degli spostamenti nelle equazioni di equilibrio (5.46), è necessario esprimere  $\Delta S_i$  in funzione degli spostamenti.

Consideriamo, pertanto, il regime dilatazioni-spostamenti in relazione alla seguente espressione:

$$\Delta S_i = EA_i \epsilon_i = EA_i \frac{\Delta l_i}{l_i^0} = EA_i \left( \frac{l_i^r}{l_i^0} - 1 \right) \quad (5.48)$$

dove:

$E$  = modulo elastico della fune  
 $A_i$  = area della sezione trasversale dell'elemento  $ij$ .

Con le (5.47) si ricava l'espressione vettoriale:

$$(l^0 + \Delta l)_i^2 = (\Delta X^0 + \Delta U)_i^2 = \Delta X^0 \Delta X^0 + 2 \Delta X^0 \Delta U + \Delta U \Delta U \quad (5.49)$$

o anche:

$$(1 + \epsilon)_i^2 = 1 + \frac{2 \Delta X^0 \Delta U + \Delta U \Delta U}{(l_i^0)^2} \quad (5.50)$$

dove:

$$\Delta X^0 = \{X_k^0 - X_j^0\}$$

$$\Delta U = \{U_k - U_j\}$$

Sviluppando i prodotti vettoriali ed indicando con:

$$a_{ij} = \Delta X^0 \Delta U_{ij} =$$

$$= \frac{1}{(l_i^0)^2} (\Delta z_{ij} \Delta w_{ij} + \Delta y_{ij} \Delta v_{ij} + \Delta x_{ij} \Delta u_{ij}) \quad (5.51)$$

$$b_{ij} = \frac{1}{(l_i^0)^2} (\Delta u_{ij}^2 + \Delta v_{ij}^2 + \Delta w_{ij}^2) \quad (5.52)$$

si ottiene lo scalare della lunghezza finale:

$$l_i^r = l_i^0 (1 + 2a_{ij} + b_{ij})^{1/2} \quad (5.53)$$

Sviluppando in serie binomiale l'espressione irrazionale a destra dell'equazione (5.53) e sostituendo nella (5.48) avremo:

$$\Delta S_{ij} = EA_{ij} \left( a_{ij} + \frac{1}{2} b_{ij} - \frac{1}{4} a_{ij}^2 + \dots - \frac{1}{2} a_{ij} b_{ij} + \frac{1}{2} a_{ij}^3 + \dots \right) \quad (5.54)$$

Similmente, è possibile sviluppare l'espressione

$$\frac{1}{l_i^r} = \frac{1}{l_i^0} (1 + 2a_{ij} + b_{ij})^{-1/2}$$

ottenendo

$$\frac{1}{l_i^r} = \frac{1}{l_i^0} \left( 1 - a_{ij} - \frac{1}{2} b_{ij} + \frac{3}{2} a_{ij}^2 + \frac{3}{2} a_{ij} b_{ij} - \frac{5}{2} a_{ij}^3 + \dots \right) \quad (5.55)$$

Sostituendo le eq. (5.54) e (5.55) nelle (5.46) e ordinando i termini, si ha:

$$\sum_i \left[ S_{ij}^0 \frac{\Delta x_{ij}}{l_{ij}^0} + (EA_{ij} - S_{ij}^0) \frac{\Delta x_{ij}}{l_{ij}^0} a_{ij} \right] = -(P^0 + \Delta P)_{x,ij} + R_{x,ij} \quad (5.56a)$$

$$\sum_i \left[ S_{ij}^0 \frac{\Delta y_{ij}}{l_{ij}^0} + (EA_{ij} - S_{ij}^0) \frac{\Delta y_{ij}}{l_{ij}^0} a_{ij} \right] = -(P^0 + \Delta P)_{y,ij} + R_{y,ij} \quad (5.56b)$$

$$\sum_i \left[ S_{ij}^0 \frac{\Delta w_{ij}}{l_{ij}^0} + (EA_{ij} - S_{ij}^0) \frac{\Delta z_{ij}}{l_{ij}^0} a_{ij} \right] = -(P^0 + \Delta P)_{z,ij} + R_{z,ij} \quad (5.56c)$$

dove:

$$R_{x,ij} = - \sum_k (EA_{ij} - S_{ij}^0) \left[ \frac{\Delta u_{ij}}{l_{ij}^0} c_{kj} + \frac{\Delta x_{kj}}{2l_{ij}^0} d_{kj} \right]$$

$$R_{y,ij} = - \sum_k (EA_{ij} - S_{ij}^0) \dots$$

$$\left[ \frac{\Delta v_{ij}}{l_{ij}^0} c_{kj} + \frac{\Delta y_{kj}}{2l_{ij}^0} d_{kj} \right] \quad (5.57b)$$

$$R_{z,ij} = - \sum_k (EA_{ij} - S_{ij}^0) \dots$$

$$\left[ \frac{\Delta w_{ij}}{l_{ij}^0} c_{kj} + \frac{\Delta z_{kj}}{2l_{ij}^0} d_{kj} \right] \quad (5.57c)$$

essendo  $c_{ij}$  e  $d_{ij}$  espressi dalle relazioni:

$$c_{ij} = a_{ij} + \frac{1}{2} b_{ij} - \frac{1}{2} a_{ij}^2 \quad (5.58)$$

$$d_{ij} = b_{ij} = 3a_{ij}^2 - 3a_{ij} b_{ij} - 5a_{ij}^3 \quad (5.59)$$

Le equazioni di  $R_{x,ij}$ ,  $R_{y,ij}$ ,  $R_{z,ij}$  sono ottenute considerando i termini fino al 3° ordine per  $u$ ,  $v$ ,  $w$ , e trascurando quelli di ordine superiore.

Analizzando una struttura spaziale, sarà necessario scrivere tre equazioni (5.56a,b,c) per nodo, e questo porterà ad un totale di  $3n$  equazioni simultanee, dove  $n$  è il numero totale dei nodi della struttura in esame.

I vincoli sono trattati come se fossero rigidi.

La soluzione di queste equazioni si ottiene attraverso algoritmi numerici, alcuni dei quali saranno spiegati più avanti. Essi forniranno i valori degli spostamenti  $u$ ,  $v$ ,  $w$ . La sostituzione di questi valori, nella (5.48), darà il valore della variazione di sollecitazione nel cavo.

Il procedimento per la risoluzione di strutture composte da cavi si riduce, quindi, alla soluzione delle equazioni non lineari (5.56).

Queste equazioni, una volta assemblate per una parte, o per la struttura intera, possono essere espresse sotto forma matriciale, ovvero:

$$[K][U] = -[P] + [R]$$

dove:

$[K]$  = matrice di rigidezza globale della struttura;

$[U]$  = vettore degli spostamenti incogniti  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ;

$[P]$  = vettore dei carichi;

$[R]$  = vettore colonna contenente termini di «forza residua» rappresentati da  $R_{x,ij}$ ,  $R_{y,ij}$ ,  $R_{z,ij}$ .

La matrice di rigidezza  $[K]$  sarà del tipo  $2n \times 2n$  nel caso di sistemi piani di funi, e del tipo  $3n \times 3n$  nel caso di sistemi spaziali (reti di funi).

Similmente, i vettori  $\{U\}$ ,  $\{P\}$  ed  $\{R\}$  saranno  $2n \times 1$  o  $3n \times 1$ , secondo i due casi.

### 5.6.1 La matrice di rigidezza

Dalle equazioni (5.56a,b,c) è possibile costruire la matrice dei coefficienti di rigidezza  $[K]$  dell'elemento fune nel sistema di riferimento globale.

Prendiamo in considerazione la parte destra delle equazioni suddette. Svolgendo i prodotti e sostituendo al valore di  $a_{ij}$  quello trovato secondo la (5.51) si ottiene per la  $\Sigma X = 0$ :

$$\frac{S_{ij}^0}{l_{ij}^0} (u_i - u_j) + \frac{(EA_{ij} - S_{ij}^0)}{l_{ij}^0} \frac{(x_i - x_j)^2}{l_{ij}^0} (u_i - u_j) + \frac{(EA_{ij} - S_{ij}^0)}{l_{ij}^0} \frac{(x_i - x_j)}{l_{ij}^0} \frac{(y_i - y_j)}{l_{ij}^0} (v_i - v_j) + \frac{(EA_{ij} - S_{ij}^0)}{l_{ij}^0} \frac{(x_i - x_j)}{l_{ij}^0} \frac{(z_i - z_j)}{l_{ij}^0} (w_i - w_j) = 0 \quad (5.60)$$

Se indichiamo con  $n_x, n_y, n_z$  i coseni direttori dell'elemento fune, essi sono dati da:

$$n_x = \frac{x_i - x_j}{l_{ij}^0}; n_y = \frac{y_i - y_j}{l_{ij}^0}; n_z = \frac{z_i - z_j}{l_{ij}^0} \quad (5.61)$$

Pertanto, la espressione (5.60) può essere scritta nel modo seguente:

$$(u_i - u_j) \left[ \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_x^2 + \frac{S_{ij}^0}{l_{ij}^0} \right] + (v_i - v_j) \left[ \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_x n_y \right] + (w_i - w_j) \left[ \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_x n_z \right] = 0 \quad (5.62)$$

Svolgendo e ordinando i coefficienti di rigidezza correlativi agli spostamenti incogniti, si ha definitivamente:

$$\left[ \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_x^2 + \frac{S_{ij}^0}{l_{ij}^0} \right] u_i + \left[ \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_x n_y \right] v_i + \left[ \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_x n_z \right] w_i - \left[ \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_x^2 + \frac{S_{ij}^0}{l_{ij}^0} \right] u_j - \left[ \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_x n_y \right] v_j - \left[ \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_x n_z \right] w_j = 0$$

$$\left( \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_x n_x \right) v_j - \left( \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_x n_z \right) w_j = 0 \quad (5.63)$$

Estendendo anche per  $\Sigma Y = 0$  e  $\Sigma Z = 0$ , scindendo i coefficienti degli spostamenti che danno origine alla matrice di rigidezza totale della struttura e gli spostamenti stessi, che sono raccolti nell'omonimo vettore, si ottiene, per la generica asta, in coordinate globali la:

$$[K][U] = \begin{bmatrix} \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_x^2 + \frac{S_{ij}^0}{l_{ij}^0} & \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_x n_y & \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_x n_z \\ \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_x n_y & \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_y^2 + \frac{S_{ij}^0}{l_{ij}^0} & \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_y n_z \\ \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_x n_z & \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_y n_z & \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0}{l_{ij}^0} n_z^2 + \frac{S_{ij}^0}{l_{ij}^0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \\ u_j \\ v_j \\ w_j \end{bmatrix} \quad (5.66)$$

simmetrica  
negativa  
positiva

Da questo risultato, è possibile notare che, in campo non lineare geometrico, la matrice di rigidezza elementare può essere espressa dalla somma di due termini:

$$[K_E] + [K_G] = [K] \quad (5.65)$$

dove  $[K_E]$  e  $[K_G]$  sono, rispettivamente, la matrice di rigidezza elastica e quella geometrica della struttura.

Matrice  $[K_G]$  con la sua denominazione, si vuole ricordare che l'equilibrio di un nodo è influenzato dalla variazione di configurazione geometrica. La matrice è espressa come segue:

$$[K_G] = \frac{S_{ij}^0}{l_{ij}^0} \begin{bmatrix} (1-n_x^2) & -n_x n_y & -n_x n_z & -(1-n_x^2) & n_x n_y & n_x n_z \\ -n_x n_y & (1-n_y^2) & -n_y n_z & n_x n_y & -(1-n_y^2) & n_y n_z \\ -n_x n_z & -n_y n_z & (1-n_z^2) & n_x n_z & n_y n_z & -(1-n_z^2) \\ -(1-n_x^2) & n_x n_y & n_x n_z & (1-n_x^2) & -n_x n_y & -n_x n_z \\ n_x n_y & -(1-n_y^2) & n_y n_z & -n_x n_y & (1-n_y^2) & -n_y n_z \\ n_x n_z & n_y n_z & -(1-n_z^2) & -n_x n_z & -n_y n_z & (1-n_z^2) \end{bmatrix} \quad (5.66)$$

Matrice  $[K_E]$  è associata all'allungamento dell'elemento di fune, ovvero alla variazione di azione assiale che sorge per effetto dell'allontanamento dei nodi di estremo. Essa è data da:

$$[K_E] = \frac{EA_{ij}}{l_{ij}^0} \begin{bmatrix} n_x^2 & n_x n_y & n_x n_z & -n_x^2 & -n_x n_y & -n_x n_z \\ n_x n_y & n_y^2 & n_y n_z & -n_x n_y & -n_y^2 & -n_y n_z \\ n_x n_z & n_y n_z & n_z^2 & -n_x n_z & -n_y n_z & -n_z^2 \\ -n_x^2 & -n_x n_y & -n_x n_z & n_x^2 & n_x n_y & n_x n_z \\ -n_x n_y & -n_y^2 & -n_y n_z & n_x n_y & n_y^2 & n_y n_z \\ -n_x n_z & -n_y n_z & -n_z^2 & n_x n_z & n_y n_z & n_z^2 \end{bmatrix} \quad (5.67)$$

ed è la stessa classica espressione trovata per un'asta tipo biella in regime elastico-lineare.

Le matrici sono riferite ad una singola asta. È, quindi, evidente che, per strutture con più elementi, è necessario assemblare le matrici di rigidezza di ogni elemento al fine di formare la matrice di rigidezza globale.

Riassumendo:

- 1) si calcola  $[K_G]$  e  $[K_E]$  di ogni elemento fune e/o biella;
- 2) si calcola  $[K] = [K_G] + [K_E]$  di ogni elemento;
- 3) si calcola la matrice di rigidezza globale della struttura con l'operazione standard di assemblaggio.

Per questa ultima fase, a titolo di esempio, si consideri un'asta compresa tra i nodi 2 e 4 (asta a), ed un'altra asta compresa tra i nodi 2 e 3 (asta b).

Scomponendo la matrice di ogni singola asta in quattro sottomatrici 3 x 3, le aste a e b avranno simbolicamente le matrici:

$$\begin{matrix} & u_2 & v_2 & w_2 & u_4 & v_4 & w_4 \\ \begin{matrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{matrix} & & & & & & \\ \begin{matrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{matrix} & & & & & & \end{matrix} \begin{bmatrix} K_a & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}$$

asta a

$$\begin{matrix} & u_2 & v_2 & w_2 & u_3 & v_3 & w_3 \\ \begin{matrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{matrix} & & & & & & \\ \begin{matrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{matrix} & & & & & & \end{matrix} \begin{bmatrix} K_b & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}$$

asta b

La matrice globale risultante dall'assemblaggio risulta quindi:

$$\begin{matrix} & u_1 & v_1 & w_1 & u_2 & v_2 & w_2 & u_3 & v_3 & w_3 & u_4 & v_4 & w_4 \\ \begin{matrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{matrix} & & & & & & & & & & & & \\ \begin{matrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{matrix} & & & & & & & & & & & & \\ \begin{matrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{matrix} & & & & & & & & & & & & \\ \begin{matrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{matrix} & & & & & & & & & & & & \end{matrix} \begin{bmatrix} & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & & \end{bmatrix}$$

### 5.6.2 Effetto della temperatura

Nelle tensostrutture, le variazioni termiche diurne e stagionali producono uno stato di coazione interno molto simile all'effetto della presollecitazione.

Un incremento positivo di temperatura provoca, nel sistema presollecitato, principalmente una diminuzione degli sforzi nelle aste e, viceversa, una variazione negativa, un aumento fittizio dello stato di presollecitazione.

Le variazioni termiche, pertanto, influenzano notevolmente sulla verifica di stabilità e resistenza della tensostruttura.

Infatti per  $+\Delta t$  bisognerà verificare che i residui di pretensione siano sufficienti, mentre per  $-\Delta t$ , accompagnato ai massimi carichi accidentali, dovrà essere eseguita la verifica di resistenza.

Nelle equazioni di equilibrio (5.56), occorre quindi considerare un ulteriore termine di dilatazione  $\epsilon(\Delta t)$  che provoca una variazione di sforzo:

$$\Delta S_{ij}^0 = EA_{ij} \alpha \Delta t_{ij} \quad (5.68)$$

dove:

- $\alpha$  = coefficiente di dilatazione lineare
- $\Delta t$  = variazione di temperatura
- $\Delta S_{ij}^0$  = variazione dello sforzo assiale dovuto allo sbalzo termico del generico elemento  $ij$ .

Per questo le equazioni (5.56) vengono modificate come segue:

$$\sum_i \left[ \frac{S_{ij}^0 - \Delta S_{ij}^0}{l_{ij}^0} (u_i - u_j) - \frac{\Delta S_{ij}^0}{l_{ij}^0} (x_i - x_j) + \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0 + \Delta S_{ij}^0}{l_{ij}^0} (x_i - x_j) \right] = -P_{ij} + R_{ij} \quad (5.69)$$

con

$$R_{ij} = \sum_i \left[ \frac{EA_{ij} - S_{ij}^0 + \Delta S_{ij}^0}{l_{ij}^0} \cdot \left[ (u_i - u_j) \left( a_{ij} + \frac{1}{2} b_{ij} - \frac{1}{2} a_{ij}^2 \right) + (x_i - x_j) \left( \frac{1}{2} b_{ij} - \frac{3}{2} a_{ij}^2 - \frac{3}{2} a_{ij} b_{ij} + \frac{5}{2} a_{ij}^3 \right) \right] \right] \quad (5.70)$$

Simili sono le altre due equazioni di equilibrio, nelle direzioni  $y$  e  $z$ , e le espressioni di  $R_{ij}$  e  $R_{ik}$ .

**5.6.3 Analisi delle membrane: modellazione strutturale**

Nella letteratura corrente riguardante le membrane rinforzate da funi la schematizzazione ad elementi finiti più semplice ed efficiente è quella sviluppata da K. Ishii [ ] sulla base della trattazione originale di Zienkiewicz di seguito riportata.

Gli elementi finiti considerati sono C.S.T. triangolari per elementi membrana ed elementi lineari tipo fune-truss a sforzo unilaterale (solo  $S > 0$ ) per il reticolo di rinforzo.

Le condizioni generali di equilibrio generale sono:

$$\{\psi(\{\sigma\})\} = \int_V [B]^T \{\sigma\} dV - \{R\} = 0 \quad (5.71)$$

dove:

$\{\psi\}$  è il vettore sommatoria delle forze esterne ed interne

$\{\sigma\}$  è il vettore delle tensioni

$\{R\}$  è il vettore delle forze esterne applicate

$[B]$  è la matrice di elasticità definita da:

$$d\{\epsilon\} = [B]d\{\delta\} \\ [B] = [B_0] + [B_L(\{\delta\})]$$

dove  $[B_0]$  è la parte lineare e  $[B_L]$  è la parte non lineare dipendente dalla configurazione deformata.

Considerando una risoluzione alla Newton-Raphson la relazione tra  $d\psi$  e  $d\{\delta\}$  si può esprimere:

$$d\{\psi\} = \int_V [B]^T \{\sigma\} dV + \int_V [B]^T d\{\sigma\} dV$$

usando le

$$d\{\sigma\} = [D]d\{\epsilon\} = [D][B]d\{\delta\}$$

si ha:

$$d\{\psi\} = \int_V d[B_L]^T \{\sigma\} dV + [K]d\{\sigma\}$$

dove:

$$[K] = \int_V [B]^T [D][B] dV$$

Il primo termine della (45) può essere scritto:

$$\int_V d[B_L]^T \{\sigma\} dV = [K_G]d\{\delta\}$$

dove  $K_G$  è la matrice geometrica funzione delle tensioni.

Assumendo la funzione di forma di tipo lineare tra dilatazioni e spostamenti secondo l'espressione non lineare

$$u = a_1 + a_2 x + a_3 y \\ v = a_4 + a_5 x + a_6 y \\ w = a_7 + a_8 x + a_9 y$$

si ha:

$$a_2 = (y_k u_j + y_j u_k + y_i u_i) / 2S \\ a_3 = (x_k u_j + x_j u_k + x_i u_i) / 2S \\ a_5 = (y_k v_j + y_j v_k + y_i v_i) / 2S \\ a_6 = (x_k v_j + x_j v_k + x_i v_i) / 2S \\ a_8 = (y_k w_j + y_j w_k + y_i w_i) / 2S \\ a_9 = (x_k w_j + x_j w_k + x_i w_i) / 2S$$

Dalla (5):

$$[B_L] = \frac{1}{2S} \begin{bmatrix} a_2 y_k & a_2 y_j & a_2 y_i & a_3 y_k & a_3 y_j & a_3 y_i & a_5 y_k & a_5 y_j & a_5 y_i & a_6 y_k & a_6 y_j & a_6 y_i & a_8 y_k & a_8 y_j & a_8 y_i & a_9 y_k & a_9 y_j & a_9 y_i \\ a_3 x_k & a_3 x_j & a_3 x_i & a_5 x_k & a_5 x_j & a_5 x_i & a_6 x_k & a_6 x_j & a_6 x_i & a_8 x_k & a_8 x_j & a_8 x_i & a_9 x_k & a_9 x_j & a_9 x_i & 0 & 0 & 0 \\ a_2 y_k & a_2 y_j & a_2 y_i & a_3 y_k & a_3 y_j & a_3 y_i & a_5 y_k & a_5 y_j & a_5 y_i & a_6 y_k & a_6 y_j & a_6 y_i & a_8 y_k & a_8 y_j & a_8 y_i & a_9 y_k & a_9 y_j & a_9 y_i \\ + a_2 x_k & + a_2 x_j & + a_2 x_i & + a_3 x_k & + a_3 x_j & + a_3 x_i & + a_5 x_k & + a_5 x_j & + a_5 x_i & + a_6 x_k & + a_6 x_j & + a_6 x_i & + a_8 x_k & + a_8 x_j & + a_8 x_i & + a_9 x_k & + a_9 x_j & + a_9 x_i \end{bmatrix}$$

Considerando il sistema di riferimento locale con l'asse  $x$  diretto dal nodo "i" al nodo "j" dell'elemento triangolare e considerando la numerazione  $i, j, k$  antioraria e con  $S$  l'area del triangolo la matrice di rigidezza geometrica è:

con

$$k_{gx} = \frac{n_x}{4S} \begin{bmatrix} k_g(y_{jk}^2) & k_g(y_{jk} y_{ij}) & k_g(y_{jk} y_{ij}) \\ k_g(y_{jk}^2) & k_g(y_{ij} y_{ij}) & k_g(y_{ij} y_{ij}) \\ sym & & k_g(y_{ij}^2) \end{bmatrix}$$

Per tenere conto dell'ortotropia dei materiali costituenti è necessario considerare la matrice  $D$  seguente:

$$D = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{12} & K_{22} & K_{23} \\ K_{13} & K_{23} & K_{33} \end{bmatrix}$$

dove:

$$K_{11} = a_{11} \cos^4 \vartheta + a_{22} \sin^4 \vartheta + 2(a_{12} + 2a_{33}) \cos^2 \vartheta \sin^2 \vartheta \\ K_{12} = a_{12} + (a_{11} + a_{22} - 2a_{12} - 4a_{33}) \cos^2 \vartheta \sin^2 \vartheta \\ K_{13} = a_{13} \cos^3 \vartheta \sin \vartheta - a_{23} \cos \vartheta \sin^3 \vartheta - (a_{12} + 2a_{33}) (\cos^2 \vartheta - \sin^2 \vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta \\ K_{22} = a_{11} \sin^4 \vartheta + a_{22} \cos^4 \vartheta + 2(a_{12} + 2a_{33}) \cos^2 \vartheta \sin^2 \vartheta \\ K_{23} = a_{13} \cos \vartheta \sin^3 \vartheta + a_{23} \cos^3 \vartheta \sin \vartheta + (a_{12} + 2a_{33}) (\cos^2 \vartheta - \sin^2 \vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta \\ K_{33} = a_{33} + (a_{11} + a_{22} - 2a_{12} - 4a_{33}) \cos^2 \vartheta \sin^2 \vartheta$$

e

$$a_{11} = E_x t / (1 - \nu_x \nu_y) \\ a_{22} = E_y t / (1 - \nu_x \nu_y) \\ a_{33} = G_{xy} t \\ a_{12} = \nu_y E_x t / (1 - \nu_x \nu_y) = \nu_x E_y t / (1 - \nu_x \nu_y) \\ E_x t E_y t \nu_x \nu_y / G_{xy} t$$

sono le costanti del materiale secondo gli assi principali elastici.

$\vartheta$ : l'angolo tra l'asse  $x$  delle coordinate locali e la direzione  $E_x$  misurata a partire dall'asse  $x$  verso l'asse  $y$ .

$$k_{gy} = \frac{n_y}{4S} \begin{bmatrix} k_g(x_{jk}^2) & k_g(x_{jk} x_{ij}) & k_g(x_{jk} x_{ij}) \\ k_g(x_{jk}^2) & k_g(x_{ij} x_{ij}) & k_g(x_{ij} x_{ij}) \\ Sym & & k_g(x_{ij}^2) \end{bmatrix}$$

$$k_{gy} = \frac{n_y}{4S} \begin{bmatrix} k_g(2y_{jk} x_{ij}) & k_g(y_{jk} x_{ij} + y_{ij} x_{ij}) & k_g(y_{jk} x_{ij} x_{ij}) \\ sym & k_g(2x_{jk} y_{ij}) & k_g(x_{ij} x_{ij} x_{ij}) \\ & & k_g(2x_{ij} y_{ij}) \end{bmatrix}$$

$$k_g(y_{jk}^2) = \begin{bmatrix} y_{jk}^2 & 0 & 0 \\ 0 & y_{jk}^2 & 0 \\ 0 & 0 & y_{jk}^2 \end{bmatrix}$$

$n_x, n_y, n_{xy}$ : le tensioni normali e di taglio sulla membrana.

Finalmente la rigidezza geometrica globale della membrana in riferimento locale è:

$$H_{GH} = K_{GX} + K_{GY} + K_{GXY}$$

Nel caso il sistema membranale presenti degli irrigidimenti eseguiti con funi metalliche di Kevlar o altri materiali è necessario considerare il contributo della matrice di rigidezza dell'elemento finito lineare fune. (vedi punto 5.6.1)

**5.6.4 Introduzione di approssimazioni per riduzione dello schema teorico**

Partendo dallo schema generale di analisi di tensostrutture con 3 gradi di libertà per nodo in regime di non linearità geometrica, è possibile introdurre delle approssimazioni che semplifichino e riducano il modello matematico in modo da ottenere risparmi di memoria e di tempo di calcolo, pur controllando la precisione e la validità dei risultati.

Alcune riduzioni del problema numerico sono:

1) Analisi di tensostrutture a bassa curvatura: in questo caso si riscontrano bassi rapporti di  $f/L$  e gli spostamenti orizzontali ( $u, v$ ) sono piccoli e trascurabili rispetto allo spostamento verticale  $w$ . Il problema, semplificato, si ottiene eliminando righe e colonne correlative a  $u$  e  $v$ , riducendo il numero delle incognite da  $3n$  a  $n$ .



L'algoritmo d'eliminazione delle righe e colonne ed il riordinamento del sistema di equazioni può risultare di per sé oneroso e può essere evitato, specialmente quando i risolutori lavorano a banda frastagliata, procedendo semplicemente ad annullare le righe e le colonne dei gradi di libertà da rimuovere con l'imposizione di un coefficiente diagonale unitario e carico correlativo nullo.

La risoluzione del sistema darà, automaticamente,  $u = v = 0$  per i gradi di libertà da eliminare.

2) **Analisi inestensionale:** in questo caso, gli spostamenti e le sollecitazioni vengono ricavati considerando nulle le dilatazioni nelle aste. Questa approssimazione è lecita per strutture altamente ipostatiche, nelle quali la componente dei movimenti rigidi cinematici sono molto maggiori di quelli elastici, come risulta nelle funi libere e nelle strutture pneumatiche.

3) **Analisi lineare:** viene annullato il termine  $R$  che contiene la parte non lineare. È il caso di strutture notevolmente rigide, nelle quali i carichi producono spostamenti sufficientemente piccoli. Nell'eventualità che si dovesse utilizzare questo algoritmo per la risoluzione di reticolari spaziali a doppio strato, questa approssimazione eviterebbe le successive iterazioni di calcolo oltre la prima coincidente con l'analisi lineare.

4) **Analisi equivalente:** nel caso di rete di funi con molti nodi, si ottiene un numero di equazioni che rende il calcolo molto oneroso. Quando la conformazione della rete lo permetta, è possibile ridurre fisicamente il problema, analizzando una rete equivalente a maglia diradata. Se si immagina una rete costituita da  $20 \times 20$  funi, si hanno 400 nodi e  $3 \times 400 = 1200$  incognite. Se la maglia viene dimezzata, aumentando semplicemente l'area delle funi equivalenti, si avranno  $10 \times 10$  funi e  $100 \times 3 = 300$  incognite.

**5.7 METODI NUMERICI PER L'ANALISI STATICA: RISOLUZIONE DEL SISTEMA DI EQUAZIONI NON-LINEARI**

I metodi di soluzione dei sistemi di equazioni non lineari giungono alla determinazione delle incognite attraverso procedimenti di analisi iterativa per successive approssimazioni.

I metodi di analisi iterativa più largamente adottati, nel campo che ci interessa, possono essere divisi in:

- diretti o matriciali
- indiretti o per vettori
- di minimizzazione funzionale.

**5.7.1 Metodi d'analisi iterativa diretta o matriciale**

Il sistema di equazioni non-lineari può essere schematizzato in forma matriciale nel seguente modo:

$$[K_E + K_G + K_{NL}][U] = \{P\}$$

dove:

- $K_E$  = matrice elastica lineare
- $K_G$  = matrice geometrica
- $K_{NL}$  = matrice dei termini non lineari.

Nella matrice globale  $[K] = [K_E + K_G + K_{NL}]$  sono presenti termini indipendenti dallo stato di spostamento, termini che dipendono da esso con relazioni del primo ordine, ed infine termini in cui la dipendenza è di ordine superiore al primo.

In base a questa considerazione, è possibile trascrivere il sistema di equazioni nella forma già vista:

$$[K_E + K_G][U] = -\{P\} + \{R\} \quad (5.71)$$

dove nella matrice  $[K_E + K_G]$  sono presenti i termini costanti dipendenti solo dai moduli elastici e dalle caratteristiche statiche delle sezioni, e i termini che dipendono linearmente dallo stato di spostamento. I termini di rigidezza dipendenti non linearmente dagli spo-

stamenti  $\{U\}$  sono stati estratti dalla matrice di rigidezza e, dopo essere stati moltiplicati per  $\{U\}$ , sono stati raccolti nel vettore  $\{R\}$ , che può formalmente essere considerato un vettore rappresentante fittizi carichi esterni nodali, agenti sulla struttura. Questa procedura risulta utile nel momento in cui si devono operativamente applicare i metodi di risoluzione dei sistemi di equazioni non lineari, alcuni dei quali sono qui di seguito illustrati.

Prima di addentrarci negli specifici metodi di risoluzione, vediamo brevemente la procedura generale da seguire. I passi (step) basilari di ogni schema iterativo sono(\*):

- 1) Si calcola il primo valore di  $U$  dalla (5.71) con  $R = 0$ .
- 2) Si calcola il valore di  $R$  sulla base del passo 1.
- 3) Si risolve  $K \cdot U = -P + R$  ottenendo un nuovo valore di  $U$ .
- 4) Si calcola un valore più corretto di  $U$ , sulla base dello spostamento ottenuto al passo 3.
- 5) Si ripetono i passi 3 e 4 fino a che non si giunge al risultato finale. Ciò accade quando il valore di  $U$  o di  $R$ , in due successivi cicli di iterazione, risulta in accordo con la tolleranza prefissata.

La curva caratteristica carichi-spostamenti, relativa ad una generica struttura in funi, è illustrata in fig. 5.16 ed essa rappresenta la curva tipica di risposta di un comportamento non lineare della struttura.

La tangente alla curva, nell'origine  $O$ , rappresenta la rigidezza  $K^{(0)}$  iniziale del sistema, mentre la tangente in ogni altro punto  $K'$  è rappresentativa della rigidezza istantanea per lo stato di equilibrio all'istante  $O'$ . Per ogni applica-

(\*): Da ora fino alla fine del paragrafo 5.7.1.2 vettori e matrici, per semplicità e chiarezza, verranno indicati senza le relative parentesi, ovvero nel modo seguente:  $K, U, P, R$ .

zione del carico  $P$ , il valore corretto dello spostamento è  $U$  e il corrispondente punto che noi cerchiamo sulla curva è  $C$ .

Il tratto  $CD$  tra la tangente all'origine e la curva, rappresenta il valore del termine non lineare  $R$ .

Questo vettore può essere inteso anche come carico non equilibrato ossia:

$$R = P - \sum K' \cdot U'$$

è la differenza tra il carico applicato e le forze nodali equilibrate nella configurazione  $U'$ .

Il processo iterativo, in sostanza, ricerca la  $K$  per la quale  $R=0$  che, per il ciclo generico  $(r)$ , si può sintetizzare con le espressioni:

$$K' \cdot U^{r+1} = P - \sum K' \cdot U^r$$

$$U^{r+1} = U^r + \Delta U^{r+1}$$

I metodi iterativi che illustriamo e che adottano, in linea di massima, questa procedura sono tre. In ordine di presentazione sono:

- Il metodo di Newton-Raphson
- Il metodo di Newton-Raphson modificato
- Il metodo incrementale.

**5.7.1.1 Metodo di Newton-Raphson**

Il metodo di Newton-Raphson, nella sua formulazione più tipica, prevede ad ogni ciclo iterativo, l'uso di una matrice di rigidezza funzione dello stato attuale di spostamento, ossia della rigidezza istantanea della struttura.

In altre parole, è necessario, ad ogni ciclo, ricalcolare la matrice di rigidezza della struttura.

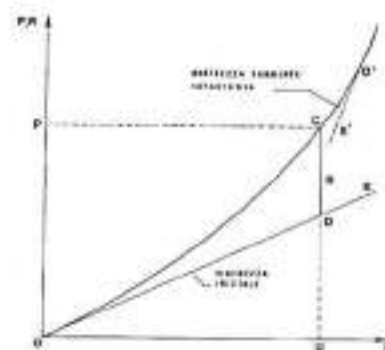


Fig. 5.16 Tipica configurazione in hardening della curva carichi-spostamenti per strutture in funi.

L'algoritmo risolutivo è costituito dalle seguenti operazioni, (che graficamente sono illustrate in fig. 5.17).

1) All'inizio del processo iterativo si considera la struttura nel suo stato indeformato, quindi si pongono nulli sia il vettore  $U$  degli spostamenti, che il vettore  $R$  delle forze nodali aggiunte dipendente da esso:

$$U^{(0)} = R^{(0)} = 0$$

2) Si calcola la matrice di rigidezza  $K^{(0)}$ , che è composta dai termini dipendenti dalle caratteristiche fisiche dei materiali e da quelle statiche delle sezioni, essendo per conseguenza diretta della (1) nulli i termini lineari degli spostamenti  $U$ .

3) Poiché la matrice  $K^{(0)}$  è formata da soli termini costanti, è possibile risolvere il sistema di equazioni lineari:

$$K^{(0)} \cdot U^{(1)} = -P$$

ottenendo il vettore degli spostamenti  $U^{(1)}$ .

Questi ultimi, come si nota anche dal grafico di fig. 5.17, non sono però i veri spostamenti che avvengono nella struttura; occorre, quindi, proseguire il processo iterativo.

4) In funzione del vettore  $U^{(1)}$ , è possibile calcolare il vettore  $R^{(1)}$  e la nuova matrice di rigidezza  $K^{(1)}$ .

5) Si risolve il nuovo sistema di equazioni:

$$K^{(1)} \cdot \Delta U^{(1)} = R^{(1)}$$

Risolvendolo, si ottiene il vettore  $\Delta U^{(1)}$  degli incrementi di spostamento rispetto alla configurazione approssimata precedente, in funzione del «carico esterno

aggiunto»  $R^{(1)}$ .

6) Lo spostamento è ora rappresentato dal vettore:

$$U^{(2)} = U^{(1)} + \Delta U^{(1)}$$

7) In base al vettore  $U^{(2)}$ , si possono ricalcolare la nuova matrice di rigidezza  $K^{(2)}$  e il nuovo vettore  $R^{(2)}$ .

8) Si risolve allora il nuovo sistema di equazioni:

$$K^{(2)} \cdot \Delta U^{(2)} = R^{(2)}$$

ricavando i nuovi incrementi di spostamento  $\Delta U^{(2)}$  tali che:

$$U^{(3)} = U^{(2)} + \Delta U^{(2)}$$

La procedura iterativa avrà termine quando la norma del vettore  $\Delta U$ , o del vettore  $R$ , risulta inferiore ad una prefissata tolleranza dipendente dal tipo di problema e dal grado di precisione che si richiede alla soluzione. La matrice di rigidezza istantanea, (rappresentata, come già accenna-

to, dalla tangente alla curva carichi spostamenti, e per questo chiamata anche matrice di rigidezza tangente), viene ricalcolata ad ogni ciclo iterativo; questo rende il metodo molto oneroso.

### 5.7.1.2 Metodo di Newton-Raphson modificato

Questo metodo richiede soltanto il calcolo della matrice di rigidezza relativa allo stato iniziale indeformato della struttura (fig. 5.18).

La procedura iterativa si può riassumere nei seguenti punti.

1) Si assume la struttura nel suo stato indeformato ossia:

$$U^{(0)} = 0 \quad R^{(0)} = 0$$

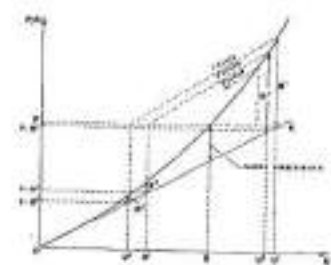
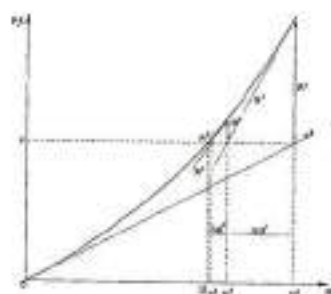


Fig. 5.17 Interpretazione grafica dell'algoritmo di Newton-Raphson.

Fig. 5.18 Interpretazione grafica dell'algoritmo di Newton-Raphson modificato.

2) Si calcola lo spostamento  $U^{(1)}$  risolvendo il sistema

$$K^{(0)} \cdot U^{(1)} = -P$$

La matrice di rigidezza è rappresentata, graficamente, dalla tangente alla curva carichi-spostamenti nel punto di ascissa  $U = 0$  (origine degli assi).

3) Mediante il vettore  $U^{(1)}$  è possibile calcolare  $R^{(1)}$  che da esso dipende.

4) Si risolve il sistema

$$K^{(0)} \cdot U^{(2)} = -P + R^{(1)}$$

per ottenere una migliore approssimazione del vettore  $U$ .

5) Con il nuovo valore  $U^{(2)}$ , si calcola nuovamente  $R^{(2)}$  e risolvendo l'equazione:

$$K^{(0)} \cdot U^{(3)} = -P + R^{(2)}$$

si ottiene  $U^{(3)}$ . Ecc. ecc...

A differenza di quanto accade col metodo di Newton-Raphson, qui, i termini noti del sistema sono rappresentati dalla somma algebrica  $-P + R$ .

Lo stato di spostamento ottenuto è quello globale e non più quello relativo al carico fittizio  $R^{(i)}$ .

Il metodo Newton-Raphson modificato richiede, per ogni ciclo iterativo, un onere computazionale più modesto rispetto al Newton-Raphson, ma si rileva, d'altra parte che, generalmente, per giungere alla convergenza, occorre un maggior numero di iterazioni. La lentezza della convergenza dipende dalla scelta della matrice di rigidezza tangente iniziale, in luogo di quella tangente istantanea.

La matrice iniziale, infatti, poiché viene mantenuta costante per tutti i cicli, non può tenere conto delle modificazioni che intervengono sulla struttura in seguito alla applicazione dei carichi. L'unico termine che tiene conto di que-

sta influenza è il vettore  $R$ . Lo stato di spostamento  $U^{(i)}$ , tanto più approssima lo stato di spostamento reale  $U$ , quanto più  $R^{(i)}$  è vicino al corretto valore di  $R$ .

Esistono casi in cui i due metodi vengono applicati in coppia, cioè si eseguono alcune iterazioni col metodo di Newton-Raphson modificato mantenendo costante la matrice di rigidezza e poi, per accelerare la convergenza, viene eseguita una iterazione aggiornando la matrice  $K$  che, a sua volta, viene mantenuta costante per alcuni passi successivi. In particolari casi, in cui una struttura presenti una forte non-linearità del legame carichi-spostamenti, e per particolari condizioni di carico, può accadere che la convergenza venga meno,  $R > P$ .

Se ciò si verifica con carichi inferiori a quelli di progetto, Mollman e Mortensen [5.4] suggeriscono di assumere, anziché la pretensione iniziale di progetto, una pretensione fittizia ottenuta sommando alla precedente una stima dell'incremento dello sforzo dovuto ai carichi. In questo modo, la matrice di rigidezza  $[K^*]$  viene scambiata fittiziamente con una matrice ponderata  $\beta[K^*] = [K^*]$  mediante un termine correttivo  $\beta$  e la convergenza è ottenuta secondo il grafico di fig. 5.19.

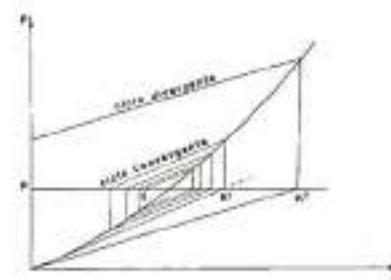
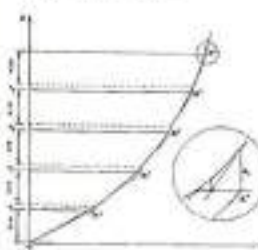


Fig. 5.19

### 5.7.1.3 Metodo incrementale

Quando il problema da risolvere, cioè il sistema di equazioni non lineari, è caratterizzato da un alto grado di non linearità ed i carichi agenti sulla struttura sono molto grandi, si può ricorrere al metodo incrementale. Il carico, in questo caso, non viene applicato in una sola volta, ma suddiviso in un certo numero di intervalli. Ad ogni intervallo, viene calcolata la matrice di rigidezza

Fig. 5.20 Interpretazione geometrica del metodo incrementale; carico applicato in n passi.



istantanea  $K^{(1)}, K^{(2)}, \dots, K^{(n)}$  (fig. 5.20). Poiché, al termine di ogni passo, si ha un errore residuo in misura dipendente dall'ampiezza del passo, se tale errore non viene corretto, si constata una divergenza del procedimento per accumulo di errori. Tanto più il passo di incremento dei carichi è piccolo, tanto minore è l'errore che si commette. Il metodo più semplice di autocorrezione consiste nell'aggiungere le forze residue-correnti all'incremento di carico successivo. Si ottiene una maggiore precisione iterando all'interno dello stesso passo di carico, con uno schema alla Newton-Raphson o Newton-Raphson modificato.

Nel diagramma a blocchi di fig. 5.21 è illustrato il flusso logico corrispondente ai tre metodi di iterazione indiretta matriciale fin qui descritti.

**Esempio 5.3**

Si consideri la struttura illustrata in fig. 5.22.

Si tratta di una fune singola, vincolata agli estremi 1-3 e suddivisa in due elementi a-b. Si vuole determinare lo spostamento del nodo centrale 2, a cui è applicato un carico verticale P. I dati relativi alla struttura sono:

- $L = 10 \text{ m}$
- $f = 0,5 \text{ m}$
- $EA = 30.000 \text{ kN}$
- $P = 20 \text{ kN}$
- $z_1 = 0; z_2=0,5 \text{ m}; z_3=0$

Si noti che la struttura possiede gli stessi dati geometrici ed elastici di quella relativa all'esempio 5.1 ed è soggetta allo stesso carico.

Sarà, quindi, possibile al lettore fare un confronto tra il risultato ottenuto precedentemente, con quelli forniti da questo e dai due seguenti esempi in cui, per la risoluzione del problema, si sono adottati rispettivamente i metodi: Newton-

Raphson modificato ed incrementale. Nell'ambito di questo esempio, viene svolta la prima di queste procedure. Considerazioni generali sulla struttura: essa è simmetrica e caricata simmetricamente, pertanto solo lo spostamento verticale  $w_2$  ha un valore diverso da zero. Le matrici **K**, **U**, **P** e **R** si riducono tutte ad un numero. Gli elementi necessari per avviare la procedura Newton-Raphson sono principalmente:

$$\begin{aligned} S_x &= S_b = 0 \\ l_a &= l_b = 5,025 \text{ m} \\ z_1 - z_2 &= -0,5 \text{ m} \\ z_2 - z_3 &= -0,5 \text{ m} \\ a_a &= a_b = \frac{1}{l_a} (z_1 - z_2) \\ &= (-w_2^{(1)}) = 0,0198019 w_2^{(1)} \end{aligned}$$

Sostituendo questi valori nella parte sinistra della equazione (5.56c) si ha:

$$-118,22029 w_2^{(1)}$$

**CICLO I**

Si assume  $R_{22}^{(0)} = 0$  e  $w_2^{(0)} = 0$ . La rigidezza vale:  $K^{(1)} = 118,22029 \text{ kN/m}$ . Si ha quindi:

$$-118,22029 w_2^{(1)} = -20$$

$$w_2^{(1)} = 0,16917 \text{ m}$$

**CICLO 2**

Per determinare il valore di  $K^{(2)}$ , è necessario computare i nuovi valori degli sforzi nella fune, delle lunghezze e delle coordinate. Pertanto:

$$\begin{aligned} z_1^{(2)} &= z_1^{(1)} + w_2^{(1)} = 0,5 + 0,16917 = 0,66917 \text{ m} \\ l_a^{(2)} &= l_b^{(2)} = 5,04458 \text{ m} \\ S_a^{(2)} &= S_b^{(2)} = 116,89551 \end{aligned}$$

Sostituendo questi valori nell'equazione (5.56c) si ha:

Fig. 5.21

- 1) Metodo di Newton-Raphson
- 2) Metodo di Newton-Raphson modificato
- 3) Metodo incrementale
- 4) Metodo incrementale +N.R. modificato

Fig. 5.22



$$2 \left[ \frac{116,89551}{5,04458} \Delta w_2^{(1)} - (30,000 - 116,89551) \cdot \frac{(0,66917)^2}{(5,04458)^3} \Delta w_2^{(1)} \right] = -254,8198 \Delta w_2^{(1)}$$

$R_{22}^{(1)}$  può essere calcolato sulla base del valore di  $w_2^{(1)}$  trovato nel ciclo 1. È, però, necessario calcolare i termini a, b, c, d, i quali svolgendo i calcoli valgono:

$$\begin{aligned} a &= 0,0033498 & c &= 0,0038994 \\ b &= 0,0011334 & d &= 0,0011109 \end{aligned}$$

che, introdotti nella espressione di  $R_{22}$ , danno:

$$R_{22}^{(1)} = 11,192674 \text{ kN}$$

Pertanto, avremo con

$$K^{(1)} = -254,8198 \text{ kN/m}$$

$$-254,8198 \Delta w_2^{(1)} = 11,192674$$

da cui:

$$\Delta w_2^{(1)} = -0,04392 \text{ m}$$

e quindi:

$$w_2^{(2)} = w_2^{(1)} + \Delta w_2^{(1)} = 0,12525 \text{ m}$$

**CICLO 3**

Si calcola  $K^{(2)}$  in modo analogo al ciclo 2 ottenendo:

$$K^{(2)} = -215,85689 \text{ kN/m}; R_{22}^{(2)} = 74,681793$$

da cui:

$$-215,85689 \Delta w_2^{(2)} = 74,681793$$

$$\Delta w_2^{(2)} = -0,00346 \text{ m}$$

$$w_2^{(3)} = w_2^{(2)} + \Delta w_2^{(2)} = 0,12179 \text{ m}$$

Se si adotta una tolleranza pari  $\epsilon = 2,5 \cdot 10^{-4}$ , con  $\left| \frac{w_2^{(n)} - w_2^{(n-1)}}{w_2^{(n)}} \right| < \epsilon$  per porre fine al procedimento iterativo, quest'ultimo si arresta già al 4° ciclo, in corrispondenza di  $w_2^{(4)} = 0,12177 \text{ m}$  (vedi tabella 5.5).

CICLO	$w_2^{(n)}$
1	0,16917
2	0,12525
3	0,12179
4	0,12177

Tab. 5.5

**Esempio 5.4**

Adottiamo, ora, il metodo Newton-Raphson modificato per calcolare lo spostamento  $w_2$ . La matrice  $k$ , in questa procedura, rimane invariata per tutti i cicli iterativi.

**CICLO 1**

$$\begin{aligned} K^{(0)} &= 118,22029 \text{ kN/m} & R_{22}^{(0)} &= 0 & w_2^{(0)} &= \\ & & & & -118,22029(w_2^{(1)}) &= -20 \\ & & & & w_2^{(1)} &= 0,16917 \text{ m} \end{aligned}$$

**CICLO 2**

Si deve calcolare  $R_{22}^{(1)}$  sulla base del valore di  $w_2^{(1)}$ ; pertanto in relazione alla eq. (5.57c) dopo aver ricavato:

$$\begin{aligned} a &= 0,0033498 & c &= 0,0038884 \\ b &= 0,0011334 & d &= 0,0011109 \end{aligned}$$

si ha:

$$R_{22}^{(1)} = -2 \cdot 30,000 \left( \frac{0,16917}{5,025} \cdot 0,0038994 + \frac{0,5}{10,05} \cdot 0,0011109 \right) = 11,192674 \text{ kN}$$

per cui

$$\begin{aligned} -118,22029 w_2^{(2)} &= -20 + 11,192674 \\ w_2^{(2)} &= 0,07449 \text{ m} \end{aligned}$$

**CICLO 3**

Ripetendo la procedura del ciclo 2, e quindi ricalcolando i nuovi termini dipendenti da  $w_2^{(2)}$  si ha:

$$\begin{aligned} a &= 0,0014750 & c &= 0,0015815 \\ b &= 0,0002197 & d &= 0,0002122 \end{aligned}$$

che, inseriti nella espressione di  $R_{22}$ , danno:

$$R_{22}^{(2)} = 2,0400708 \text{ kN}$$

L'equazione di equilibrio è, pertanto:

$$-118,22029 w_2^{(3)} = -20 + 2,0400708$$

da cui:

$$w_2^{(3)} = 0,15192 \text{ m}$$

La convergenza, con l'adozione anche in questo caso di una tolleranza  $\epsilon = 2,5 \times 10^{-4}$  m, è ottenuta dopo 30 cicli iterativi, in corrispondenza di  $w_2^{(30)} = 0,12175$  m. I risultati delle iterazioni intermedie sono riportati nella tabella 5.6. Per ottenere una maggiore velocità di convergenza, è possibile utilizzare, all'interno della procedura esposta, il metodo di interpolazione considerato al paragrafo 5.5 una volta ottenuti i primi quattro valori del residuo:

$$R_{12}^{(1)} \quad R_{12}^{(2)} \quad R_{12}^{(3)} \quad R_{12}^{(4)}$$

Ciò comporta una riduzione degli oneri computazionali, in quanto, operando con questa procedura i cicli iterativi si riducono a otto, ed i risultati relativi sono riportati in tabella 5.7.

CICLO 1

$$K^{(1)} = -118,22029 \text{ kN/m} \quad P = 4 \text{ kN}$$

$$-118,22029 w_2^{(1)} = 4$$

$$w_2^{(1)} = 0,034 \text{ m}$$

CICLO 2

$$z_2^{(1)} = z_2^{(0)} + w_2^{(1)} = 0,53383 \text{ m}$$

$$f_n^{(1)} = f_n^{(0)} = 5,02841 \text{ m}$$

$$S_n^{(1)} = S_n^{(0)} = 20,35818 \text{ kN}$$

$$K^{(2)} = 2 \left[ \frac{20,35818}{5,02841} (30,000 - 20,35818) + \frac{(0,53383)^2}{(5,02841)^3} \right] = 142,48831 \text{ kN/m}$$

Per cui:

$$142,48831 w_2^{(2)} = 4$$

$$w_2^{(2)} = 0,02807 \text{ m}$$

Si procede, quindi, in modo analogo sino al 5° ciclo e lo spostamento finale è dato dalla somma degli spostamenti parziali ricavati alla fine di ogni step. Il valore definitivo è  $w_2 = 0,12799$  m, ottenuto come illustrato nella tabella 5.8.

CICLO	K (kN/m)	P (kN)	w <sub>2</sub> (m)
1	-118,22029	4	0,03393
2	-142,48831	4	0,02807
3	-163,29744	4	0,02440
4	-183,01311	4	0,02162
5	-201,30080	4	0,01937
SPOST. TOTALE w <sub>2</sub> = 0,12799			

Come si nota il risultato si discosta sensibilmente dagli altri ottenuti con i due metodi precedenti. Ciò è dovuto alla suddivisione del carico in 4 kN per ogni passo. Quest'ultimo valore, per una migliore convergenza, sarebbe dovuto essere inferiore, comportando, ovviamente, un numero più elevato di cicli iterativi.

Al fine di ottenere un risultato più vicino alla realtà, sono stati adottati, all'interno di ogni step del metodo incrementale, due cicli del Newton-Raphson modificato, eseguendo, poi, la media dei due risultati di spostamento così ottenuti. I calcoli svolti hanno portato ad un valore di spostamento pari a  $w_2 = 0,12160$  m, valore, questo, nettamente

più vicino a quelli precedentemente ottenuti.

Nella tabella 5.9, sono indicati i risultati per i cinque step svolti nel modo descritto.

CICLI	w <sub>2</sub> (m)
1	0,03393
2	0,02807
3	0,02440
4	0,02162
5	0,01937
SPOST. TOT. w <sub>2</sub> = 0,12160	

A conclusione di questa indagine a livello di risoluzione numerica sui metodi iterativi, è interessante riportare su grafico i risultati ottenuti, che forniscono una indicazione visiva dei vari meccanismi di convergenza.

A questo scopo, si faccia riferimento

### 5.7.1.4 Applicazione del metodo incrementale a strutture piane e spaziali

Come è stato accennato nella trattazione teorica, quando il numero di nodi di una generica struttura in funi è elevato, e questo si verifica spesso nella realtà costruttiva, (le equazioni da risolvere sono  $3 \times N$  con  $N$  = numero dei nodi), è pertanto necessario risolvere il problema ricorrendo a programmi di calcolo. Nel caso specifico degli esempi che seguono, è stato adottato il programma TENSO (vedi Appendice A e paragrafo 5.10.4) che lavora per via incrementale adottando, all'interno di ogni incremento, il metodo iterativo di Newton-Raphson.

#### Esempio 5.6

Si consideri la struttura illustrata in fig. 5.24a i cui dati geometrici sono

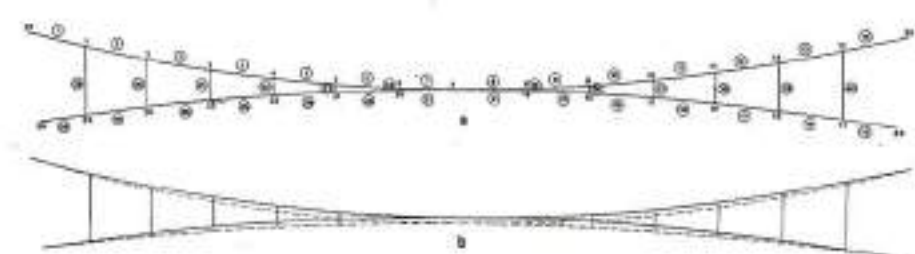


Fig. 5.24 a) Stato «0» con numerazione nodi ed aste.  
b) Deformazione causata dalla condizione di carico 2 (neve).

al grafico di fig. 5.23.

Come si nota, la convergenza è ottenuta, sempre in relazione alla struttura di fig. 5.22, in modi diversi: mentre il metodo di Newton-Raphson modificato si avvicina al risultato finale con un andamento oscillatorio, gli altri due si avvicinano alla soluzione «asintoticamente».



gli stessi visti nell'esempio 4.5.

Nel dimensionamento di massima, si supponeva una trasmissione uniforme degli sforzi (trattazione al continuo). In questo caso, invece, la trasmissione degli sforzi avviene in modo puntiforme (trattazione al discreto), per mezzo dei tiranti verticali.

Risulta, quindi, necessario fissare l'area della sezione di questi ultimi  $A_{tr} = 7,1 \text{ cm}^2$ . Per quanto riguarda le condizioni di carico, si è proceduto come segue.

Fase «0» = sola pretensione (\*) pari a 2700 N/m; nodi caricati nessuno.

Fase «1» = pretensione + copertura (compreso peso delle funi e attacchi) pari a 12,5 kN; nodi caricati da 1 a 13.

Tab. 5.6

CICLI	w <sub>2</sub> (m)	CICLI	w <sub>2</sub> (m)
1	0,09917	16	0,11988
2	0,07449	17	0,12324
3	0,15192	18	0,12054
4	0,09402	19	0,12271
5	0,14135	20	0,12087
6	0,10452	21	0,12237
7	0,13458	22	0,12125
8	0,11079	23	0,12213
9	0,13016	24	0,12163
10	0,11467	25	0,12184
11	0,12713	26	0,12168
12	0,11730	27	0,12180
13	0,12527	28	0,12171
14	0,11896	29	0,12178
15	0,12405	30	0,12175

Tab. 5.7

CICLI	w <sub>2</sub> (m)
1	0,09917
2	0,07449
3	0,15192
4	0,09402
5	0,14135
6	0,12158
7	0,12175
8	0,12175

#### Esempio 5.5

Per risolvere il sistema strutturale di fig. 5.22 con il metodo incrementale, è stata scelta la soluzione di suddividere il carico applicato di 20 kN in cinque parti quindi, 4 kN per ogni step.

Tab. 5.8

Tab. 5.9

Fig. 5.23 Convergenza dei tre metodi iterativi, relativa alla fune di figura 5.22.

Fase «2» = pretensione + copertura + neve pari a 36 kN; nodi caricati da 1 a 13;

Fase «3» = pretensione + copertura + vento pari a -4 kN; nodi caricati da 1 a 13.

Nella tabella 5.10 sono riportati i risultati relativi agli sforzi nelle aste per le 4 fasi di carico, mentre in tabella 5.11 sono riportati gli spostamenti verticali. Gli spostamenti orizzontali, in valore assoluto, variano da un minimo di 0,00292 m ad un massimo di 0,0116 m.

**Esempio 5.7**

Si consideri il paraboloide iperbolico già preso in esame per il dimensionamento di massima nell'esempio 4-6 con conseguente validità dei relativi dati geometrici.

Anche in questo caso, per la fase di carico iniziale, è stata introdotta soltanto la pretensione, conglobando il carico dovuto alle funi e agli attacchi nel peso della copertura.

Per la precisione, i carichi considerati agenti sulla struttura sono:

Fase «0» = sola pretensione pari a 2400 N/m; nodi caricati nessuno.

Fase «1» = pretensione + copertura pari a 7,2 kN; nodi caricati da 1 a 25.

Fase «2» = pretensione + copertura + neve pari a 16 kN; nodi caricati da 1 a 25.

Fase «3» = pretensione + copertura + vento pari a -4,8 kN; nodi caricati da 1 a 25.

I risultati ottenuti sono riportati nelle tabelle 5.12 e 5.13, rispettivamente per gli sforzi nelle aste e gli spostamenti verticali.

Per quanto riguarda gli spostamenti nel piano xy, essi si mantengono per la fase di carico più gravosa, fase 2, in valore assoluto nei limiti di 0,5-1,7 cm, e sono rilevabili (linee tratteggia-

**SPORZI NELLE ASTE (kN)**

ASTA	FASE 0	FASE 1	FASE 2	FASE 3
1	403,33	645,500	1100,18	326,178
2	400,62	640,989	1091,13	324,021
3	398,14	636,877	1083,13	322,275
4	396,11	633,547	1076,63	320,871
5	395,13	630,971	1071,66	319,897
6	394,22	629,176	1068,09	319,268
7	393,76	627,828	1065,74	319,144
8	393,76	627,828	1065,77	319,128
9	394,22	629,176	1068,09	319,253
10	395,13	631,002	1071,63	319,857
11	396,51	633,547	1076,63	320,872
12	398,34	636,828	1083,10	322,259
13	400,63	640,910	1091,10	323,891
14	403,73	645,511	1100,15	326,167
15	580,35	466,842	289,031	619,737
16	574,47	468,828	288,580	617,571
17	576,89	464,600	288,142	615,838
18	575,63	463,785	287,854	614,386
19	574,68	463,264	287,730	613,210
20	574,05	463,084	287,912	612,400
21	573,74	463,364	288,552	611,823
22	573,74	463,342	288,529	611,823
23	574,05	463,084	287,901	612,400
24	574,68	463,257	287,736	613,209
25	575,63	463,395	287,853	614,385
26	576,89	464,568	288,130	615,793
27	578,47	465,634	288,692	617,293
28	580,35	466,842	288,986	619,715
29	15,458	9,44332	3,92701	14,8549
30	15,570	10,1578	5,52812	14,7712
31	17,488	10,1016	5,45111	14,7451
32	17494	10,1086	5,45715	14,7311
33	13,483	10,0822	5,44571	14,7397
34	13,278	9,88406	5,33137	14,5345
35	13,278	9,87911	5,33137	14,5485
36	13,483	10,1032	5,43073	14,7397
37	13,494	10,1008	5,40413	14,7371
38	13,488	10,1018	5,47506	14,7311
39	13,530	10,1378	5,52911	14,7592
40	13,438	9,44332	3,92701	14,8549

Tab. 5.10

**SPOSTAMENTI (m)**

NODO	FASE 1	FASE 2	FASE 3
1	-83757E-01	-337570E+01	-153835E-01
2	-938594E-01	-261302E+00	-306630E-01
3	-131685E+00	-364158E+00	-452367E-01
4	-161395E+00	-455118E+00	-551845E-01
5	-182935E-00	-503650E+00	-604055E-01
6	-196063E+00	-579230E+00	-648365E-01
7	-199854E-00	-589540E+00	-661754E-01
8	-196973E+00	-592230E+00	-648351E-01
9	-182935E+00	-503650E+00	-604065E-01
10	-161397E+00	-445113E-01	-551801E-01
11	-131686E+00	-364158E+00	-452334E-01
12	-938671E-01	-261302E+00	-306601E-01
13	-483692E-01	-137577E+00	-153803E-01
14	-481791E-01	-137082E+00	-153279E-01
15	-537204E-01	-200720E+00	-205662E-01
16	-131530E+00	-363537E+00	-452106E-01
17	-161235E+00	-448072E+00	-551816E-01
18	-182756E+00	-502965E+00	-604140E-01
19	-195889E+00	-537850E+00	-648527E-01
20	-195889E+00	-537850E+00	-648537E-01
21	-102758E+00	-502409E+00	-604172E-01
22	-161231E+00	-448073E+00	-551851E-01
23	-131505E+00	-363362E+00	-452210E-01
24	-937142E-01	-260727E+00	-305691E-01
25	-481750E-01	-137082E+00	-153322E-01

Tab. 5.11

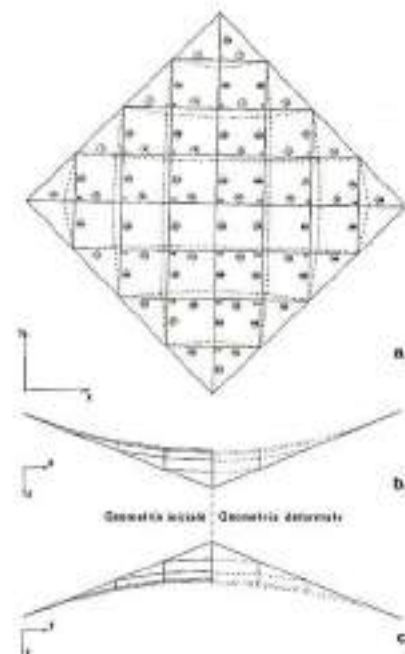
Fig. 5.12

**SPOSTAMENTI (m)**

NODO	FASE 1	FASE 2	FASE 3
1	-339433E-01	715951E-01	-238919E-01
2	-391319E-01	800378E-01	-262130E-01
3	-511928E-01	119802E+00	-367905E-01
4	-391223E-01	800838E-01	-262157E-01
5	-392998E-01	867875E-01	-261377E-01
6	-363673E-01	124820E+00	-373915E-01
7	-617575E-01	136006E+00	-418022E-01
8	-563681E-01	124825E+00	-373862E-01
9	-393800E-01	867841E-01	-261419E-01
10	-363634E-01	825785E-01	-328436E-01
11	-555991E-01	126652E+00	-357263E-01
12	-628850E-01	141935E+00	-412564E-01
13	-648618E-01	149999E+00	-431856E-01
14	-628970E-01	141932E+00	-412610E-01
15	-555970E-01	126649E+00	-357321E-01
16	-363858E-01	825777E-01	-328368E-01
17	-362997E-01	867857E-01	-261389E-01
18	-563678E-01	124824E+00	-373825E-01
19	-617763E-01	136005E+00	-418024E-01
20	-363804E-01	124822E+00	-373870E-01
21	-393802E-01	867829E-01	-261430E-01
22	-391328E-01	800356E-01	-262135E-01
23	-551946E-01	114999E+00	-367871E-01
24	-391572E-01	800350E-01	-262146E-01
25	-339401E-01	715903E-01	-239844E-01

te) dalla fig. 5.25a, in cui gli spostamenti stessi sono stati amplificati, per una migliore resa grafica. Come si nota dalla tabella 5.13, gli sforzi maggiori (aste 13-20) che si riscontrano nelle funi portanti per le fasi 1,2,3 corrispondono alla fune mediana disposta secondo l'asse x e, viceversa, gli sforzi minori (aste 33-44) che si riscontrano nelle funi stabilizzanti per le fasi 1,2,3 corrispondono alla fune mediana disposta secondo l'asse y.

Fig. 5.25 a) Planta della struttura in fase «0» e in fase «2» (linee tratteggiate); b-c) Prospetti; nella parte destra sono indicati gli spostamenti verticali relativi alla fase «2».



**SPORZI NELLE ASTE (kN)**

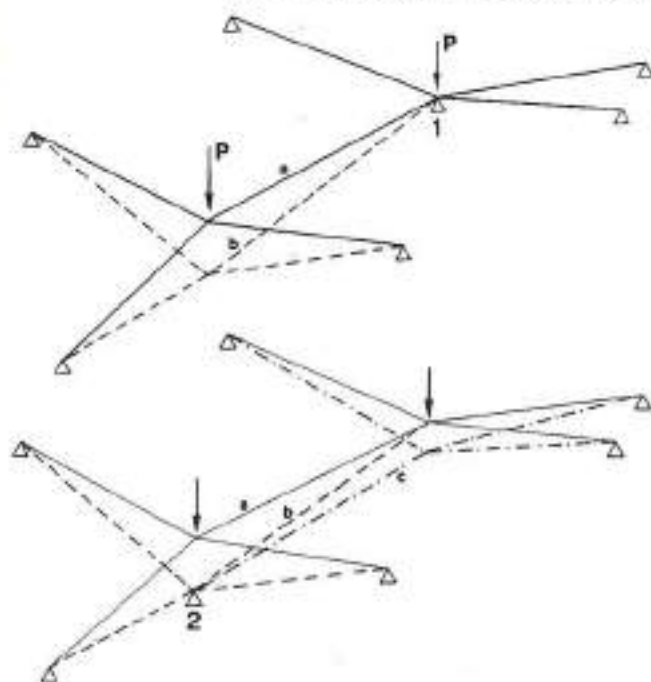
ASTA	FASE 0	FASE 1	FASE 2	FASE 3
1	96,120	111,293	131,002	86,8674
2	96,120	111,297	131,002	86,8674
3	97,874	124,961	160,284	79,1766
4	96,120	123,539	158,210	78,4881
5	96,120	123,539	158,210	78,4881
6	97,874	124,961	160,284	79,1767
7	98,954	134,143	178,522	76,1516
8	97,874	131,295	154,334	74,8553
9	96,120	129,520	172,402	74,1667
10	96,120	129,520	172,398	74,1668
11	97,874	131,295	154,340	74,8592
12	98,955	134,147	178,518	76,1516
13	101,711	140,195	190,994	77,0313
14	98,955	136,895	184,364	75,2547
15	97,874	133,517	180,347	73,9268
16	96,120	131,596	178,492	73,2344
17	96,120	131,596	178,492	73,2393
18	97,874	135,717	183,343	73,0304
19	98,955	136,895	184,364	75,2566
20	101,711	140,485	191,994	76,9993
21	98,954	134,143	178,522	76,1535
22	97,874	131,295	154,344	74,8592
23	96,120	129,520	172,402	74,1707
24	96,120	129,520	172,402	74,1667
25	97,874	131,295	154,344	74,8555
26	98,955	134,143	178,518	76,1516
27	97,874	124,965	160,284	79,1767
28	96,120	123,539	158,210	78,1681
29	96,120	123,539	158,210	78,4842
30	97,874	124,965	160,284	79,1747
31	96,120	111,299	131,010	80,8556
32	96,120	111,289	131,010	80,8556
33	101,711	64,9714	25,3126	127,520
34	98,954	64,9734	25,2173	122,286
35	98,955	63,7018	22,8910	123,494
36	98,954	64,9773	25,2174	122,286
37	97,874	70,4886	40,2123	115,544
38	97,874	63,9584	25,1327	119,773
39	97,874	62,6523	22,7645	121,016
40	97,874	63,9584	25,1327	119,773
41	97,874	70,4886	40,2074	115,540
42	96,120	82,2912	60,4497	108,112
43	96,120	69,9162	40,0126	114,295
44	96,120	63,2038	25,0887	118,543
45	96,120	62,1759	22,6118	119,798
46	96,120	63,2038	25,0887	118,534
47	96,120	69,9162	40,0108	114,291
48	96,120	82,2952	60,4497	108,116
49	96,120	82,2952	60,4497	108,112
50	96,120	69,9162	40,0126	114,291
51	96,120	63,2898	25,0887	118,547
52	96,120	63,0731	22,6139	119,794
53	96,120	63,2898	25,0887	118,539
54	96,120	69,9201	40,0106	114,291
55	96,120	82,2952	60,4497	108,116
56	97,874	70,4886	40,2133	115,544
57	97,120	63,9544	25,1327	119,777
58	97,131	62,6523	22,7684	121,020
59	97,874	63,9544	25,1327	119,777
60	97,874	70,4886	40,2094	115,541
61	98,955	64,9734	25,2174	121,287
62	98,955	63,6989	22,8910	123,494
63	98,955	64,9774	25,2174	121,267
64	101,711	64,9714	25,3126	127,326

Tab. 5.13



continua, infatti, può essere interpretata fisicamente pensando che l'intera struttura sia bloccata inizialmente con vincoli fittizi. Rimossi i vincoli per un nodo generico, il carico applicato produrrà degli spostamenti, calcolabili con la (5.72) pensando i nodi adiacenti vincolati nella posizione corrispondente alla ultima iterazione. Bloccato nuovamente il nodo nella nuova configurazione (caratterizzata dalla posizione di arrivo dello stesso e dalla variazione di sforzo negli elementi di fune che lo collegano ai nodi adiacenti), si lavora ciclicamente, e a più riprese, su tutti i nodi dell'ordito, fino a che le reazioni dei vincoli ausiliari risultino inferiori ad una quantità prefissata, piccola quanto si vuole. La metodologia descritta può essere applicata anche per il calcolo della configurazione e dello stato di sollecitazione della generica struttura in regime di pura pretensione. La fig. 5.27, che illustra schematicamente la situazione generica di vincolo e di carico durante il ciclo iterativo, suggerisce di adottare un metodo di iterazione continua per nodo e non per grado di libertà. In questo caso il processo di rilassamento avviene simultaneamente per i tre gradi di libertà per nodo. Il metodo è stato proposto in [5.5] e le operazioni corrispondenti ad una iterazione intermedia su un nodo generico  $k$  dell'ordito, si svolgono nel seguente modo.

Fig. 5.27 a) Geometria



Nella situazione intermedia considerata si deve intendere:

- $f(x, y, z)$  coordinate del nodo  $k$
- $f^i(x^i, y^i, z^i)$  coordinate dei nodi  $i$
- $\Delta f(u, v, w)$  componenti dello spostamento del nodo  $k$  tra le situazioni iniziale e intermedia
- $n_k^i(n_{kx}^i, n_{ky}^i, n_{kz}^i)$  coseni direttori della fune  $ki$
- $\Delta P_k(\Delta P_{kx}, \Delta P_{ky}, \Delta P_{kz})$  componenti della reazione  $\overline{\Delta P}$  del vincolo ausiliario posto in  $k$
- $P_k(P_{kx}, P_{ky}, P_{kz})$  Componenti della forza esterna  $\overline{P}$  applicata in  $k$ .

Mentre relativamente alla iterazione generica:

- $h(x, y, z)$  indice delle coordinate
- $\Delta p_{kj}(\Delta p_{kx}, \Delta p_{ky}, \Delta p_{kz})$  componenti della forza  $\Delta p_k$  che produce nel nodo  $k$  lo spostamento di componenti:
  - $\Delta_{kj} = 1$  per  $j=h$
  - $\Delta_{kj} = 0$  per  $j \neq h$

- $n_{ki}^i(n_{kx}^i, n_{ky}^i, n_{kz}^i)$  coseni direttori della fune  $ki$  a spostamento  $(\Delta_{kj})$  avvenuto

$\delta(\Delta h)(\delta u, \delta v, \delta w); \delta S; \delta l'$  componenti dello spostamento del nodo  $k$ , variazioni dello sforzo  $S$ , nella fune  $ki$  (tra la situazione intermedia e quella cui si perviene per effetto del carico  $\overline{\Delta P}$  nella ipotesi che il legame ca-richi-spostamenti sia lineare).

Dopo un certo numero di iterazioni (situazione intermedia) il nodo  $k$  ed il nodo  $i$  si trovano, rispettivamente, nei punti di coordinate  $j$  e  $j'$  (fig. 5.28) essendo:

$$j = j^0 + \Delta j, \quad j' = j^{0'} + \Delta j'$$

La lunghezza della generica fune  $ki$  è pari a  $l' = l^{0'} + \Delta l'$ . Il nodo  $k$  risulta in equilibrio sotto la forza  $\overline{P} = (\overline{P}^0 + \Delta P^0) + \overline{\Delta P}$  (in cui il termine in parentesi è il carico esterno totale e  $\overline{\Delta P}$  è la reazione incognita del vincolo ausiliario) e gli sforzi  $S$  trasmessi dalle funi, essendo:

$$P_k = (P_k^0 + \Delta P_k^0) + \Delta P_k$$

$$S^i = S^{0i} + \Delta S^i$$

La forza esterna  $\overline{P}$ , che sollecita il nodo, si valuta imponendo la condizione di equilibrio alla traslazione:

$$\overline{P} + \sum S^i = 0$$

che scritta in forma scalare, fornisce le:

$$P_k + \sum S^i n_{ki}^i = 0$$

in cui si è posto:

$$n_{ki}^i = \frac{j' - j}{\sqrt{\sum (j' - j)^2}}$$

La reazione del vincolo ausiliario si valuta come differenza tra la forza  $\overline{P}$  ed il carico attivo totale secondo la:

$$\overline{\Delta P} = \overline{P} - (\overline{P}^0 + \Delta P^0)$$

che, scritta in forma scalare, fornisce le:

$$\Delta P_k = P_k - (P_k^0 + \Delta P_k^0)$$

Tale reazione, cambiata di segno, permette di conoscere il carico aggiuntivo da applicare in  $k$  perché l'azione totale sul nodo  $(\overline{P} - \Delta P)$  sia pari a quella prefissata  $(\overline{P}^0 + \Delta P^0)$ .

Al carico aggiuntivo  $-\Delta P$  si deve lo spostamento del nodo in fase di rilassamento. Per la valutazione di tale spostamento, si procede come segue:

- si calcolano le rigidzze alla traslazione in direzione  $h$  ( $h = x, y, z$ ) definite come le forze  $\Delta p_k = (\Delta p_{kj})$  che producono in  $k$  uno spostamento di componenti  $\Delta_{kj}$  unitarie in direzione  $h$  e nulle secondo le altre due direzioni.

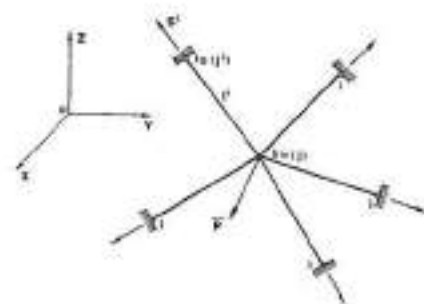


Fig. 5.28 Configurazione nella situazione intermedia.

In virtù delle equazioni generali risulta:

$$\Delta p_{kj} = - \sum \left[ (n_{kj}^i - n_{kj}^0) S^i + n_{kj}^0 (EA) \left( \frac{l' - l^{0'}}{l^{0'}} - 1 \right) \right] \quad (5.73)$$

in cui si è posto:

$$l' = \sqrt{\sum (j' - j)^2}$$

$$l_0^i = \sqrt{\sum (j' - j - \Delta_{kj})^2} \quad \Delta_{kj} = 1 \text{ per } j=h; \quad \Delta_{kj} = 0 \text{ per } j \neq h;$$

$$n_{kj}^i = \frac{j' - j - \Delta_{kj}}{l_0^i}$$

I nuovi valori forniti dalle (5.73) per  $h=x, y, z$  si possono ordinare nella matrice seguente:

$$\|\Delta p_{kj}\| = \begin{bmatrix} \Delta p_{kx} & \Delta p_{ky} & \Delta p_{kz} \\ \Delta p_{yx} & \Delta p_{yy} & \Delta p_{yz} \\ \Delta p_{zx} & \Delta p_{zy} & \Delta p_{zz} \end{bmatrix}$$

detta matrice delle rigidzze ed evidentemente simmetrica rispetto alla diagonale principale.

- Nell'ipotesi che il legame forze-spostamenti sia lineare, si valutano, quindi, le componenti  $\delta(\Delta h)$  dello spostamento del nodo  $k$ , prodotte dal carico aggiuntivo  $-\Delta P$ :

$$\sum \Delta p_{kj} \delta(\Delta h) = -\Delta P_j \quad (h, j = x, y, z) \quad (5.74)$$

Le (5.74) costituiscono un sistema di equazioni lineari nelle incognite  $\delta(\Delta h)$ .

Le componenti dello spostamento appena valutate fanno variare di  $\delta S$  il valore dello sforzo nella generica fune  $ki$ , per cui lo sforzo finale, valutato a partire dalla configurazione iniziale vale:

$$S^i + \delta S^i = S^{0i} + (EA) \left( \frac{l' + \delta l'}{l^{0i}} - 1 \right)$$

dove si è posto:

$$l' + \delta l' = \sqrt{\sum (j' - j - \delta(\Delta j))^2}$$

La soluzione alla quale si è pervenuti (fig. 5.29) caratterizzata dalle nuove coordinate  $[j + \delta(\Delta_j)]$  del nodo e dagli sforzi  $(S + \delta S)$  è congruente, ma non equilibrata, a causa della ipotizzata linearità del legame forze-spostamenti.

dove:

$W_D$  = energia di deformazione  
 $W_P$  = energia potenziale dei carichi

La minimizzazione viene fatta rispetto agli spostamenti  $\{U\}$ . La condizione necessaria per la stazionarietà è espressa dall'annullarsi del gradiente di  $W_T$ :

$$g_i = \frac{\partial W_T}{\partial u_i} = 0$$

dove  $u_i$  è lo spostamento corrispondente ad un particolare grado di libertà  $i$  (per esempio lungo l'asse  $x$ ) e  $g_i$  è il corrispondente gradiente.

Tale condizione, insieme alla positività delle derivate seconde di  $W_T$ , individua un minimo globale, se  $W_T$  è una funzione convessa.

I metodi di minimizzazione più noti, sono:

- il metodo «steepest descent»
- il metodo «relaxed steepest descent»
- il metodo del gradiente coniugato
- il metodo di Newton-Raphson.

Supponendo che durante l'intera storia del carico gli elementi di fune rimangano tesi così da poter sempre definire la matrice di rigidità della struttura, il confronto tra i metodi consiste essenzialmente nella loro efficienza numerica.

La stabilità dei metodi iterativi non è sempre garantita, così come è certa la scarsa accuratezza dei metodi incrementali. Algoritmi stabili ed accurati si ottengono combinando i metodi predetti, cosicché essi risultano direttamente confrontabili con gli algoritmi che traducono i metodi energetici. Al contrario, ogni qualvolta la matrice di rigidità è mal condizionata o non definita (evanescenza delle forze in gioco nella configurazione iniziale o labilità indotte da allentamenti di funi), metodi iterativi ed incrementali richiedono artifici particolari.

In tal modo, è possibile eseguire l'analisi a prezzo di notevoli oneri computazionali. Quando a simili inconvenienti si accompagna una notevole non linearità geometrica, l'impiego dei metodi

Il nodo può restare nella nuova posizione solo se ivi ribloccato dal vincolo ausiliario. L'entità della reazione del vincolo, piccola in generale, rispetto alla forza squilibrata iniziale, fornisce la misura dell'errore commesso, errore che si auto-corregge nelle successive iterazioni.

Conclusa in tal modo l'iterazione in corrispondenza del nodo  $k$ , si opera l'iterazione successiva sullo stesso nodo o su altri (l'ordine secondo cui si procede può essere, ad esempio, quello corrispondente a squilibri decrescenti). Il metodo illustrato consente, anche, di valutare gli effetti di cedimenti vincolari elastici e anelastici. Nel primo caso è sufficiente sostituire al vincolo un complesso di tre funi mutuamente ortogonali, ciascuna delle quali ne traduca il comportamento in una direzione. Nel caso dei cedimenti anelastici, basta includere nel procedimento di iterazione, limitatamente al primo ciclo di operazioni, il nodo vincolato, imprimendo allo stesso lo spostamento noto.

**5.7.3 Metodi energetici**

Procedimenti alternativi a quelli basati sulla definizione della rigidità della struttura consistono nel determinare la configurazione di equilibrio per i carichi assegnati, minimizzando l'energia potenziale totale [5.27]:

$$W_T = W_D + W_P$$

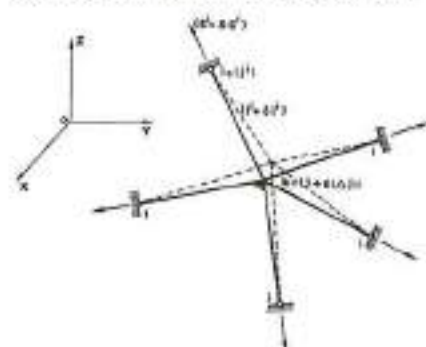


Fig. 5.29 Configurazione finale del nodo K.

energetici diventa particolarmente interessante, anche perché l'evoluzione recente degli algoritmi e degli elaboratori rimuove, in parte, l'handicap del numero limitato di variabili.

Tornando all'energia potenziale totale della struttura, essa può essere espressa nella forma:

$$W_T = \sum W_{D_k} - [P]^T \{U\} \quad (5.75)$$

dove:

$\{P\}$  = vettore colonna di tutte le forze esterne

$\{U\}$  = vettore colonna degli spostamenti di tutti i nodi della struttura

$W_D$  = energia di deformazione

$i$  = numero degli elementi della struttura

Partendo dalla espressione (5.75), è possibile giungere alle equazioni di equilibrio dei nodi della struttura.

Si suppone di operare in uno spazio dimensionale a tre gradi di libertà per nodo, secondo le direzioni degli assi  $x, y, z$ .

Si consideri, inoltre, (fig. 5.30), il nodo generico  $j$  facente parte di un sistema strutturale, il quale è collegato ai nodi  $K$  tramite  $n$  elementi.

Specificato che:

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u_j \\ v_j \\ w_j \end{Bmatrix} \quad \{P\} = \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix}$$

differenziamo la (5.75) rispetto agli spostamenti secondo  $x, y, z$  del nodo  $j$ :

$$\frac{\partial W_T}{\partial u_j} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial W_{D_k}}{\partial u_j} - P_x \quad (5.76a)$$

$$\frac{\partial W_T}{\partial v_j} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial W_{D_k}}{\partial v_j} - P_y \quad (5.76b)$$

$$\frac{\partial W_T}{\partial w_j} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial W_{D_k}}{\partial w_j} - P_z \quad (5.76c)$$

Indichiamo ora con:

Avendosi:

$$dW_{D_k} = S_k de_k$$

e limitandoci, nel seguito, alle sole differenziazioni fatte rispetto allo spostamento  $u_j$ , ricordiamo, però che le stesse analoghe operazioni vanno eseguite anche per  $v_j$  e  $w_j$ . In tal modo si ha:

$$\frac{\partial W_{D_k}}{\partial u_j} = \frac{\partial W_{D_k}}{\partial e_k} \frac{\partial e_k}{\partial u_j} = S_k \frac{\partial e_k}{\partial u_j} \quad (5.77)$$

Sostituendo la (5.77) nella (5.76a) avremo:

$$\frac{\partial W_T}{\partial u_j} = \sum_{k=1}^n S_k \frac{\partial e_k}{\partial u_j} - P_x \quad (5.78)$$

(analogamente per  $\partial v_j$  e  $\partial w_j$ )

Se indichiamo con  $l_k$  la lunghezza iniziale dell'elemento  $jk$ , è possibile scrivere la relazione:

$$(l_k + e_k)^2 = [(x_k - x_j) + (u_k - u_j)]^2 + [(y_k - y_j) + (v_k - v_j)]^2 + [(z_k - z_j) + (w_k - w_j)]^2 \quad (5.79)$$

differenziando la (5.79) rispetto a  $u_j$ , si ottiene:

$$\frac{\partial e_k}{\partial u_j} = \frac{(x_k - x_j) + (u_k - u_j)}{(l_k + e_k)} - P_x$$

(analogamente per  $\partial v_j$  e  $\partial w_j$ )

Sostituendo il valore di  $\partial e_k / \partial u_j$  nella (5.78) si ottiene:

$$\frac{\partial W_T}{\partial u_j} = \sum_{k=1}^n S_k \frac{(x_k - x_j) + (u_k - u_j)}{(l_k + e_k)} - P_x$$

(analogamente per  $\partial v_j$  e  $\partial w_j$ )

Ponendo:

$$t_k = \frac{S_k}{(l_k + e_k)}$$

è possibile scrivere le equazioni di equilibrio per il generico nodo  $j$  della struttura, equazioni di equilibrio che, quindi, si presentano nella forma:

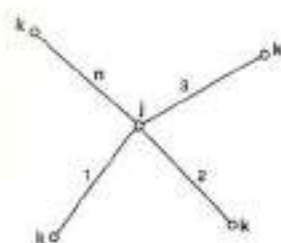


Fig. 5.30

$S_k$  = lo sforzo in uno degli elementi  $jk$   
 $e_k$  = l'allungamento di uno degli elementi  $jk$



$$\frac{\delta W_r}{\delta u_j} = \sum_{k=1}^n f_{jk} [(x_k - x_j) + (u_k - u_j)] - P_{rj} \quad (5.80a)$$

$$\frac{\delta W_r}{\delta v_j} = \sum_{k=1}^n f_{jk} [(y_k - y_j) + (v_k - v_j)] - P_{rj} \quad (5.80b)$$

$$\frac{\delta W_r}{\delta w_j} = \sum_{k=1}^n f_{jk} [(z_k - z_j) + (w_k - w_j)] - P_{rj} \quad (5.80c)$$

La minimizzazione dell'energia potenziale totale della struttura viene eseguita secondo lo schema iterativo:

$$\{U\}_{r+1} = \{U\}_r + \{\Delta U\}_r$$

con

$$\{\Delta U\}_r = s_r \{d\}_r$$

dove:

- $r$  = indice dell'iterazione  $r$ -esima
- $\{U\}$  = vettore dello spostamento
- $\{\Delta U\}$  = variazione del vettore
- $s$  = ampiezza della variazione (o ampiezza del passo) lungo la direzione  $\{d\}$

Dopo  $N$  iterazioni, si ha:

$$\{U\} = \sum_{r=1}^N s_r \{d\}_r$$

### 5.7.4 Cenni sulle tecniche di minimizzazione

#### 5.7.4.1 Metodo «steepest descent»

Si nota, nella parte destra delle eq. (5.80), che il vettore  $\{\partial W_r / \partial U\}$  rappresenta le forze squilibrate dei nodi per un certo campo di spostamento  $\{U\}$ . Alla iterazione  $r$ -esima, la norma euclidea delle forze squilibrate è data da:

$$G_r = \left( \{g\}_r^T \{g\}_r \right)^{1/2}$$

Il vettore  $\{d\}_r = (1/G_r) \{g\}_r$ , è un versore ortogonale a  $\{g\}_r$ , assunto a direzione di «più rapida discesa» verso il minimo di  $W_r$  nella direzione prima definita. Un tipico andamento della risoluzione ite-

rativa, utilizzando questa tecnica, per un sistema a due gradi di libertà, è rappresentato in fig. 5.31. Poiché, però, il metodo descritto ha una convergenza molto lenta, è stato introdotto un coefficiente di rilassamento  $h$  con  $0 < h < 1$ , come riduttore dell'ampiezza del passo  $S_r$ .

Si ha quindi:

$$\{U\}_{r+1} = \{U\}_r + h s_r \{d\}_r$$

Il valore di  $h$  viene determinato secondo esperienza numerica. Il metodo che utilizza questo coefficiente di rilassamento è chiamato «relaxed steepest descent method».

#### 5.7.4.2 Metodo del gradiente coniugato

Sia  $\{d\}_r$  la direzione lungo la quale  $\{U\}_r$  individua il minimo di  $W_r$ . Si assume come direzione  $r+1$ -esima la direzione coniugata:

$$\{d\}_r^T [K] \{d\}_{r+1} = 0$$

con  $[K]$  = matrice di rigidezza.

Sia inoltre:

$$\{d\}_{r+1} = -\{g\}_{r+1} + \beta_r \{d\}_r$$

che, sostituita nella precedente, dà:

$$\beta_r = \frac{\{d\}_r^T [K] \{g\}_{r+1}}{\{d\}_r^T [K] \{d\}_r}$$

E' dimostrato che, se  $[K]$  è costante,  $\beta_r$  assume l'espressione:

$$\beta_r = \frac{\{g\}_{r+1}^T \{g\}_{r+1} - G_{r+1}^2}{\{g\}_r^T \{g\}_r - G_r^2}$$

quindi:

$$\{U\}_{r+1} = \{U\}_r + h \left( -\{g\}_{r+1} + \frac{G_{r+1}^2}{G_r^2} \{d\}_r \right)$$

Quest'ultima relazione definisce una sequenza iterativa indipendente da  $[K]$  e, quindi, indica in questo metodo uno strumento insensibile alla definizione di segno della matrice di rigidezza. Nel caso delle tensostrutture, la non costanza di  $[K]$  si traduce in un'approssimata configurazione delle direzioni di minimizzazione cosicché, in generale, si ha convergenza per un numero di passi superiore al numero totale di gradi di libertà.

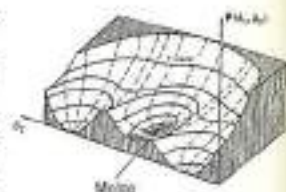


Fig. 5.31

#### 5.7.4.3 Metodo di Newton-Raphson

Tralasciando le considerazioni preliminari possiamo scrivere, alla  $r$ -esima iterazione:

$$\{U\}_{r+1} = \{U\}_r - [K]^{-1} \{g\}_r$$

Se  $[K]$  è ben condizionata, le successive iterazioni conducono ad un vettore  $\{U\}$  tale che il residuo è nullo ossia,  $\{R\} = 0$ . Il metodo è efficace se è accertabile l'approssimazione derivante dal trascurare i termini cubici e di ordine superiore nello sviluppo di  $\{g\}$  e soprattutto se l'Hessiano (che viene interpretato come matrice di rigidezza), è ben condizionato. Quest'ultima condizione si identifica con la definizione positiva di  $[K]$ . Se nel processo di minimizzazione uno o più elementi di fune vanno in compressione (violando la legge costitutiva della fune), la definizione positiva di  $[K]$  viene meno, sia che gli spostamenti risultino grandi o piccoli.

Da quanto prima esposto, deriva che il metodo è applicabile con successo a strutture poco flessibili. Anche in questo caso, tuttavia, si cerca di evitare la divergenza conseguente alla ampiezza degli spostamenti introducendo un coefficiente  $h$  con il quale viene definita la lunghezza del passo:

$$\{U\}_{r+1} = \{U\}_r - h [K]^{-1} \{g\}_r$$

Esistono, peraltro, alcuni metodi (per esempio il metodo di Fletcher-Powell) che permettono di non calcolare la matrice  $[K]$  ma che, comunque, si basano su una sequenza di matrici definite positive.

### 5.8 CENNI SUI PROBLEMI NUMERICI IN ANALISI NON-LINEARE

Nei punti precedenti sono stati illustrati i metodi analitici più frequentemente impiegati nella letteratura tecnica riguardante il calcolo numerico delle strutture leggere a regime geometrico e/o materiale non lineare. La maggior parte degli autori si basa su metodi «diretti» iterativi o incrementali a formulazione matriciale (metodo di

Newton-Raphson e similari) o iterativi per vettori, quali il metodo dei gradienti coniugati e metodi di rilassamento statico e dinamico.

In maniera più modesta, si vedono applicare metodi iterativi «indiretti» quali il metodo di Gauss-Seidel o i metodi di programmazione matematica legati ai metodi di minimizzazione dell'energia potenziale totale del sistema strutturale.

Un interessante paragone tra i metodi iterativi matriciali e quelli per vettori è eseguito in [5.6].

Un grande numero di articoli è dedicato all'esame degli inconvenienti numerici frequentemente incontrati quali: l'instabilità numerica, la convergenza alla soluzione, gli errori di troncamento, il cattivo condizionamento del sistema di equazioni, ecc.

Per far fronte a questo problema, vengono suggerite sofisticate tecniche numeriche, iterative, incrementali, di over-under relaxation, manipolazioni dei coefficienti della matrice di rigidezza, coefficienti correttivi ottenuti per bilancio energetico, coefficienti di accelerazione iterativa, ecc.

La maggior parte delle difficoltà numeriche incontrate, spesso insormontabili, sono dovute all'adozione del metodo degli spostamenti per l'analisi strutturale.

Il metodo degli spostamenti, per la sua facilità di codificazione, è stato impiegato molto frequentemente nell'ambito dell'analisi automatica e la generalità dei codici «multi-purpose», infatti è scritta impiegando il metodo degli spostamenti. Nel campo della ricerca che ci interessa, la tentazione di appoggiarsi al metodo degli spostamenti, già collaudato nell'analisi elastica lineare delle strutture, è stata molto forte. La quasi totalità delle pubblicazioni scientifiche relative all'argomento in oggetto, si basa sul metodo degli spostamenti [5.7], [5.8], [5.9], [5.10], [5.11], [5.12], [5.13], mentre il metodo delle forze [5.14] viene, generalmente, accantonato soprattutto per la difficoltà di programmazione automatica.

L'interpretazione più attenta delle caratteristiche fisicomeccaniche della struttura poteva evitare la maggior parte degli inconvenienti numerici sopra menzionati, senza obbligare a ricorrere, disperatamente e con notevoli sofisticazioni in campo numerico, ai compromessi, fatti in sede di scelta di metodo o della «struttura principale» più vicina al comportamento fisico reale della struttura in esame.

L'obiettivo di questo paragrafo è quello di individuare una strategia di calcolo numerico, ovvero un «modello matematico» che tenga conto in maniera ponderata delle caratteristiche funzionali delle strutture a membrana in campo di grandi deformazioni, in modo da evitare quasi totalmente gli inconvenienti numerici sopra menzionati che rispecchiano, generalmente, un errore di interpretazione in sede di ipotesi funzionali fisico-meccaniche della struttura.

### 5.8.1 Il modello fisico-meccanico delle tensostrutture e problemi correlativi di risoluzione numerica

Le membrane presentano le seguenti caratteristiche di comportamento fisico-meccanico:

a) Non linearità geometrica: le membrane presollecitate e non, presentano spesso schemi strutturali ipostatici, con ampia possibilità di spostamenti anche di tipo geometrico, associati a piccole dilatazioni. Sotto carico, il comportamento globale delle strutture è tipicamente in hardening.

Localmente, invece, è frequente osservare che parte della struttura lavora in hardening, mentre altre zone lavorano contemporaneamente in softening.

b) Non linearità materiale: il comportamento di alcuni tipi di funi di acciaio con modulo elastico non stabilizzato, di funi poliestere ad alta resistenza, di membrane in gomma sintetica, presenta diagrammi costitutivi del materiale con variazioni di tipo harde-

ning e softening molto marcati, e rende, perciò, necessaria la relativa schematizzazione analitica.

c) Collaborazione con strutture a rigidità differenziale molto elevata: le strutture in funi, molto sovente, sono collegate a strutture con rigidità relative molto differenti (piattaforme marine, tensostrutture per coperture collaboranti con strutture di ancoraggio ad anello, ecc.).

All'interno stesso della struttura in funi è, sovente, possibile trovare elementi o sottostrutture, considerevolmente più rigide di altre.

d) Contatto unilaterale: in caso di impiego di funi per ancoraggio di piattaforme marine, è evidente il problema di contatto della fune sul fondo in funzione dei notevoli movimenti (variazione di stato) della piattaforma stessa (struttura di bordo).

e) Creeping a corto e lungo termine: strutture eseguite con materiali sintetici (poliestere, PVC, ecc.) debbono essere analizzate tenendo in considerazione le variazioni delle caratteristiche meccaniche del materiale, in funzione del tempo, dello stato di deformazione e della tensione differita.

Dal punto di vista numerico, le difficoltà maggiori che si trovano nell'analisi delle strutture in regime di membrana sono:

1) Equazioni mal condizionate, con conseguenti errori di precisione e non convergenza iterativa in campo non lineare.

2) Risoluzione di un alto numero di incognite, con conseguenti errori accumulati (rounding errors).

3) Compatibilità del problema fisico da risolvere con la precisione di macchina, specialmente in caso di impiego di minicomputers (truncation errors).

4) Minimizzazione dell'impiego di memorie «out of core», direttamente legato al costo di calcolo.

La causa maggiore della matrice dei coefficienti mal condizionata e l'esistenza, all'interno della struttura, di un elemento o regione di grande rigidità, collegati ad elementi o regioni di modesta rigidità. Nelle membrane a doppia curvatura, questo accade frequentemente ed è presente, addirittura, per ogni nodo; basti pensare alla notevole rigidità, nei gusci ribassati, in direzione  $x$  e  $y$  ed alla modesta rigidità in direzione  $z$ .

Le tensostrutture a rete, ancorate a strutture in c.a., sono notevoli esempi di mal condizionamento, giacché la rigidità relativa fra struttura di bordo e rete di funi è assai sensibile. Strutture elementari, quali le funi libere nello spazio, risultano spesso mal condizionate, in termini di matrice di rigidità, tanto da diventare singolari (ipostaticità).

Se, nell'ambito di una struttura, si trovano rapporti molto differenti fra le rigidità degli elementi costitutivi, possono sussistere problemi di precisione nella risoluzione numerica. Questo accade impiegando calcolatori che lavorano con parole di pochi bits. Infatti vengono perse, per troncamento, informazioni numeriche essenziali. Le conseguenze di tutto ciò si avvertono ottenendo risultati con valori assurdi degli spostamenti e sulle sollecitazioni: overflow per brusche diminuzioni di termini diagonali e, più sinteticamente, per notevole aumento del numero di condizionamento [5.15], [5.16]. La misura del mal condizionamento numerico di una matrice di coefficienti  $[K]$  è data dal «numero di condizionamento»  $C(K)$  che è definito come:

$$C(K) = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \quad (5.81)$$

dove  $\lambda_{\max}$  e  $\lambda_{\min}$  sono il massimo ed il minimo autovalore di  $[K]$  scalare che, a sua volta, è ottenuta come trasformazione di  $[K]$  mediante matrici diagonali  $[B]$ :

$$[K_s] = [B][K][B], \quad B_s = \frac{1}{\sqrt{K_s}} \quad (5.82)$$

in modo da evitare un artificiale «numero di condizionamento». Considerato il «numero di condizionamento» quale un rapporto di frequenze naturali della struttura con masse unitarie associate ad ogni grado di libertà, si ha che gli autovettori rappresentano i modi naturali di vibrare della struttura stessa.

In questa maniera  $\lambda_{\max}$  rappresenta il modo più rigido di deformazione mentre  $\lambda_{\min}$  rappresenta il modo più flessibile di deformazione.

Esprimendo, ora,  $[K]$  come combinazione degli autovettori si ha:

$$[K] = \sum_{i=1}^n \lambda_i \{V_i\} \{V_i\}^T [K]^{-1} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \{V_i\} \{V_i\}^T \quad (5.82)$$

dove:

$\lambda_i$  =  $i$ -esimo autovalore

$V_i$  = il corrispondente modo di vibrare

Se la matrice dei coefficienti è formata secondo la prima delle (5.83), è possibile vedere che, aggiungendo i contributi singoli dei modi di vibrare in parole di calcolatore di lunghezza costante, l'informazione associata ai modi più lenti viene decurtata. Se si ricerca la  $[K]^{-1}$ , al contrario, vengono decurtati i valori associati ai modi più rigidi di vibrare.

Da quest'ultima osservazione, che coincide con l'osservazione fisica della «struttura principale» associata ad ogni modo di vibrare, si può dedurre che l'effetto di troncamento può essere minimizzato associando il metodo dell'equilibrio per strutture con modi di vibrare «rigidi» ed il metodo delle forze per strutture con modi di vibrare «flessibili». Anche per il calcolo iterativo matriciale degli autovalori e autovettori di un sistema oscillante, la convergenza del calcolo dipende dalla natura stessa dell'equazione dell'equilibrio o di compatibilità, come dimostrato in [5.17].

In regime di non linearità geometrica e materiale, è necessario un calcolo iterativo o incrementale.

In questo caso, si riscontra nella pratica numerica [5.18] che le strutture che lavorano in «hardening», richiedono uno sforzo computazionale minore impiegando il metodo delle forze, mentre, se il legame carichi-spostamenti è di tipo «softening», è più opportuno adottare il metodo degli spostamenti.

La scelta del metodo di risoluzione è, perciò, determinante per l'esito del calcolo numerico. Tale scelta va condotta tenendo conto della stretta connessione esistente fra le caratteristiche fisico-meccaniche della struttura, sopra elencate, ed i problemi di generazione di errori, in sede di soluzione numerica. Per ottimizzare l'algoritmo risolutivo e rendere minima la generazione di errori numerici, il costo computazionale, la organizzazione e la programmazione software, viene proposta la seguente schematizzazione strutturale.

**5.8.2 Schematizzazione fisico-matematica della struttura**

Si ipotizza il seguente modello fisico-matematico:

- 1 - Analisi mista mediante il metodo delle forze e degli spostamenti.
- 2 - Analisi mediante sottostrutturazione funzionale: le sottostrutture vengono definite secondo il funzionamento «hardening» o «softening» nell'ambito della struttura globale.
- 3 - Analisi delle strutture o sottostrutture in regime di grandi spostamenti e piccole deformazioni, ed in regime di «hardening» geometrico e materiale, mediante il metodo delle forze.
- 4 - Analisi delle strutture o sottostrutture in regime di piccoli spostamenti ed in regime di «softening» geometrico e materiale, mediante il metodo dell'equilibrio.
- 5 - Sottostrutturazione fisica mediante la definizione di sottostruttura elementare fune, la quale è formata da un insieme di elementi finiti lineari ad asta.

**5.9 ANALISI DI UN SISTEMA STRUTTURALE MEDIANTE IL METODO DI SOTTOSTRUTTURAZIONE MISTA**

Per poter illustrare il metodo, si prende in considerazione una struttura reale (fig. 5.32) costituita da un sistema di funi interne ed una struttura esterna perimetrale d'ancoraggio.

La differenza di rigidità tra le due parti strutturali genera dei problemi numerici che possono essere risolti, in parte, con opportuni accorgimenti. Questi, sono dipendenti dalla natura della struttura e, perciò, poco generali.

In [5.19] sono illustrati alcuni suggerimenti di strategia numerica fondati sull'esame della natura delle matrici di rigidità e su considerazioni desunte da alcuni risultati numerici quali:

- necessità di individuare una soluzione approssimata, quale configurazione d'inizio del calcolo mediante condensazione di gradi di libertà sulla rete di funi;
- alterazioni delle caratteristiche di rigidità degli elementi di rete a contatto con la struttura di bordo, giacché gli elementi più corti di notevole rigidità nel piano tangente della struttura rendono assai mal condizionata la zona della matrice di rigidità, relativa all'interno dei nodi interessati;
- introduzione di una legge di distribuzione degli spostamenti impressi dalla deformazione del bordo sulla rete di funi, in modo da evitare divergenze di calcolo e, in caso di convergenza, in modo da ottenere una diminuzione dei tempi di elaborazione;
- raffinamenti di calcolo, fuori ciclo, del bordo e della rete.

Al fine di evitare i problemi numerici sopra indicati, prodotti, come abbiamo visto nel paragrafo precedente, dalla disomogenea definizione del modello fisico-matematico della

Fig. 5.32

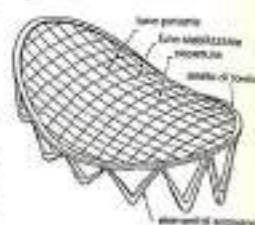
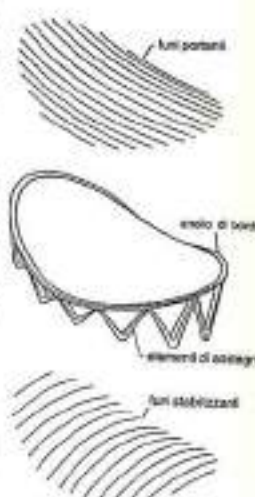


Fig. 5.33 Sottostrutture funzionale



struttura, consideriamo di sezionare la struttura nelle seguenti parti (fig. 5.33):

$S_{I1}$  = sottostrutture relativamente più rigide con funzionamento geometrico e materiale softening, da analizzare mediante il metodo degli spostamenti.

$S_{II1}$  = sottostrutture di tipo fune posizionate su struttura a rete, con dominante comportamento geometrico in hardening, da analizzare mediante il metodo delle forze;  $i = 1 - F$  funi elementari.

Consideriamo adesso le sottostrutture I e II collegate tra loro nell'insieme di punti B. Separando gli spostamenti si ha:

$$\begin{bmatrix} K_{AA} & K_{AB} & 0 \\ K_{AB}^T & K_{BB} & G \\ 0 & -G^T & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_A \\ \delta_B \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_A \\ P_B \\ F \end{bmatrix} \quad (5.84)$$

dove:

- [K] = matrici di rigidità della sottostruttura relative ai nodi di tipo A (interni) e B (di bordo)
- [F] = matrice di flessibilità della sottostruttura II
- [G] = matrice di accoppiamento tra I e II
- $\delta_A$ ;  $\delta_B$  = vettori di spostamento in I
- X = forze indeterminate o di bordo
- $P_A$ ;  $P_B$  = termini di carico in I
- $\delta$  = termini di spostamento in II

La risoluzione delle (5.84) si può ottenere, in termini di spostamenti, considerando:

$$\begin{bmatrix} K_{AA} & K_{AB} \\ K_{AB}^T & K_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_A \\ \delta_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_A \\ P_B \end{bmatrix} \quad (5.85)$$

con:

$$K_{BB}^* = K_{BB} + G F^{-1} G^T \quad (5.85)$$

e

$$P_B^* = P_B - G F^{-1} \delta \quad (5.85)$$

dove  $K_{BB}^*$  e  $P_B^*$  sono da interpretarsi, rispettivamente, quali matrice di rigi-

dezza e vettore dei carichi, trasformati dall'effetto degli spostamenti dei nodi comuni a I e II di tipo B, equivalente alla condensazione statica della sottostruttura II. In campo non lineare, dove è necessario agire per via iterativa e/o incrementale, le (5.85), (5.86) e (5.87) suggeriscono di adottare un procedimento iterativo di rilassamento sequenziale che comprende le seguenti fasi:

- a) determinazione delle forze di bordo in II
- b) valutazione di  $P_B^{*i}$  di primo tentativo (5.87)
- c) valutazione della matrice  $K_{BB}^{*i}$  di primo tentativo tramite la (5.86)
- d) risoluzione delle (5.85) e ritorno ad a)
- f) controllo della convergenza.

La linearità geometrica e materiale è introdotta per via incrementale, come illustrato nella flow-chart di fig. 5.34. Nel caso di impiego del metodo delle forze per le strutture di fune, l'aggiornamento si ottiene ciclicamente aggiornando le deformazioni nel seguente modo:

$$I_{ij}^{n+1} = I_{ij}^n + \Delta I_{ij}^{n+1}$$

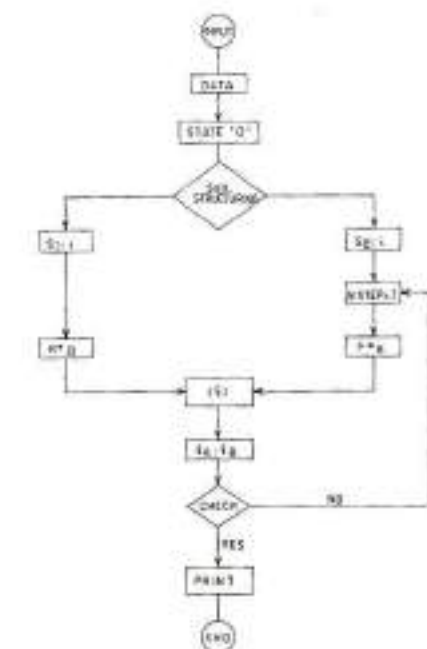


Fig. 5.34

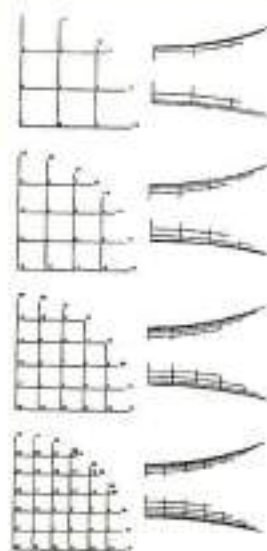


Fig. 5.35

e quindi sostituendo ciclicamente nelle equazioni di equilibrio:

$$\begin{cases} x_i^{r+1} = x_i^r + u_i^{r+1} \\ y_i^{r+1} = y_i^r + v_i^{r+1} \\ z_i^{r+1} = z_i^r + w_i^{r+1} \end{cases}$$

Nel caso di impiego del metodo dell'equilibrio per strutture rigide di contorno, l'aggiornamento incrementale avviene direttamente sulla matrice di rigidità secondo l'espressione:

$$[K_E + K_G]^r [\delta]^{r+1} = \{P\}^{r+1} - [K_{st}] [\delta]^r = \{P\}^{r+1}$$

dove:

- $K_E$  = matrice elastica
- $K_G$  = matrice geometrica
- $P$  = vettori dei carichi generalizzato
- $r$  = indice dell'incremento
- $K_{st}$  = matrice dei coefficienti non lineari

All'interno dell'incremento, vengono iterativamente aggiornati i termini di carico fittizio  $\bar{P}$ , fino a convergenza raggiunta.

**5.9.1 Applicazione del metodo di sottostrutturazione mista al problema di interazione elastica bordo-tensostruttura**

Conformemente al metodo di analisi illustrato nel paragrafo precedente, si prenda in esame una struttura a rete di funi ancorata a una struttura spaziale elastica sottoposta ad un carico verticale uniforme di 800 N/m.

La rete di funi adottata è realizzata con maglie variabili e la trave di bordo della struttura è un anello spaziale la cui geometria è definita come l'intersezione di



un paraboloide iperbolico con un cilindro circolare di 60 m di diametro, analiticamente descritto da:

$$\begin{cases} \frac{X^2}{40,909} - \frac{Y^2}{64,286} = Z \\ X^2 + Y^2 = 900 \end{cases}$$

La variazione della dimensione delle maglie della rete è illustrata in fig. 5.35. Lo stato di tensione iniziale (stato «0») nella rete di funi è definito in funzione della dimensione ( $i$ ) della rete o maglia come:

$$\begin{aligned} H_x &= 4000 \cdot i \\ H_y &= 6285 \cdot i \end{aligned}$$

dove  $H_x$  e  $H_y$  sono le componenti orizzontali delle forze della fune, rispettivamente, per la portante e la stabilizzante. La struttura di ancoraggio è rappresentata da una struttura spaziale supportata, solo verticalmente, in un numero discreto di punti.

I dati statistici della sezione trasversale della struttura sono indicati nella tabella 5.16.

$J_x$	$J_y$	$A$
0,24	1,8	0,9
0,17	0,9	0,5
0,102	0,54	0,2
0,079	0,42	0,16
0,066	0,295	0,11
0,052	0,17	0,06
0,047	0,09	0,03

Tab. 5.16

Con i dati strutturali descritti, intendiamo analizzare l'influenza della collaborazione elastica tra rete di funi e struttura

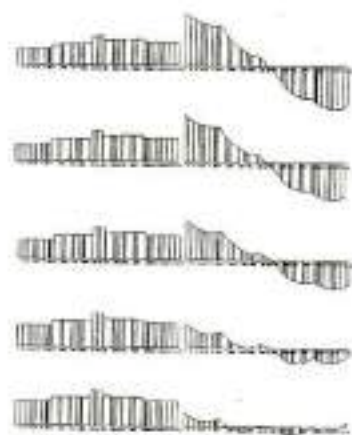


Fig. 5.36 Distribuzione lungo un quarto dell'anello (AB) di  $H_x$ ,  $M_y$  e  $M_z$  in funzione della variazione di  $J_z$  per una maglia di rete di 10 x 10 m.

di ancoraggio e la dimensione della rete a maglia, per valutare le variazioni nello stato di tensione e le deformazioni della struttura globale.

Nella fig. 5.37 è illustrata la variazione dello spostamento verticale nel centro della rete di funi, in funzione del parametro di inerzia  $J_z$  della sezione della trave di bordo. Nella fig. 5.37 viene, anche, fornito il valore limite dello spostamento per  $J_z = \infty$ .

Nella fig. 5.38 sono espresse graficamente le variazioni dello spostamento orizzontale delle sezioni A e B della struttura ad anello.

La variazione dei principali momenti flettenti  $M_z$  nella sezione A della struttura ad anello, in funzione di  $J_z$ , per tutte le dimensioni qui considerate della rete è illustrata nella fig. 5.39, mentre nella fig. 5.40 si considera lo stesso problema, per quanto concerne la forza assiale nella sez. A.

La fig. 5.41 mostra la variazione tipica delle forze della fune per la maglia 10 x 10 m, oltre i valori dello stato «0» iniziale.

Le figg. 5.42 e 5.43 riportano chiaramente la variazione del momento, in funzione della maglia della rete.

La fig. 5.44, infine, riporta la variazione degli spostamenti nelle sezioni A e B della struttura ad anello, considerando l'interazione elastica tra l'anello e la fune, durante la ricerca dello stato «0». Dall'esame dei risultati tracciati nei diagrammi (fig. da 5.35 a 5.44), è possibile ricavare che:

- le ipotesi  $J_z = \infty$  non danno alcuna utile informazione progettuale per le strutture attuali, neppure per la fase preliminare del progetto;
- durante l'interazione elastica, gli sforzi nella struttura di ancoraggio decrescono decisamente, specie nei valori bassi di  $J_z$  (vedi figg. 5.36 e 5.39). Per trovare un minimo, per il costo strutturale, è molto importante esaminare la variazione dei momenti flettenti in funzione della rigidità relativa di entrambe le strutture: rete di funi-struttura di ancoraggio.

Per la struttura considerata in questo

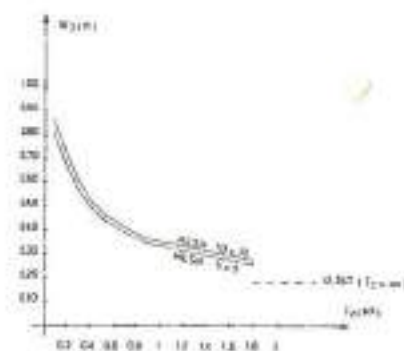


Fig. 5.37 Spostamento verticale del nodo centrale della maglia di funi.

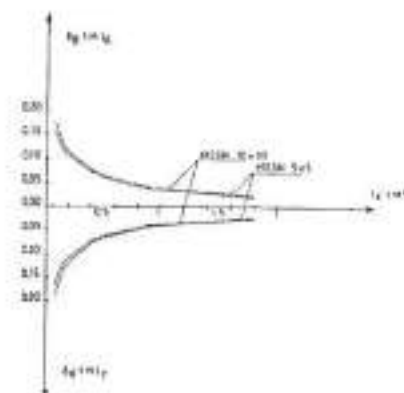


Fig. 5.38 Spostamento orizzontale dell'anello di bordo.

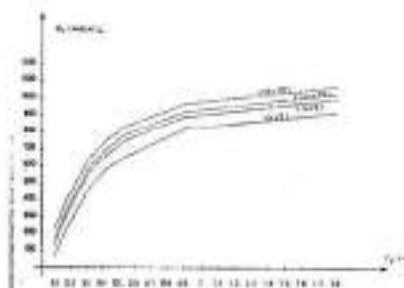


Fig. 5.39 Momenti flettenti dell'anello nella sezione A.

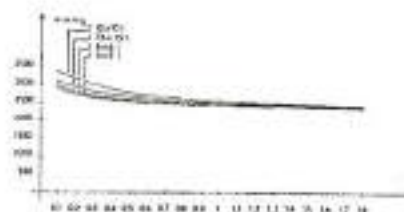


Fig. 5.40 Forze assiali dell'anello nella sezione A.

esempio, la variazione auspicabile di inerzia è trovata tra 0,2-0,5, dove il decremento di  $M_z$  è più che proporzionale: valori più bassi di  $J_z$  possono essere scelti a seguito di limitazioni nella deformazione della rete di funi o per spostamenti massimi consentiti nella struttura d'ancoraggio (figg. 5.37 e 5.38);

- lo spostamento della struttura d'ancoraggio trasmette alla struttura globale delle proprietà di «auto-centramento» poiché, per un certo valore di inerzia

(nel nostro caso 0,4; fig. 5.41), le forze «naturalmente» decrescenti, nelle funi stabilizzanti tornano ad aumentare relativamente al valore dello stato «0». Questi spostamenti sono indotti dall'interazione elastica tra la rete di funi e la struttura di ancoraggio;

- la distribuzione del momento nella struttura di ancoraggio cambia, evidentemente, con la variazione della dimensione della rete a maglia (vedi figg. 5.42 e 5.43). La scelta della rete a maglia è molto importante se si desidera minimizzare il costo globale della struttura;

- questo costo è, evidentemente, correlato al costo del sistema di copertura. Nella fig. 5.43 è possibile osservare che, da una maglia di 5 x 5 m a una maglia di 10 x 10 m, troviamo un incremento del momento del 67%, il che rende necessario adottare una ipotesi di redistribuzione degli sforzi agli ancoraggi per ottenere una distribuzione più realistica delle sollecitazioni sull'anello;

- la fig. 5.44 mostra gli spostamenti della struttura di ancoraggio per le forze di stato «0». L'interazione elastica, nella fase dello stato «0», deve essere considerata allo scopo di controllare le operazioni di montaggio e di pretensione.

### 5.9.2 Il superelemento fune spaziale soggetto ad azione di carico generalizzato

Nell'ambito della sottostrutturazione funzionale, esposta nei paragrafi precedenti, l'analisi della sottostruttura  $S_{ij}$  può essere eseguita agendo ciclicamente sugli  $S_{ij}$ , superelementi fune, costituenti il sistema  $S_j$ , il quale viene esaminato mediante il metodo delle forze. In sostanza, gli «i» superelementi funi nello spazio, formati da  $n$  elementi (fig. 5.45), possono essere analizzati singolarmente come sottostrutture elementari.

A questo scopo, è necessario esaminare il problema statico più generale relativo all'elemento strutturale fune, che si presenta nei seguenti termini: note la configurazione iniziale della fune soggetta ad un certo sistema di carichi e la legge costitutiva del materiale della fune,

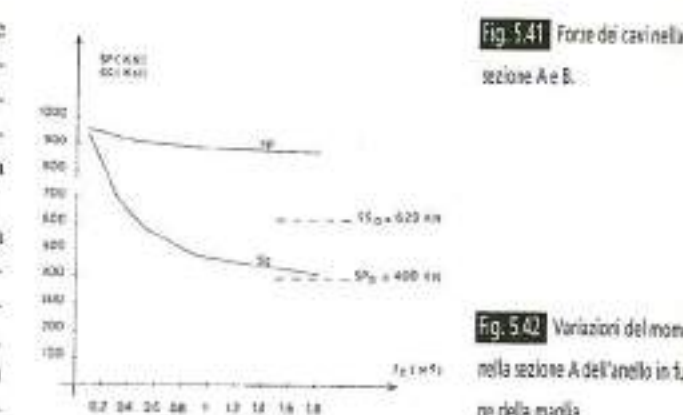


Fig. 5.41 Forze dei cavi nella sezione A e B.

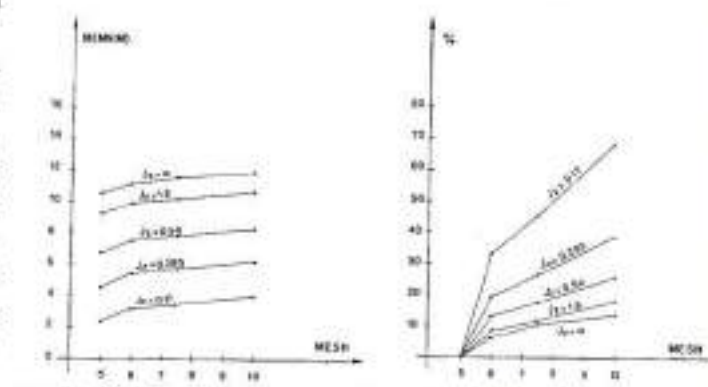


Fig. 5.42 Variazioni del momento nella sezione A dell'anello in funzione della maglia.



Fig. 5.43 Variazione percentuale del momento in funzione della maglia della rete.

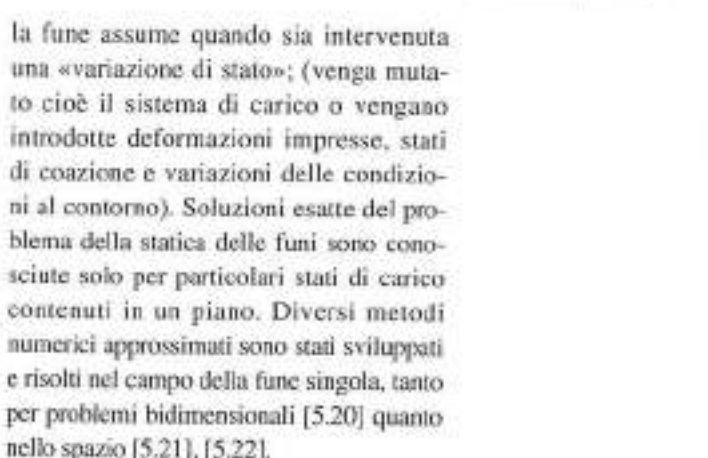


Fig. 5.44 Spostamenti dell'anello in condizione di pretensione

la fune assume quando sia intervenuta una «variazione di stato»; (venga mutato cioè il sistema di carico o vengano introdotte deformazioni impresse, stati di coazione e variazioni delle condizioni al contorno). Soluzioni esatte del problema della statica delle funi sono conosciute solo per particolari stati di carico contenuti in un piano. Diversi metodi numerici approssimati sono stati sviluppati e risolti nel campo della fune singola, tanto per problemi bidimensionali [5.20] quanto nello spazio [5.21], [5.22].

In alcuni recenti lavori [5.23], [5.24] esistono ancora alcune limitazioni importanti, specialmente per poter usare il super elemento fune, quale sottostruttura di un sistema di funi più complesso. Le

limitazioni più significative sono:

- la mancanza di uno studio preciso delle condizioni geometriche e tensionali iniziali della fune;
- le limitazioni nella possibilità di introdurre cedimenti dei vincoli, giacché i metodi si basano sulla ricerca iterativa delle forze d'ancoraggio di uno degli estremi, considerando fissa la distanza tra gli ancoraggi;
- la difficoltà nella definizione dei vincoli interni fra una fase di calcolo ed una successiva, condizione, questa, necessaria per lo studio di alcuni problemi strutturali quali: problemi di contatto di pipe-lines, sottomarine, trasporti mobili, Blondel, ecc. La definizione di vincoli provvisori interni, in fase iterativa di calcolo, è indispensabile per la sottostrutturazione in sistema misto di analisi.

Tutti i metodi proposti, dai classici lavori di J. Michalos e C. Birnsteil, H.K. Bandel, agli altri, ed il metodo di seguito proposto, sono di tipo iterativo e vanno sotto il nome di «metodo delle reazioni immaginarie» [5.25]. Questa procedura propone la soluzione iterativa del problema dell'equilibrio dei sistemi articolati semplicemente connessi in regime unilaterale di sforzi ( $S > 0$ ).

Nella fig. 5.46 consideriamo un sistema costituito da  $n$  aste con  $n > 2$  tale che, ad ogni nodo, concorrano due sole aste. Siano  $1, 2, \dots, i, \dots, n+1$  i nodi e  $P_1, P_2, \dots, P_n, \dots, P_n$  le forze attive corrispondenti applicate. Per ogni nodo intermedio valgono le seguenti condizioni di equilibrio vettoriali:

$$\bar{P}_i + \bar{S}_{i-1} + \bar{S}_{i+1} = 0 \quad \text{per } i=2, 3, \dots, n \quad (5.88)$$

dove  $\bar{S}_{i+1}$  rappresenta lo sforzo che l'asta  $i, i+1$  esercita sul nodo  $i$ .

Per l'equilibrio dei punti estremi dovrà essere:

$$\bar{P}_2 + \bar{S}_{1,2} = 0 \quad \bar{P}_n + \bar{S}_{n,n+1} = 0 \quad (5.89)$$

Le (5.89) sono le equazioni ai limiti. L'analisi dello stato di deformazione e sollecitazione viene svolta in due fasi:

- Fase anelastica: in questa fase si ricerca la posizione di equilibrio della struttura

considerando le aste inestensibili. Questa fase viene attivata in presenza di grandi spostamenti di tipo geometrico (ad esempio per strutture pneumatiche, strutture ipostatiche).

2 - Fase elastica: terminata la fase anelastica, considerato che la struttura è sufficientemente rigida, si studia la componente elastica sullo stato di deformazione e di tensione.

Conosciuto lo stato «0» e perciò

$$x_i, y_i, z_i, P_{xi}, P_{yi}, P_{zi} \quad \text{per ogni nodo } i$$

$$S_{ij}, l_{ij} \quad \text{per ogni asta}$$

si considerino, ora, le equazioni di equilibrio dopo una variazione di stato che, con il solito significato dei simboli, risultano:

$$\begin{cases} [S + \Delta S]_{i,j+1} \frac{[\Delta x + \Delta u]_{i,j+1}}{[l + \Delta l]_{i,j+1}} + \\ - [S + \Delta S]_{i,j-1} \frac{[\Delta x + \Delta u]_{i,j-1}}{[l + \Delta l]_{i,j-1}} = [P_x + \Delta P_x] \end{cases} \quad \text{idem per } y \quad \text{idem per } z \quad (5.90)$$

per ogni nodo interno  $i$ . Chiamiamo ora con:

$$\frac{[S + \Delta S]_{i,j+1}}{[l + \Delta l]_{i,j+1}} = k_{i,j+1} \quad (5.91a)$$

$$\frac{[S + \Delta S]_{i,j-1}}{[l + \Delta l]_{i,j-1}} = k_{i,j-1} \quad (5.91b)$$

$$k_{i,j} = [k_{i,j-1} + k_{i,j+1}] \quad (5.92)$$

si ha la nuova scrittura delle (5.90):

$$\begin{cases} k_{i-1,j} u_{i-1} + k_{i,j} u_i + k_{i+1,j} u_{i+1} = \bar{P}_{x,i} \\ \text{idem per } y \\ \text{idem per } z \end{cases} \quad (5.93)$$

dove:

$$\bar{P}_{x,i} = [P_x + \Delta P_x]_{i,j} - k_{i-1,j} \Delta x_{i-1,j} + k_{i+1,j} \Delta x_{i+1,j} \quad (5.94)$$

In forma ristretta possiamo scrivere:

$$[k] \{U\} = \{\bar{P}\} \quad (5.95)$$

dove  $[k]$ , matrice tridiagonale, può essere interpretata quale matrice di rigidità pseudo geometrica.

Separatamente, le variazioni di lunghezza delle aste sono espresse dalla:

$$\Delta l_{i,j+1} = \left[ \frac{\Delta S_{i,j}}{EA} + \alpha \Delta t \right] l_{i,j+1} \quad (5.96)$$

Considerando le condizioni di equilibrio al contorno in corrispondenza dei punti di ancoraggio, si ha:

$$\begin{cases} R_{x,0} = \frac{1}{z_n} \sum_{j=1}^{n-1} \{ [P+\Delta P]_{x,j} [z_n - (z+w)_j] + [P+\Delta P]_{x,j} (x+w)_j \} \\ R_{y,0} = \sum_{j=1}^{n-1} [P+\Delta P]_{y,j} [R_{x,0}] \\ R_{z,0} = \frac{1}{z_n} \sum_{j=1}^{n-1} \{ [P+\Delta P]_{z,j} [z_n - (z+w)_j] + [P+\Delta P]_{z,j} (y+r)_j \} \\ R_{x,n} = \sum_{j=1}^{n-1} [P+\Delta P]_{x,j} [R_{z,0}] \\ R_{y,n} = [R_{z,0}] \frac{(z+w)_j}{(x+w)_j} \\ R_{z,n} = \sum_{j=1}^{n-1} [P+\Delta P]_{z,j} [R_{x,0}] \end{cases} \quad (5.97)$$

con  $R_{x,0}$ ;  $R_{y,0}$ ;  $R_{z,0}$  = reazione in direzione  $x$  nel nodo vincolato 0 e  $n$  rispettivamente

Le componenti di sforzo nelle aste sono:

$$\begin{cases} [S+\Delta S]_{x,j+1} = [R_{x,0}] - \sum_1^j [P+\Delta P]_{x,j} \\ [S+\Delta S]_{y,j+1} = [R_{y,0}] - \sum_1^j [P+\Delta P]_{y,j} \\ [S+\Delta S]_{z,j+1} = [R_{z,0}] - \sum_1^j [P+\Delta P]_{z,j} \end{cases} \quad (5.98)$$

Lo sforzo nell'asta generica è dato da:

$$[S+\Delta S]_{i,j+1} = \left\{ [S+\Delta S]_{x,j+1}^2 + [S+\Delta S]_{y,j+1}^2 + [S+\Delta S]_{z,j+1}^2 \right\}^{1/2} \quad (5.99)$$

In fase anelastica le (5.95) suggeriscono una risoluzione che corrisponde ad un caso particolare della metodologia di stato «0». Considerando  $\Delta l_{i,j+1} = 0$  il problema è quello di trovare sia gli spostamenti  $(u, v, w)$  che lo stato di sollecita-

zione  $S_{i,j+1}$ , presupponendo costante la lunghezza delle aste (vedi Cap. 3).

Stabilito che  $r = m$ , non deve essere associato nessun principio di minimo, essendo unica la soluzione. In questo caso le (5.93) suggeriscono un processo iterativo basato principalmente sulla proprietà della matrice tridiagonale  $[k]$ . La procedura risolutiva consiste nei seguenti passi:

- I) si applicano i carichi  $\Delta P_i$ ;
  - II) si calcolano le  $S_{i,j+1}$  con le (5.97), (5.98), (5.99);
  - III) si risolve la (5.93) tridiagonale;
  - IV) si modificano i valori di  $K_{i,j}$  con  $l_{i,j+1} = \text{cost.}$ ;
  - V) si ritorna alla fase IV finché, dopo il controllo di due valori consecutivi, si raggiunge la precisione richiesta.
- In fase elastica, considerando l'aggiornamento degli sforzi come perno iterativo, si hanno le seguenti fasi di calcolo:
- I) elaborazione dei carichi  $\Delta P_i$ ;
  - II) calcolo degli  $S_{i,j+1}$  con le (5.97), (5.98), (5.99);
  - III) calcolo degli spostamenti  $(u, v, w)$  con le (5.95);
  - IV) calcolo dei  $\Delta l_{i,j+1}$  con le (5.96);
  - V) ritorno a II;
  - VI) controllo della convergenza sugli sforzi.

L'onere di calcolo e di occupazione di memoria è minimo, come si può osservare dalle varie fasi di calcolo descritte. In particolare, la fase II, che coinvolge la risoluzione di un sistema di  $3(n-1)$  equazioni, trae vantaggio dalla struttura tridiagonale della matrice  $[k]$ . La risoluzione di tale sistema di equazioni, equivale ad una semplice back-substitution. Come si può osservare, la sottostruttura fune è stata risolta tenendo separate le condizioni di equilibrio da quelle di compatibilità. La particolare concatenazione risolutiva delle (5.97) permette di eseguire un calcolo iterativo della configurazione deformata della fune singola nello spazio, con un metodo di «shooting». Questo metodo, detto anche delle reazioni immaginarie, si basa sulla scelta guidata di un valore di tentativo delle reazioni  $R_{x,0}$ ;  $R_{y,0}$ ;  $R_{z,0}$ .

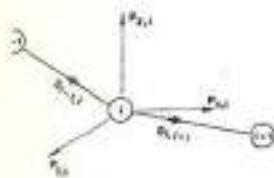


Fig. 5.47 Azioni esterne ed interne sul nodo generico i.

Considerato un nodo generico  $i$  (fig. 5.47) le componenti della forza risultante sono definite dalle:

$$\begin{aligned} S_{x,i,j+1} &= P_{x,i} + R_{x,i-1} \\ S_{y,i,j+1} &= P_{y,i} + R_{y,i-1} \\ S_{z,i,j+1} &= P_{z,i} + R_{z,i-1} \end{aligned}$$

Lo sforzo nel tratto  $i, i+1$  risulta essere:

$$S_{i,i+1} = (S_{x,i,j+1}^2 + S_{y,i,j+1}^2 + S_{z,i,j+1}^2)^{1/2}$$

Seguendo le successive risultanti, la funicolare dei carichi può essere trovata in modo concatenato con le:

$$\begin{aligned} x_i &= x_{i-1} + \frac{R_{x,i-1} l_{i-1,j}}{S_{i-1,j}} \\ y_i &= y_{i-1} + \frac{R_{y,i-1} l_{i-1,j}}{S_{i-1,j}} \\ z_i &= z_{i-1} + \frac{R_{z,i-1} l_{i-1,j}}{S_{i-1,j}} \end{aligned}$$

Il metodo delle reazioni immaginarie impiega le precedenti relazioni concatenate per determinare lo stato di equilibrio della fune nello spazio, assumendo un primo valore di tentativo delle reazioni vincolari  $R_x, R_y, R_z$  al vincolo 0 e controlla il risultato con l'errore di chiusura  $E$  (fig. 5.48), inteso come differenza vettoriale tra le coordinate calcolate  $(x_n, y_n, z_n)$  del nodo  $n$  e le coordinate del vincolo stesso  $(\bar{x}_n, \bar{y}_n, \bar{z}_n)$ .

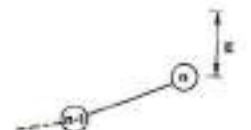
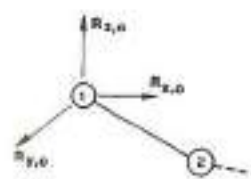


Fig. 5.48 Reazioni vincolari di tentativo sul nodo o verifica dell'errore di chiusura sul nodo n.

L'errore  $E$  è calcolato con la:

$$E = (x_n - \bar{x}_n)^2 + (y_n - \bar{y}_n)^2 + (z_n - \bar{z}_n)^2$$

In base all'errore così trovato, è possibile modificare iterativamente le reazioni al nodo 0, mediante le correzioni:

$$\begin{aligned} \Delta R_{x,0} &= \delta \frac{x_n - \bar{x}_n}{E^{1/2}} \\ \Delta R_{y,0} &= \delta \frac{y_n - \bar{y}_n}{E^{1/2}} \\ \Delta R_{z,0} &= \delta \frac{z_n - \bar{z}_n}{E^{1/2}} \end{aligned}$$

dove  $\delta$  è un coefficiente di accelerazione di convergenza. La modificazione ciclica iterativa dei valori di tentativo può essere guidata da uno schema Newtoniano. Detti  $x_n$  e  $\bar{x}_n$  il valore esatto ed il valore di tentativo della radice sarà:

$$\bar{x}_n = x_n + h$$

se l'approssimazione è buona,  $h$  è da considerarsi piccolo e pertanto  $h \ll h$  e lo sviluppo in serie della funzione può arrestarsi ai termini del primo ordine:

$$f(\bar{x}_n) \approx f(x_n) + h f'(x_n) \quad (5.100)$$

Per  $\bar{x}_n$ ,  $f(\bar{x}_n) = 0$  e dalla (5.100) si può, quindi, ricavare  $h$ , che è approssimato in quanto lo sviluppo in serie è arrestato al primo termine. Aggiornato il valore di  $x_n$ , si può procedere a calcolare un nuovo valore di  $h$  e continuare iterativamente. Per la  $r$ -esima iterazione abbiamo:

$$x_n^r = x_n^{r-1} + h_r, \quad h_r = -f(x_n^{r-1}) / f'(x_n) \quad (5.101)$$

Il procedimento si ferma quando il valore di  $x_n$ , in due passi successivi, varia meno della precisione richiesta. La trasposizione al nostro caso è

$$\begin{Bmatrix} \Delta R_{x,0} \\ \Delta R_{y,0} \\ \Delta R_{z,0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta R_{x,0} \\ \Delta R_{y,0} \\ \Delta R_{z,0} \end{Bmatrix}_{(r-1)} + \begin{Bmatrix} \Delta(\Delta R_{x,0}) \\ \Delta(\Delta R_{y,0}) \\ \Delta(\Delta R_{z,0}) \end{Bmatrix}_r \quad \text{in}$$

dove la matrice che compare al secondo termine è l'Hessiano della funzione.

### 5.9.3 Alcune applicazioni nel piano e nello spazio

Nelle figg. 5.49 e 5.50 è riportata la geometria che assume una struttura pneumatica allorché vengono fissate oltre la lunghezza della sua linea direttrice, le condizioni per i punti estremi (1 e 21) e, ad esempio, una condizione per un punto intermedio (p.es. il valore di  $z_8$ ). In questo caso, per la pressione interna  $p = 350 \text{ N/m}^2$  lo sforzo nella membrana risulta rispettivamente  $S_7 = 2460 \text{ N/m}$  nel tratto dal punto 1 al punto 8, e  $S_8 = 3340 \text{ N/m}$  dal punto 8 al punto 21. Inoltre, nella fig. 5.49 è indicata, sovrapposta alla forma iniziale, la configurazione deformata assunta dalla struttura, senza tener conto della elasticità del materiale, per effetto di un carico verticale tipo neve ( $p_n = 150 \text{ N/m}^2$ ) fra i punti 11 e 14. Come appare evidente dalla configurazione deformata, il punto 8 si sposta orizzontalmente (si è simulato, appunto, l'effetto di un vinco-

Fig. 5.49 Membrana cilindrica con punto intermedio vincolato ( $z = \text{cost.}$ ), caso con  $p = 350 \text{ N/m}^2$ ;  $p_n = 150 \text{ N/m}^2$ ;  $p_n \neq 0$  ed  $E = \infty$ .

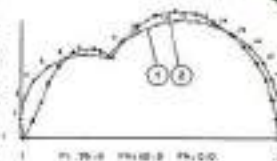


Fig. 5.50 Membrana cilindrica con punto intermedio, vincolato

( $p = \cos \theta$ ) caso con  $p = 350 \text{ N/m}^2$ ,  $p_0 = 1 \text{ N/m}^2$ ;  $p_0 = 150 \text{ N/m}^2$  dal punto 11 al punto 14 ed  $E \cdot s = \infty$

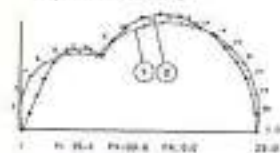


Fig. 5.51 Membrana cilindrica vincolata solo alle estremità

caso con  $p = 350 \text{ N/m}^2$ ; 1) Assetto in assenza di carichi esterni; 2)  $p_0 = 250 \text{ N/m}^2$  dal punto 2 al punto 20  $E \cdot s = \infty$ ; 3)  $p_0 = 250 \text{ N/m}^2$  dal punto 2 al punto 20  $E \cdot s = 5 \cdot 10^9 \text{ N/m}$

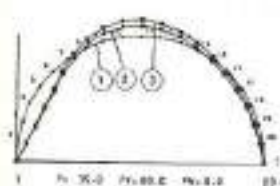
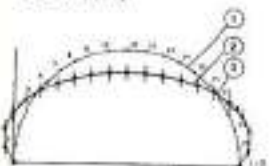


Fig. 5.52 Membrana cilindrica vincolata solo alle estremità

caso con  $p = 350 \text{ N/m}^2$ ; 1) Assetto in assenza di carichi esterni; 2)  $p_0 = 800 \text{ N/m}^2$  dal punto 2 al punto 20  $E \cdot s = \infty$ ; 3)  $p_0 = 800 \text{ N/m}^2$  dal punto 2 al punto 20  $E \cdot s = 5 \cdot 10^9 \text{ N/m}$

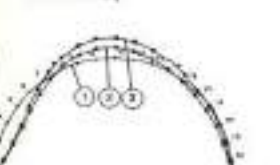


Fig. 5.53 Membrana cilindrica vincolata solo alle estremità

caso con  $p = 350 \text{ N/m}^2$ ; 1) Assetto in assenza di carichi esterni; 2)  $p_0 = 800 \text{ N/m}^2$   $E \cdot s = \infty$ ; 3)  $p_0 = 800 \text{ N/m}^2$   $E \cdot s = 5 \cdot 10^9 \text{ N/m}$

lo a carrello). Ovviamente, si constata che il regime degli sforzi si attenua leggermente aumentando la curvatura nella zona non caricata:

$$S_{\text{max}(1-11)} = 2320 \text{ N/m}, \quad S_{\text{max}(2-2)} = 3230 \text{ N/m}$$

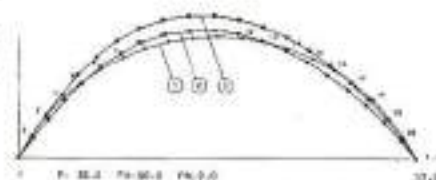
Nella fig. 5.50 è indicata invece, sovrapposta alla forma iniziale, la configurazione deformata inestensionale sotto l'effetto di un carico tipo vento ( $p = 600 \text{ N/m}^2$ ) con coefficiente  $C(\theta)$  (essendo  $\theta$  l'angolo formato dalla tangente alla membrana in un punto generico della struttura, rispetto all'orizzontale). Per l'individuazione di  $C(\theta)$  ci si è riferiti ai valori trovati per una membrana cilindrica a direttrice circolare.

In questo caso, la modificazione di tensione nella membrana dà:

$$S_{(1-1)} = 2210 \text{ N/m}; \quad S_{(2-2)} = 3930 \text{ N/m}$$

Nelle figure 5.51, 5.52, 5.53 è riportata, come base, la configurazione iniziale di una struttura pneumatica, per la quale si sono fissate le sole condizioni di vincolo nei punti estremi: la fig. 5.51 mostra gli assetti deformati, con la pressione interna di  $350 \text{ N/m}^2$  sotto l'azione di un carico da neve  $p_0 = 250 \text{ N/m}^2$ , nel tratto compreso tra i nodi 6 e 16, sia nel caso di materiale inestensibile, sia nel caso in cui per il prodotto  $E \cdot s$  si sia assunto il valore di  $5 \cdot 10^9 \text{ N/m}$  ( $s =$  spessore della membrana).

Nelle figure 5.52 e 5.53 sono, riportati invece, gli assetti deformati della membrana sotto l'azione di un carico da vento di intensità  $p = C(\theta) p_0$ , dove  $p_0$  è stato assunto pari a  $800 \text{ N/m}^2$  e la funzione  $C(\theta)$ , secondo quanto è stato affermato da alcuni autori [5.26], è quella dedotta da esperienze su modelli rigidi di ugual forma, avendo considerato il materiale, sia inestensibile sia deformabile, con valori di  $E \cdot s = 5 \cdot 10^9 \text{ N/m}$  e  $3 \cdot 10^9 \text{ N/m}$ . Per mettere in evidenza l'influenza che può avere la deformabilità del materiale anche in ordine all'aggravamento della distribuzione delle pressioni in funzione di  $C(\theta)$ , si è, quindi, risolto il caso di una struttura più ribassata (fig. 5.54), sempre soggetta alle stesse condizioni di pressione interna e di vento e con valore di  $E \cdot s$  ancora uguale a  $5 \cdot 10^9 \text{ N/m}$ .



In questi casi, l'influenza della deformabilità del materiale si fa sentire in maniera più sensibile in quanto, mentre lo sforzo di membrana iniziale vale  $S_0 = 7030 \text{ N/m}$ , quello finale per  $E \cdot s = \infty$  vale  $S = 23.400 \text{ N/m}$ , che si riduce poi, leggermente, per  $E \cdot s = 5 \cdot 10^9 \text{ N/m}$ , a  $S = 22.060 \text{ N/m}$ .

Dalla soluzione di questi casi è possibile pervenire al tracciato di utili diagrammi che danno, ad esempio, lo spostamento massimo verso l'interno della membrana in funzione dei valori della pressione interna  $p$  e di  $p_0$ .

Nella fig. 5.55 sono, appunto, riportate le curve a  $p = \cos \theta$ , che danno il valore dello spostamento massimo verso l'interno  $\delta_{\text{max}}$  (rapportato dalla larghezza  $L$  della struttura), in funzione della  $p_0$ , per una struttura iniziale come quella di fig. 5.51.

Fissato il valore massimo accettabile del rapporto  $\delta_{\text{max}}/L$ , è possibile ricavare l'andamento di  $p$  in funzione di  $p_0$  (in questo caso pressoché lineare, nella fascia dei valori pratici di  $p$ ) utile per impostare il progetto di un servomeccanismo che automatizzi la conduzione della struttura. Va, tuttavia, osservato che le limitazioni precedentemente indicate non tengono conto di particolari stati di turbolenza della corrente d'aria che possono produrre anche singolari effetti sulla deformata.

In fig. 5.56, infine, è illustrata una struttura pneumatica a base quadrata di  $36 \times 36 \text{ m}$  soggetta all'azione del vento su una zona parziale. Nei plotter sono rilevabili tanto la deformata rigida quanto la deformata che tiene conto dell'elasticità.

### 5.10 ANALISI INTEGRATA PER SISTEMI COMPLESSI ELASTICAMENTE COLLABORANTI

Nei precedenti paragrafi sono stati illustrati vari algoritmi di analisi per strutture formate esclusivamente da elementi fune. Molti sistemi strutturali, come

Fig. 5.54 Membrana cilindrica

caso con  $p = 350 \text{ N/m}^2$ ; 1) Assetto in assenza di carichi esterni; 2)  $p_0 = 800 \text{ N/m}^2$   $E \cdot s = \infty$ ; 3)  $p_0 = 800 \text{ N/m}^2$ ,  $E \cdot s = 5 \cdot 10^9 \text{ N/m}$

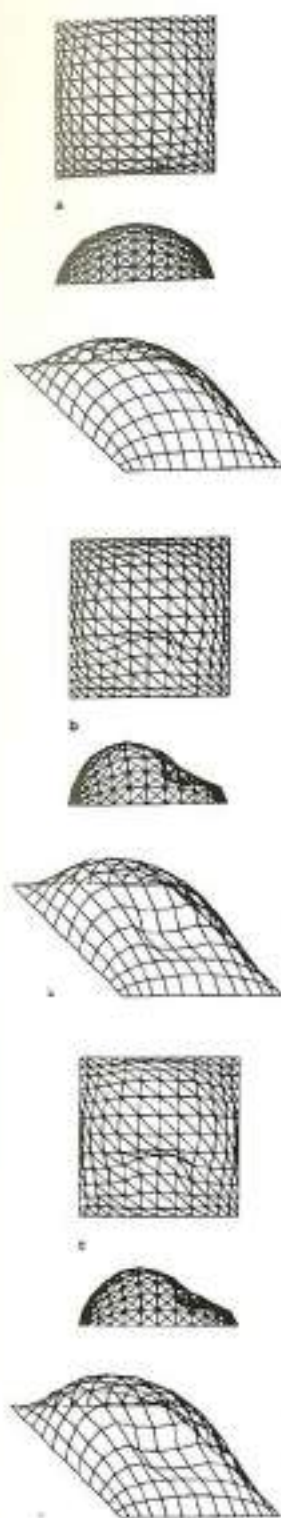
Fig. 5.55 Curve a picost, che danno il valore dello spostamento massimo verso l'interno

rapportato alla lunghezza  $L$  della struttura, in funzione del carico  $p_0$



Fig. 5.56 Deforma rigida ed elastica di una struttura pneumatica.

a) Stato «a» b) Deformata rigida c) Deformata elastica



si è visto nel Capitolo 2, composti da tensostrutture ancorate a strutture di bordo di varia forma, possono interagire elasticamente e spesso (vedi paragrafo 5.9.1) non può essere eseguita l'analisi separata dei sistemi strutturali, a meno di ritenere che uno sia infinitamente più rigido dell'altro (\*). L'analisi strutturale dei sistemi collaboranti può essere effettuata simultaneamente o iterativamente per sottostrutturazione mista (paragrafo 5.9). Qui di seguito tratteremo l'analisi simultanea, la quale può essere ancora suddivisa in:

- analisi non-lineare delle tensostrutture e analisi lineare del sistema di ancoraggio;
- analisi non-lineare completa.

Nel nostro caso, si prende in considerazione un modello completo non-lineare per elementi inflessi e elementi funi di tipo 3D.

#### 5.10.1 Determinazione della matrice di rigidità locale

L'elemento per il quale scriveremo l'espressione della matrice locale di rigidità è di tipo lineare a 12 gradi di libertà (fig. 5.57) soggetto alle ipotesi seguenti:

- sezione costante doppiamente simmetrica;
- dimensioni trasversali piccole, rispetto alla lunghezza;
- tensioni e deformazioni normali all'asse longitudinale dell'elemento sono trascurate;
- conservazione delle sezioni piane;
- materiale isotropo e omogeneo;
- si considera solo la torsione alla St.

(\*) Quando le strutture d'ancoraggio sono molto rigide, la tensostruttura può essere analizzata con vincoli perfetti o, con le varianti dei vincoli combinate di segno, si procede all'analisi delle sollecitazioni della struttura d'ancoraggio.

Venant; - trascurabilità della deformazione a taglio.

Sulla base di queste ipotesi i termini della matrice di rigidità in campo di non-linearità geometrica possono ricavarsi, generalmente, mediante derivazione dell'energia di deformazione  $W$  rispetto all' $i$ -esimo grado di libertà, applicando la:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial v_i \partial u_j} = W_{ij} = K_{ij}$$

mediante rotazione ciclica degli indici  $i, j = 1, \dots, n$  con  $n =$  numero dei gradi di libertà dell'elemento. Si parte dalla espressione generale dell'energia di deformazione

$$W = \frac{1}{2} \iiint_{V_0} \{\epsilon\}^T \{\sigma\} dx dy dz$$

e considerando l'elemento in posizione deformata ( $\Sigma' + \Delta \Sigma$ ) rispetto ad una configurazione nota si ha:

$$W = \frac{1}{2} \iiint_{V_0} \{e + \Delta e\}^T \{\sigma + \Delta \sigma\} dx dy dz \quad (5.102)$$

I vettori di deformazione e tensione generalizzati sono:

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon_x, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \epsilon_y, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}, \gamma_{xy}, \epsilon_z\}^T$$

$$\{\sigma\} = \{\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \sigma_y, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{xy}, \sigma_z\}^T$$

considerata per cui, la reciprocità  $\tau_{xy} = \tau_{yx} = \gamma_{xy} = \gamma_{yx}$  e la terza delle ipotesi semplificative, che impone  $\sigma_y = \sigma_z = \tau_{yz} = 0$  e  $\epsilon_y = \epsilon_z = \gamma_{yz} = 0$ , nel nostro caso si riducono conseguentemente alle:

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon_x, \gamma_{xy}, \gamma_{zx}\}$$

$$\{\sigma\} = \{\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{zx}\} \quad (5.103)$$

Invertendo (5.103) e sostituendo in (5.102), si ha:

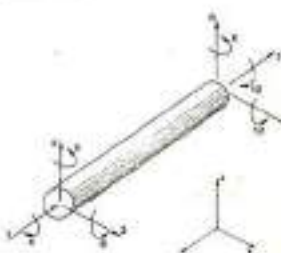
$$W = \frac{1}{2} \iiint_{V_0} \{\epsilon\}^T \{\sigma\} dx dy dz +$$

$$+ \frac{1}{2} \iiint_{V_0} \{\epsilon\}^T \{\Delta \sigma\} dx dy dz +$$

$$+ \frac{1}{2} \iiint_{V_0} \{\Delta \epsilon\}^T \{\sigma\} dx dy dz +$$

$$+ \frac{1}{2} \iiint_{V_0} \{\Delta \epsilon\}^T \{\Delta \sigma\} dx dy dz$$

Fig. 5.57



Le equazioni tensioni-deformazioni possono scriversi in forma incrementale:

$$\{\sigma\}_{3 \times 1} = [E]_{3 \times 3} \{\varepsilon + \Delta\varepsilon\}_{3 \times 1}$$

con:

$$\{\sigma\} = [E]\{\varepsilon\}; \quad \{\Delta\sigma\} = [E]\{\Delta\varepsilon\}$$

dove la matrice ridotta (3x3) di elasticità è:

$$E = \begin{bmatrix} E_{xxxx} & 2E_{xxyy} & 2E_{xxzz} \\ E_{xxyy} & 2E_{xyxx} & 2E_{xyzz} \\ E_{xxzz} & 2E_{xyzz} & 2E_{zzxx} \end{bmatrix}$$

Sostituendo la (5.104) nella (5.102), si ottiene:

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \{\varepsilon + \Delta\varepsilon\}^T [E] \{\varepsilon + \Delta\varepsilon\} dx dy dz \quad (5.105)$$

Sviluppando quindi la (5.105) e dividendo i termini, si ha:

$$W = W_1 + W_2 + W_3$$

dove:

$$W_1 = \frac{1}{2} \iiint_V \{\varepsilon\}^T [E] \{\varepsilon\} dx dy dz$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \iiint_V \{\varepsilon\}^T [E] \{\Delta\varepsilon\} dx dy dz +$$

$$+ \frac{1}{2} \iiint_V \{\Delta\varepsilon\}^T [E] \{\varepsilon\} dx dy dz$$

$$W_3 = \frac{1}{2} \iiint_V \{\Delta\varepsilon\}^T [E] \{\Delta\varepsilon\} dx dy dz \quad (5.106)$$

Per poter ottenere l'energia di deformazione in funzione degli spostamenti correlativi ai gradi di libertà dell'elemento, occorre esplicitare il legame deformazioni-spostamenti  $\varepsilon$ , mediante l'espressione del tensore di Green, si ha, con le notazioni correnti:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \\ \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} \right] \\ \gamma_{xz} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} \right] \end{cases}$$

Per la variazione incrementale, si può scrivere:

$$\begin{cases} \Delta\varepsilon_x = \Delta\tilde{\varepsilon}_x + \Delta\hat{\varepsilon}_x + \Delta\check{\varepsilon}_x \\ \Delta\gamma_{xy} = \Delta\tilde{\gamma}_{xy} + \Delta\hat{\gamma}_{xy} + \Delta\check{\gamma}_{xy} \\ \Delta\gamma_{xz} = \Delta\tilde{\gamma}_{xz} + \Delta\hat{\gamma}_{xz} + \Delta\check{\gamma}_{xz} \end{cases}$$

dove:

$$\begin{cases} \Delta\tilde{\varepsilon}_x = 2 \frac{\partial \Delta u}{\partial x} \\ \Delta\tilde{\gamma}_{xy} = \frac{\partial \Delta u}{\partial y} + \frac{\partial \Delta v}{\partial x} \\ \Delta\tilde{\gamma}_{xz} = \frac{\partial \Delta u}{\partial z} + \frac{\partial \Delta w}{\partial x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta\hat{\varepsilon}_x = 2 \left( \frac{\partial x}{\partial x} \frac{\partial \Delta u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial \Delta v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \Delta w}{\partial x} \right) \\ \Delta\hat{\gamma}_{xy} = \left( \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial \Delta u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial \Delta v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \Delta w}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \Delta u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial \Delta v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \Delta w}{\partial y} \right) \\ \Delta\hat{\gamma}_{xz} = \left( \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial \Delta u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial \Delta v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \Delta w}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \Delta u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial \Delta v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \Delta w}{\partial z} \right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta\check{\varepsilon}_x = \left( \frac{\partial \Delta u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Delta v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Delta w}{\partial x} \right)^2 \\ \Delta\check{\gamma}_{xy} = \frac{\partial \Delta u}{\partial x} \frac{\partial \Delta u}{\partial y} + \frac{\partial \Delta v}{\partial x} \frac{\partial \Delta v}{\partial y} + \frac{\partial \Delta w}{\partial x} \frac{\partial \Delta w}{\partial y} \\ \Delta\check{\gamma}_{xz} = \frac{\partial \Delta u}{\partial x} \frac{\partial \Delta u}{\partial z} + \frac{\partial \Delta v}{\partial x} \frac{\partial \Delta v}{\partial z} + \frac{\partial \Delta w}{\partial x} \frac{\partial \Delta w}{\partial z} \end{cases}$$

### 5.10.2 La funzione di forma

Per un qualunque punto dell'asta nello spazio, gli spostamenti, riferiti ad un sistema di coordinate cartesiane locali vengono rappresentati da funzioni interpolatrici di tipo Hermitiano.

Tali funzioni risultano, poi, definite dalle sei componenti di spostamento nodale alle estremità dell'asta. Questo campo di spostamenti viene ottenuto per sovrapposizione dei tre stati generalizzati di spostamenti normali, flessionali e torsionali.

Per gli spostamenti assiali si assume:

$$^A u = b_0 + b_1 x \quad ^A u = ^A w = 0$$

per quelli flessionali attorno agli assi principali:

$$\begin{cases} \tau_v = -z \varphi_y(x) = -z(b_{10} + b_{11} x) \\ \tau_w = -y \varphi_z(x) = y(b_{10} + b_{11} x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_v = b_2 + b_3 x + b_4 x^2 + b_5 x^3 \\ F_w = b_6 + b_7 x + b_8 x^2 + b_9 x^3 \end{cases} \quad (5.107)$$

Dall'ipotesi di Eulero-Bernoulli di conservazione della sezione piana, segue che  $\Delta u_i$  deve risultare lineare in  $y$  e  $z$ , e quindi:

$$F_v = y f_1(x) + z f_2(x) \quad (5.108)$$

e dall'ipotesi che tale sezione non si ingobbisca segue che i punti sull'asse di simmetria dell'asta deve risultare:

$$\left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (5.109)$$

Attraverso la derivazione parziale delle eq. (5.107) e (5.108) e la sostituzione nella equazione (5.109) si ottiene allora:

$$F_w = y(-b_7 - 2b_8 x - 3b_9 x^2) + z(-b_1 - 2b_2 x - 3b_3 x^2)$$

Per una torsione costante, l'angolo di rotazione è linearmente dipendente da  $x$  e perciò:

$$\varphi_z(x) = b_{10} + b_{11} x$$

e quindi

$$A = \begin{bmatrix} V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 & V_6 & V_7 & V_8 & V_9 & V_{10} & V_{11} & V_{12} \\ 1 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ -1/L_0 & - & - & - & - & 1/L_0 & - & - & - & - & - & - \\ - & 1 & - & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & 1 & - & - & - & - & - & - \\ - & -3/L_0^2 & - & - & - & -2/L_0^2 & - & -3/L_0^2 & - & - & - & -1/L_0 \\ - & 2/L_0^3 & - & - & - & 3/L_0^3 & - & -2/L_0^3 & - & - & - & 1/L_0^2 \\ - & - & 1 & - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & -1 & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & -3/L_0^2 & - & 2/L_0 & - & - & 3/L_0^2 & - & 1/L_0 & - & - \\ - & - & 2/L_0^3 & - & -1/L_0^2 & - & - & -2/L_0^3 & - & -3/L_0 & - & - \\ - & - & - & 1 & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & -1/L_0 & - & - & - & - & - & 1/L_0 & - & - \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 & b_7 & b_8 & b_9 & b_{10} & b_{11} \\ 1 & x & - & -y & -2xy & -3x^2 y & - & -z & -2xz & -3x^2 z & - & - \\ - & - & 1 & x & x^2 & x^3 & - & - & - & - & -z & -xz \\ - & - & - & - & - & - & 1 & x & x^2 & x^3 & y & xy \end{bmatrix}$$

Avendo, poi, accettato l'ipotesi di torsione alla S. Venant, le sezioni rimangono piane per cui:

$$^A u = 0$$

Attraverso la sovrapposizione delle tre componenti di spostamento, si ottengono i polinomi che definiscono le funzioni di forma:

$$\begin{cases} u = b_0 + b_1 x - y(b_3 + 2b_4 x + 3b_5 x^2) - 2(b_7 + 2b_8 x + 3b_9 x^2) \\ v = b_2 + b_3 x + b_4 x^2 + b_5 x^3 - 2(b_{10} + b_{11} x) \\ w = b_6 + b_7 x + b_8 x^2 + b_9 x^3 + y(b_{10} + b_{11} x) \end{cases}$$

Tramite il confronto dei valori assunti agli estremi (5.109) dell'asta dai polinomi interpolati, si possono poi calcolare i valori assunti dalle costanti  $b_i$ .

Scrivendo il tutto in forma matriciale, si ha:

$$\{U\} = [B]\{b\}; \quad \{b\} = [A]\{V\}$$

da cui:  
 $\{U\} = [B][A]\{V\}$  dove le due matrici  $A$  e  $B$  valgono:



Dalle condizioni sugli spostamenti e le rotazioni dei nodi di estremità dell'elemento, otteniamo:

$$\begin{aligned} V_1 &= u(x,y,z)|_{x=0} & V_4 &= u(x,y,z)|_{x=L} \\ V_2 &= v(x,y,z)|_{x=0} & V_5 &= v(x,y,z)|_{x=L} \\ V_3 &= w(x,y,z)|_{x=0} & V_6 &= w(x,y,z)|_{x=L} \\ V_4 &= \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{x=0} & V_{11} &= \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{x=L} \\ V_5 &= -\frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} & V_{12} &= -\frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=L} \\ V_6 &= \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} & & \end{aligned}$$

Da cui le varie costanti valgono:

$$\begin{aligned} b_0 &= V_1 \\ b_1 &= (V_2 - V_3) / L_0 \\ b_2 &= V_2 \\ b_3 &= V_3 \\ b_4 &= \frac{1}{L_0} \left( \frac{3V_4}{L_0} - \frac{3V_2}{L_0} - 2V_6 - V_{12} \right) \\ b_5 &= \frac{1}{L_0} \left( \frac{2V_2}{L_0} - \frac{2V_4}{L_0} - 2V_6 - V_{12} \right) \\ b_6 &= V_3 \\ b_7 &= -V_5 \\ b_8 &= \frac{1}{L_0} \left( 2V_5 + V_{11} + \frac{3V_6}{L_0} - \frac{3V_4}{L_0} \right) \\ b_9 &= \frac{1}{L_0} \left( \frac{2V_2}{L_0} - V_5 - \frac{2V_6}{L_0} - V_{11} \right) \\ b_{10} &= V_4 \\ b_{11} &= \frac{1}{L_0} (V_{10} - V_4) \end{aligned}$$

5.10.3 Matrice di rigidità geometrica

Sviluppando le eq. (5.106) in funzione degli spostamenti, si ha l'espressione dell'energia che ci permette, per derivazione doppia, di ottenere i termini delle matrici elastica e geometrica.

Dalla componente  $W_2$  dell'energia di deformazione, si ottengono i coefficienti della matrice geometrica  $K_G$  (vedi tavola 5.1).

I primi termini della  $W_2$  danno, in seguito ad un processo di derivazione, i termini della matrice elastica  $K_E$  (vedi

tavola 5.2). Trascurando i termini di 3° e 4° ordine, i coefficienti della matrice degli spostamenti iniziali sono ottenuti dagli altri termini di  $W_2$ .

Questa matrice genera i termini di carico fittizio in accordo con i sistemi iterativi ed incrementali di risoluzione dei sistemi non lineari. La matrice di rigidità locale, formata dai termini  $K_G + K_E$ , ottenuta per l'elemento lineare a 6 gradi di libertà per nodo, include evidentemente, anche la matrice per l'elemento fune del paragrafo 5.6.1.

5.10.4 Il programma TENSO

Il programma di calcolo TENSO è di tipo interattivo grafico, ed è scritto in linguaggio FORTRAN 77 per essere caricato su un sistema VAX 11-780. In tale programma, è implementata la trattazione sopra esposta mentre la descrizione generale delle routines principali che lo compongono è inclusa nell'Appendice A.

L'algoritmo base utilizzato è l'algoritmo di Newton-Raphson modificato che prevede la soluzione della struttura, per un assegnato vettore di incremento dei carichi, col metodo dell'equilibrio.

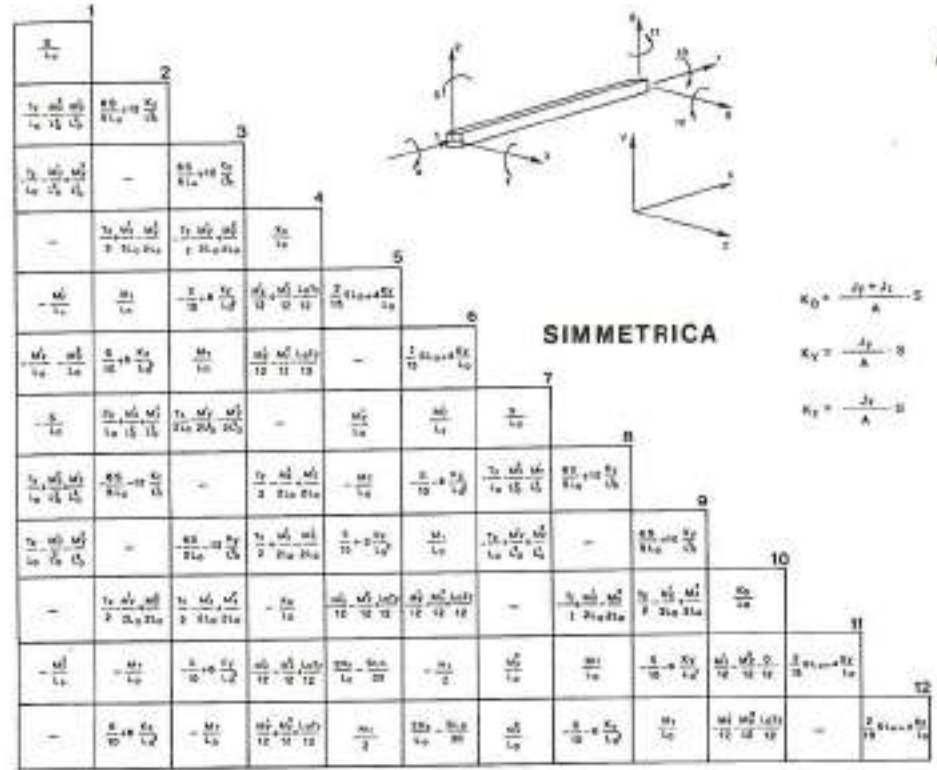
Il programma può essere utilizzato, quindi, sia per un normale calcolo della struttura in campo elastico che in campo non-lineare geometrico. Seguendo l'algoritmo di Newton-Raphson modificato la struttura viene via via assoggettata a incrementi di carico successivi e, partendo dalla configurazione equilibrata definita al passo precedente, viene quindi ricercata una buona configurazione equilibrata per effetto dell'incremento dei carichi assegnato.

Particolare attenzione, perché notevole peso hanno nei calcoli di questo tipo, è stata rivolta ai problemi connessi all'instabilità numerica, ad esempio utilizzando algoritmi di normalizzazione della matrice di rigidità e solutori del sistema di equazioni con maggior precisione risolutiva.

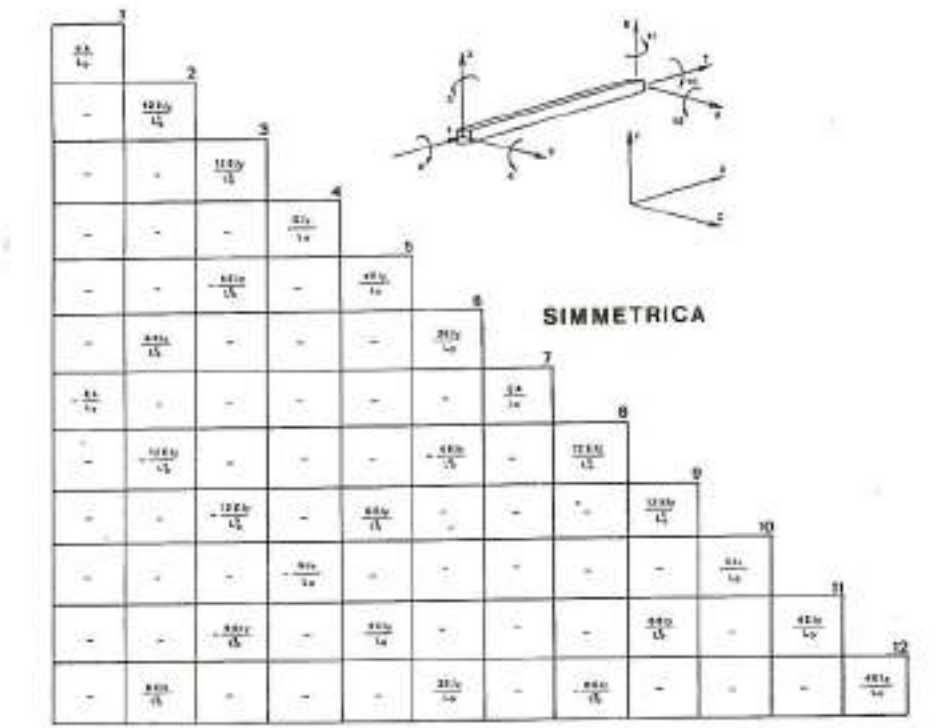
Nel programma non sono stati contemplati i problemi riguardanti la non linearità di comportamento meccanico del materiale.

Per quanto riguarda gli effetti del secondo ordine, il programma, una volta calcolate le sollecitazioni nelle aste al termine del primo ciclo di iterazione, provvede al cal-

Tav. 5.1



Tav. 5.2



## BIBLIOGRAFIA

- [5.1] E. HAUG:  
*Numerical design and analysis of lightweight structures. Symposium on Air Supported Structures - The State of the Art. London, June 1980.*
- [5.2] H.K. BANDEL:  
*Das orthogonale Seilnetz; hyperbolisch-parabolischer Form unter vertikalen Lastzuständen und Temperaturänderung. Der Bauingenieur, Ottobre 1959.*
- [5.3] P. KRISHNA:  
*Cable-suspended roof. Mc Gram-Hill, New York 1978.*
- [5.4] M. MOLLMAH, P.L. MORTENSEN:  
*The analysis of prestressed suspended cable nets. Int. Conf. on Space Structures, Guilford, 1966.*
- [5.5] A. MAURO, L. DE POI:  
*Sulla statica degli orditi spaziali di funi; il metodo degli spostamenti impressi. Costruzioni Metalliche n. 5, 1972.*
- [5.6] M. PAPADRARAKIS:  
*A method for the automatic evaluation of the dynamic relaxation parameters. Computer methods in applied mechanics and engineering, 1981.*
- [5.7] *Colloquium of hanging roofs. IASS, Paris 1962.*
- [5.8] *Space structures. International Conference of Surrey 1967.*
- [5.9] *IASS Pacific Symposium part II on Tension Structures and Space Frames. Tokio 1972.*
- [5.10] *International Conference on Tension Roof Structures. London 1974.*
- [5.11] *Wide span surface structures. University of Stuttgart, 1976.*
- [5.12] *IASS World Congress on Space Enclosures. Montreal 1976.*
- [5.13] *IASS World Congress on Shell and Spatial Structures. Madrid 1976.*
- [5.14] S.O. ASPLUND:  
*Force method analysis of orthogonal cable nets. (In bibliografia 5.11)*
- [5.15] R.J. ROY:  
*Numerical error in structural solutions. ASCE ST4, 1971.*
- [5.16] C. MEYER:  
*Special problems related to linear equation solvers. ASCE ST4, 1975.*
- [5.17] P. POZZATI:  
*Annotazioni in merito ai modi naturali di vibrare delle strutture elastiche. Atti della Accademia di Scienze dell'Istituto di Bologna, serie XIII tomo VII.*
- [5.18] C. CECCOLI:  
*Osservazioni in merito ai comportamenti non lineari delle strutture stralate. Atti della Accademia di Scienze dell'Istituto di Bologna, serie XIII tomo VII.*
- [5.19] S. ODORIZZI, B. SCHREFLER:  
*Contributo allo studio di reti pretese entro strutture elasticamente deformabili. Costruzioni Metalliche n. 3, 1974.*
- [5.20] J. MICHALOS, C. BIRNSTIEL:  
*Movements of a cable due to changes in loading. ASCE ST12, 1960.*
- [5.21] H.K. BANDEL:  
*Das hangende teil unter räumlicher Belastung und Temperaturänderung. Der Bauingenieur, 1962.*
- [5.22] A. CHIARUGI, M. MAJOWIECKI, G. TIRONI:  
*On the deformative state of pneumatic structures. CIB-IASS, Venezia 1977.*
- [5.23] A. PEYROT, A. GOULOIS:  
*Analysis of flexible transmission lines. ASCE STS, 1978.*
- [5.24] A. PEYROT:  
*Marine cable structures. ASCE ST12, 1980.*
- [5.25] F. DOMINGUEZ:  
*Dynamic analysis of cable system. ASCE STR, 1972.*
- [5.26] M. UEM-RA:  
*Membrane tension and deformation in cylindrical pneumatic structures subject to wind loads. IASS Pac. Symp. on Tension Structures Tokio 1971.*
- [5.27] H.A. BUCHHOLDT, B.R. Mc MILLAN:  
*Iterative methods for the Solutions of Prestensioned cable structures and Pinjointed assemblies having significant geometrical displacements. IASS Pacific Symposium Part. II on Tension Structures and space Frames. Tokio and Kioto 1971.*
- [5.28] *The roof structures of the new sport Arena in Athens World Congress IASS, Madrid, September 1979.*
- [5.29] *Tecniche interattive nella moderna metodologia della progettazione strutturale. Acciaio, n. 1, 1980.*
- [5.30] *Sulla progettazione interattiva di telai piani e metallici. Acciaio, n. 1, 1980.*
- [5.31] *Interactive analysis of membrane grid shells: substructuring with the mixed method of analysis IASS, Buenos Aires, September 1982; Acciaio, Settembre 1982.*
- [5.32] *Analisi statica e dinamica di edifici multipiano; progettazione strutturale assistita mediante tecniche interattive grafiche. INARCOS.*
- [5.33] *CAD per la progettazione strutturale. Pixel, n. 5, 1982.*
- [5.34] M. MAJOWIECKI:  
*alcune osservazioni sulla interazione elastica fra reti di funi e strutture di ancoraggio. Acciaio, n.4, 1983.*
- [5.35] M. MAJOWIECKI, F. ZOULAS:  
*on the elastic interaction between rope net and space frame anchorage structures. Third International Conference on Space Structures, University of Surrey, Guilford, England, 1985.*
- [5.36] *Static and dynamic analysis of multilevel buildings: a cad methodology. Third International Conference on Space Structures, University of Surrey, Guilford, England, 1985.*
- [5.37] *L'integrazione dell'informazione nell'industria delle costruzioni. Acciaio, ottobre 1986.*
- [5.38] M. MAJOWIECKI:  
*Recent developments of design and construction of membrane structures in Italy. IASS Symposium, Osaka, Japan, September 1986.*
- [5.39] ISHII, K.,  
*«Structural design of cable-reinforced membrane structures iass world congress, 1989, Madrid*

## CAPITOLO 6

## METODI DI ANALISI DINAMICA DELLE TENSOSTRUTTURE

### 6.1 GENERALITÀ

Le coperture sospese segnano, come si è detto più volte, un ulteriore importante progresso nella generale tendenza all'alleggerimento delle strutture, e questo fatto indubbiamente ha caratterizzato l'evoluzione della tecnica costruttiva nel corso dei secoli.

La drastica diminuzione del rapporto tra il peso permanente delle coperture e il carico accidentale rende le strutture leggere particolarmente sensibili all'azione del vento, la cui natura dinamica può provocare oscillazioni di ampiezza tali da compromettere la funzionalità della struttura e, in casi gravi, la sua stessa stabilità strutturale. Da qui, la necessità di eseguire, nelle costruzioni leggere in generale, una analisi accurata del comportamento dinamico, inteso come problema d'interazione tra la struttura dinamica del vento e la struttura di copertura.

La mancanza di presollecitazione, o il modesto valore di quest'ultima presente nelle prime realizzazioni, faceva sì che le strutture risultassero estremamente flessibili e pertanto suscettibili di fenomeni «di instabilità aerodinamica» che si manifestano sotto forma di vibrazione autoeccitata (flutter), di ampiezza crescente. Un opportuno irrigidimento di queste strutture ha risolto il problema definitivamente (p.e. Arena di Raleigh). Nella letteratura tecnica sono poche le testimonianze di crolli o danneggiamenti dovuti all'azione del vento. Un interessante rapporto riguardanti rotture parziali di una membrana di copertura originata dall'azione del vento, è

contenuto in [6.18] dove il progettista stesso esamina le cause e propone le necessarie modifiche del progetto originale (Stadio di Montreal). Il fenomeno del flutter è stato evidenziato dal crollo del Tacoma Narrows Bridge nel 1940, ed è stato attribuito alla formazione di vortici dovuti all'attraversamento di una corrente d'aria diretta normalmente all'impalcato.

Questa ha provocato una oscillazione accoppiata flessione-torsionale dell'impalcato, dipendente dalla geometria strutturale e dal numero di Reynolds relativo alla corrente d'aria.

A questo crollo, si deve principalmente l'inizio dell'analisi aerostatica delle strutture ed il crollo stesso è stato la causa dei sospetti nei riguardi delle strutture leggere.

Bisogna, però, precisare che la causa del crollo del Tacoma Bridge risiede nella scarsa rigidità flessione-torsionale dell'impalcato e non nella leggerezza delle funi portanti e quindi non può essere preso ad esempio nel caso di strutture che ottengono la loro stabilità mediante l'introduzione di presollecitazione.

Strutture esistenti costruite nell'arco degli ultimi 15-20 anni, di varie tipologie, site in svariate regioni, e soggette alle mutevoli condizioni del vento sia per direzione, per velocità media e per turbolenza, non hanno presentato problemi di eccitazione dinamica.

Questo garantisce che il problema della instabilità dinamica nel caso di strutture sospese presollecitate, è dello stesso ordine di grandezza di quello statico e non particolarmente pericoloso, come

fino ad oggi è stato presentato nella maggior parte della letteratura tecnica sul tema.

Alla luce dell'esperienza costruttiva, sarebbe possibile affermare che nei sistemi presollecitati, esiste un benefico «effetto di fuga» dalla risonanza frequenziale. Infatti, in caso di oscillazioni risonanti, il comportamento altamente non lineare in regime di grandi spostamenti, provocherebbe un cambiamento di stato geometrico tensionale tale da modificare il periodo proprio della struttura, tendendo a farlo divergere rispetto al corrispondente periodo della forzante d'innescio del fenomeno vibratorio.

### 6.2 EFFETTI DEL VENTO SULLE COSTRUZIONI

Gli effetti del vento sopra una costruzione dipendono non solo dalla velocità del vento stesso, ma anche dalla forma, dalla dimensione e dalle caratteristiche della costruzione, così come dalla prossimità di altre costruzioni e dalla configurazione del terreno circostante.

Nella letteratura tecnica vengono differenziati gli effetti del vento chiamati «statici» da quelli dinamici.

Gli *effetti statici*, si traducono in pressioni e depressioni agenti sulle superfici esterne ed interne della costruzione. In generale, vengono considerati agenti normalmente a queste superfici anche se, per costruzioni di grande estensione, l'effetto tangenziale può non essere del tutto trascurabile.

Gli *effetti dinamici* dell'azione del vento esaminati particolarmente in questo capitolo si traducono in fenomeni di vibrazione. Nelle costruzioni con alto periodo di vibrazione, come di norma nel caso delle strutture leggere, occorre considerare i seguenti effetti:

a) frequenze critiche di una successione concentrata di raffiche e di formazione di turbolenza, suscettibili di originare oscillazioni longitudinali, in relazione alla direzione del vento ed in risonanza con la frequenza naturale

della costruzione;

b) velocità critiche anche in presenza di venti uniformi suscettibili di originare oscillazioni trasversali, in relazione alla direzione del vento, sotto l'effetto di turbolenza alternata (Karman-Bernard);

c) velocità critiche di instabilità aerodinamica, per le quali la costruzione può presentare, come conseguenza delle proporzioni generali della struttura e della forma delle sezioni trasversali, una instabilità aerodinamica di flessione e di torsione (ponti sospesi, problema di Steinman).

Frequenze e velocità critiche provocano oscillazioni ritmiche che, se prolungate per un tempo sufficiente, possono condurre a fenomeni di risonanza, originare grandi deformazioni e, in alcuni casi, la crisi strutturale. Talvolta, come nel crollo del ponte sul Tacoma, la risonanza frequenziale si è avuta con eccitazioni provocate da venti costanti di intensità decisamente inferiore a quella considerata in sede di verifica degli effetti statici, indotti dallo stesso vento.

Simili pericoli si combattono riducendo la deformabilità delle costruzioni, diminuendo il periodo proprio di vibrazione ed introducendo passivamente ed attivamente caratteristiche di zavorramento sufficienti.

Si adottano, inoltre, forme di sezione (così come altre disposizioni costruttive) adatte ad eliminare l'instabilità aerodinamica.

Per quanto riguarda le strutture leggere per coperture, considereremo due modi per analizzare gli effetti indotti dal vento: l'analisi statica e l'analisi dinamica.

L'analisi dell'effetto statico viene ottenuta schematizzando l'effetto del vento come una pressione distribuita sulla superficie della copertura, valutabile punto per punto, ed in relazione alla pressione base del vento, mediante coefficienti aerodinamici.

Questi coefficienti sono proposti dalle normative riguardanti l'azione sulle costruzioni in funzione dell'esposizione, della forma, della località, della rugosità del terreno, ecc., della costruzione in esame.

Nei casi in cui il coefficiente aerodinamico del vento non sia valutabile con sufficiente accuratezza, ed in presenza di particolari turbolenze, questi coefficienti possono essere ottenuti da prove aerodinamiche su modelli rigidi (vedi Capitolo 4 paragrafo 4.4). La ricerca dell'effetto statico del vento conduce ad un'analisi statica equivalente. Nel caso di analisi dinamica, è necessario considerare il comportamento aeroelastico della struttura, interagente o meno con il fluido in moto. Ciò conduce a considerare la massa della costruzione, nonché le caratteristiche elastiche e di smorzamento e porta, quindi, alla valutazione della forzante. È proprio sulla durata della forzante  $P(t)$  che mancano dati precisi, giacché esistono tipi infiniti di vento con frequenza identica e intensità differenti. L'analisi dinamica richiede pertanto una approfondita, preliminare analisi della struttura del vento, analisi che permetta di costruire un idoneo modello matematico del vento adatto all'analisi numerica.

6.3 LA STRUTTURA DEL VENTO

A causa degli effetti dinamici del vento sulle costruzioni, le normative più attuali rappresentano il vento naturale mediante due componenti di velocità: una media orizzontale  $\bar{V}$ , la cui intensità e direzione si considera costante e una velocità fluttuante nel tempo  $V_f(t)$  con  $i(x,y,z)$ , come rappresentato in fig. 6.1. L'azione globale del vento si manifesta in una *risposta statica* della costruzione in funzione della velocità media  $V$  e una *risposta dinamica* (vibrazione), che dipende dalle caratteristiche della componente fluttuante. Si ammette che la velocità del vento atmosferico possa essere idealizzata come un processo stocastico, stazionario ed ergodico<sup>(\*)</sup>.

Si ammette che la velocità fluttuante  $V_f(t)$  abbia media nulla e costituisca un processo stocastico stazionario. Si adotta, come velocità media, la media delle velocità istantanee misurate

in un periodo di 10 minuti. La risposta dinamica della costruzione può prodursi:

- a) in una direzione parallela alla direzione del vento;
- b) in una direzione trasversale alla direzione del vento.

6.3.1 Metodi statistici per lo studio della componente fluttuante del vento

L'ipotesi generale, tanto in termini di analisi deterministica quanto in termini di analisi probabilistica del vento, è che la velocità del vento può essere divisa in una componente media costante  $\bar{V}$  ed in una componente fluttuante «random»  $V_f(t)$ . Per la direzione longitudinale del vento, si può scrivere:

$$V(t) = \bar{V} + V_f(t) \quad (6.1) \text{ e } (6.2)$$

È possibile immaginare che la velocità del vento, rilevata in un punto, possa essere formata da un certo numero di fluttuazioni di tipo sinusoidale (fig. 6.3) di differente frequenza ed ampiezza, attorno al valore medio della velocità del vento, fluttuazioni che producono un'effetto cumulativo in un certo momento nel punto in esame. Nella fig. 6.3 si possono osservare come 6 differenti variazioni sinusoidali contribuiscano al valore della velocità del vento ad un certo istante.

La parte fluttuante del vento viene ana-

\* - Processo stocastico stazionario: la cui realizzazione non segue una legge deterministica. Viene anche denominato processo aleatorio.  
 - Processo stocastico stazionario: nella teoria dei processi aleatori è una funzione del tempo le cui caratteristiche statistiche quali la media, la funzione di correlazione, ecc. non dipendono dal tempo.  
 - Processo stocastico ergodico: nella teoria dei processi aleatori è una funzione del tempo le cui caratteristiche statistiche, quali la media e la funzione di correlazione di avvenimenti successivi, coincidono.

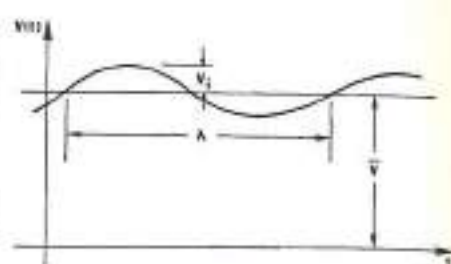


Fig. 6.2 Componente media e fluttuante del vento

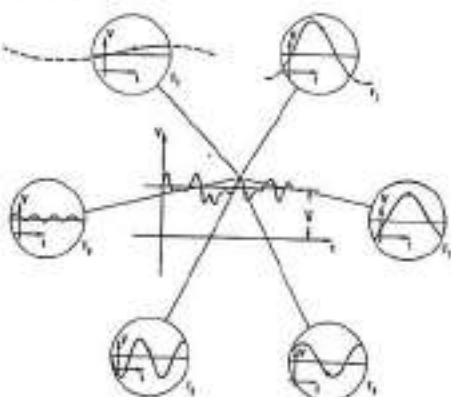


Fig. 6.3 Azione globale del vento come somma di fluttuazioni di azioni sinusoidali.

Fig. 6.1 Distribuzione della velocità del vento nel tempo.

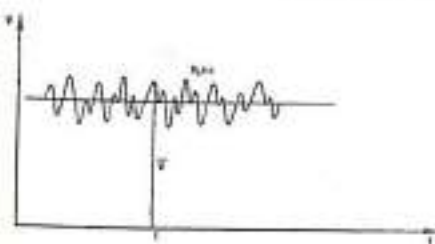
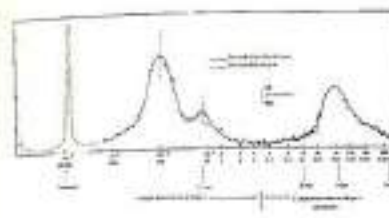


Fig. 6.4 Densità spettrale del vento orizzontale.



lizzata seguendo tecniche di analisi spettrale, in conseguenza della natura «random» della struttura del vento.

A questo scopo si definisce: **Deviazione:**

$$\sigma^2(V) = \overline{V^2} - \bar{V}^2(t)$$

dove  $\overline{V^2}$  = valore quadratico medio  $\overline{V^2}(t)$  è il valore medio al quadrato della

parte fluttuante.

La deviazione può rappresentare la fluttuazione media dell'energia cinetica del vento.

**Densità spettrale:** immaginando di decomporre la velocità in un certo numero di contributi di differente frequenza, la velocità istantanea può essere scritta come segue:

$$V(t) = \bar{V} + A_1 \sin \theta + A_2 \sin 2\theta + A_3 \sin 3\theta + A_4 \sin 4\theta + A_5 \sin 5\theta + A_6 \sin 6\theta$$

La somma, per un ampio intervallo di frequenze, può essere sostituita dall'integrale:

$$V(t) = \bar{V} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \left( \frac{2\pi n t}{T_n} \right)$$

e così anche:

$$\sigma^2(V) = \int_0^{\infty} S_v(f) df$$

dove  $S_v(f)$  è una funzione della frequenza nota come densità spettrale della velocità, la quale indica la variazione delle fluttuazioni della velocità in funzione della frequenza.

**Densità spettrale del vento orizzontale:** nella fig. 6.4 si può osservare lo spettro della velocità orizzontale del vento vicino al suolo misurata a Brooklyn, NY, (USA) da Van der Hoven [6.13].

Tale aspetto ha quattro ben distinti picchi di frequenza e, specie tra i primi tre picchi e l'ultimo, esiste un ben marcato intervallo con frequenze che danno contributi molto bassi nello sviluppo in serie della velocità. Tale intervallo viene chiamato «spectral gap».

Il primo picco segue la variazione annuale dalla velocità del vento, il secondo corrisponde ad un periodo variabile dai quattro ai sei giorni che è appunto il periodo di tempo necessario allo svilupparsi di un sistema meteorologico completo, il terzo corrisponde ad un periodo di mezza giornata, imputabile alle variazioni termiche giorno-notte. La presenza dello «spectral gap» giustifica la caratterizzazione di due tipi distinti di variazione di velocità del vento: lento il primo (legato al campo «macrometeorologico»), rapido il secondo (legato al campo «micrometeorologico» della turbolenza del fluido).

La presenza del gap ci permette inoltre di rilevare che:

- a) la velocità media, ottenuta su un periodo maggiore di venti minuti e minore di tre ore, è praticamente indipendente dalla lunghezza dell'intervallo su cui si esegue la media. Si considera, pertanto, che la media oraria sia pienamente rappresentativa;
- b) gli effetti delle variazioni per basse frequenze sono adeguatamente rappresentati dalle variazioni ottenute per la media oraria;
- c) per la determinazione degli effetti di venti ad alta variazione di velocità sugli edifici, l'analisi può essere fatta mediante uno spettro di raffica, con frequenza minore di un ciclo per cinque minuti.

6.4 IL MODELLO MATEMATICO DEL VENTO

L'effetto del vento può essere schematizzato con modelli matematici più o meno sofisticati, in relazione alla sensibilità della struttura rispetto a forzanti dinamiche con determinato spettro di frequenze. In funzione del rischio dinamico, si sono delineati due principali modelli d'analisi:

- l'analisi statica equivalente
- l'analisi dinamica.

6.4.1 Analisi statica equivalente

In questo metodo di analisi, l'effetto dinamico sulla costruzione si ottiene applicando alla stessa una forza statica risultante pari alla somma delle seguenti quantità:

- a) forze statiche equivalenti all'azione media del vento;
- b) forze statiche equivalenti all'azione fluttuante o di raffica.

*Forze statiche equivalenti all'azione media del vento.*

La velocità basica media del vento  $\bar{V}_0$ , nel metodo dinamico equivalente, si ottiene moltiplicando la velocità basica del vento corrispondente al metodo statico (vedi D.M. 12-2-82 «Criteri generali per la verifica di sicurezza nelle costruzioni e dei carichi e sovraccarichi»), per un coefficiente che varia con il tipo di terreno, secondo la rugosità, i cui valori sono indicati in tabella 6.1.

COEFFICIENTE DI CONVERSIONE	TIPO DI RUGOSITÀ			
	I	II	III	IV
$k$	0,66	0,49	0,36	0,25

$$\bar{V}_0 = C_1 V_0 \quad (6.2)$$

dove:

- $\bar{V}_0$  = velocità basica media di progetto per il metodo dinamico in m/sec;
- $C_1$  = coefficiente di conversione (adimensionale);
- $V_0$  = velocità basica di progetto per il metodo statico.

*Pressione media di calcolo:* la pressione media di calcolo all'altezza  $Z$ , nel metodo dinamico si ottiene applicando:

$$\bar{q}_z = C_s^* \bar{q}_0 \quad (6.3)$$

$\bar{q}_z$  = pressione media di calcolo all'altezza  $Z$  nel metodo dinamico, espressa in decanewton per metro quadrato;

$\bar{q}_0$  = pressione basica media di progetto.

$C_s^*$  = coefficiente che esprime la variazione di pressione in base all'altezza e che tiene conto del tipo di rugosità del terreno (tabella 6.2).

Z (m)	TIPO DI RUGOSITÀ DEL TERRENO			
	TIPO I	TIPO II	TIPO III	TIPO IV
10	1,08	1,00	1,03	1,09
15	1,13	1,20	1,45	1,69
20	1,23	1,36	1,71	1,89
30	1,39	1,62	2,14	2,66
40	1,52	1,84	2,52	2,99
50	1,62	2,03	2,85	3,10
60	1,71	2,20	3,16	3,39
70	1,79	2,35	3,44	4,06
80	1,87	2,50	3,71	4,52
90	1,95	2,63	3,96	4,98
100	2,00	2,75	4,20	5,60
120	2,11	2,98	4,66	6,25
140	2,21	3,19	5,07	7,07
160	2,30	3,39	5,47	7,86
180	2,38	3,57	5,84	8,64
200	2,46	3,74	6,20	9,40
240	2,59	4,05	6,86	10,88
280	2,72	4,33	7,48	12,30
320	-	4,59	8,06	13,69
360	-	4,84	8,61	15,05
400	-	-	9,14	16,37
480	-	-	-	17,66
600	-	-	-	18,95

Tab. 6.2 Coeff.  $C_s$  per la determinazione della pressione media di calcolo

*Pressione basica media di progetto:* la pressione basica media di progetto, nel metodo dinamico, si calcola applicando l'espressione

$$\bar{q}_0 = 0,0613 \bar{V}_0^2 \quad (6.4)$$

dove:

- $\bar{V}_0$  = viene espressa in metri al secondo
- $\bar{q}_0$  = viene espressa in decanewton per metro quadrato.

*Forza statica equivalente all'azione media del vento applicata alla massa discreta  $m_i$ :* si calcola applicando l'espressione:

$$\bar{X}_i = \bar{q}_z C_{D_i} A_i \quad (6.5)$$

dove:

- $\bar{X}_i$  = forza statica equivalente all'azione del vento, applicata alla massa discreta  $m_i$ , espressa in decanewton;
- $C_{D_i}$  = coefficiente globale di esposizione, forma, aerodinamico. Questo coefficiente può essere associato ad un versore in modo da assegnare la direzione alla forza  $X_i$ ;
- $A_i$  = area di influenza corrispondente alla massa discreta  $m_i$ , espressa in  $m^2$ .

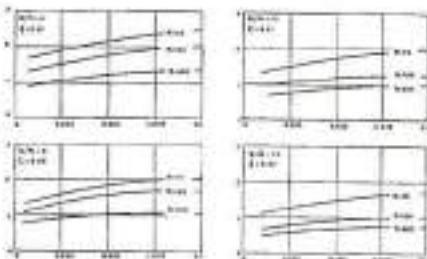


Fig. 6.3

*Forze statiche equivalenti all'azione fluttuante del vento.*

*Coefficiente di correlazione velocità-altezza:* tiene in considerazione la variazione della velocità in funzione dell'altezza  $Z$  con la:

$$\alpha_i = \frac{\bar{V}_z}{\bar{V}_{z_0}} = \left( \frac{Z_i}{Z_0} \right)^{K/2} \quad (6.6)$$

dove:

$\bar{V}_z$  = velocità basica media di progetto, corrispondente al livello  $Z_i$  della massa  $m_i$ , in metri al secondo

$\bar{V}_{z_0}$  = velocità basica media di progetto, corrispondente al livello  $Z = 10$  m, in metri al secondo

$Z_i$  = livello della massa  $m_i$ , in metri

$Z_0$  = livello di riferimento, in metri

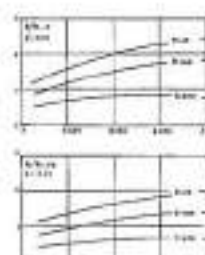


Fig. 6.6

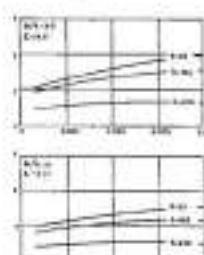


Fig. 6.7

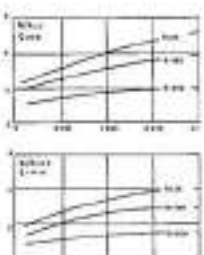


Fig. 6.8

$K$  = parametro che prende in considerazione la variazione di velocità, in relazione all'altezza e che varia con il tipo di rugosità del terreno secondo la tabella 6.3.

PARAMETRO VARIABILE	TIPO DI RUGOSITÀ			
	I	II	III	IV
$K$	0,30	0,44	0,56	0,80

Tab. 6.3

*Coefficiente ausiliario:*

$$\beta_i = C_{D_i} \frac{A_i}{A_T} \alpha_i \quad (6.7)$$

Essendo:

- $\beta_i$  = coefficiente ausiliario adimensionale
- $A_T$  = superficie totale della costruzione

*Coefficiente di smorzamento:* il coefficiente di smorzamento  $C$  si ottiene dalla tabella 6.4, in funzione del tipo di costruzione.

C	TIPO DI STRUTTURA
0,020	Edifici con strutture in c.a. e tamponamenti in muratura
0,150	Tetti, similiti in c.a.
0,010	Idem in c.a.p.
0,010	Edifici con strutture in acciaio a nodi rigidi (salvati) con tamponamenti non collaudati
0,015	Tetti, inteno e cimino in acciaio a nodi rigidi (salvati)
0,010	Idem, con nodi ballonati
0,030	Strutture in legno

Tab. 6.4

*Calcolo delle forze equivalenti all'azione fluttuante:* per un modo di vibrare qualunque, le forze statiche equivalenti all'azione fluttuante del vento si otterranno con la:

$$X_i(t) = \bar{q}_0 A_T \frac{\sum_{j=1}^n \beta_j x_j}{\sum_{j=1}^n \psi_j x_j} C_d \psi_w X_i \quad (6.8)$$

dove:

$X_i(t)$  = forza statica equivalente all'azione fluttuante del vento, corrispon-

dente al modo di vibrare  $\bar{X}$ , applicata alla massa  $m_i$  del modello strutturale adottato, misurata in decanewton;

$\bar{q}_0$  = pressione basica media di progetto per il metodo dinamico, in decanewton per metro quadrato;

$\psi_w$  = coefficienti di massa  $m_i/m_0$ , dove  $m_0$  rappresenta una massa convenzionale, adimensionale;

$x_j$  = componente  $i$ -esima del modo  $\bar{X}$  di vibrazione considerato, adimensionale;

$C_d$  = coefficiente di amplificazione dinamica.

Tale valore può essere dedotto dai grafici delle figure da 6.5 a 6.8, secondo il tipo di rugosità del terreno.

Fig. 6.5 Coefficiente di amplificazione dinamica per una esposizione tipo I ( $\beta=1800$  m); h in metri; T=1/2 m

Fig. 6.6 Coefficiente di amplificazione dinamica per una esposizione tipo II ( $\beta=1800$  m); h in metri; T=1/2 m

Fig. 6.7 Coefficiente di amplificazione dinamica per una esposizione tipo III ( $\beta=1800$  m); h in metri; T=1/2 m

Fig. 6.8 Coefficiente di amplificazione dinamica per una esposizione tipo IV ( $\beta=1800$  m); h in metri; T=1/2 m

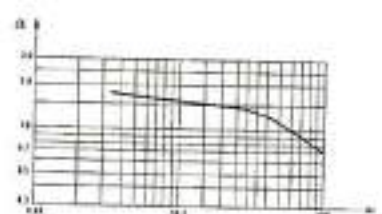
Per ottenere il valore di  $C_d$  sono necessari i seguenti dati:

- a) il coefficiente  $b/h$  dove  $b$  è la larghezza della costruzione in senso trasversale e  $h$  ne è l'altezza totale;
- b) il coefficiente di smorzamento  $c$ ;
- c) il coefficiente  $T\bar{V}_0/L$ , dove  $T$  è il periodo fondamentale della costruzione per il modo di vibrare considerato, espresso in secondi;  $\bar{V}_0$  è la velocità basica media di progetto in metri al secondo ed  $L$  una lunghezza di scala pari a 1,8 m.

Nel caso si voglia considerare più di un modo di vibrare, la sovrapposizione dell'effetto dinamico si farà con la seguente equazione:

$$X_r^* = \bar{X}_r + \sqrt{\sum_1^N [x_r(t)]^2} \quad (6.9)$$

con:



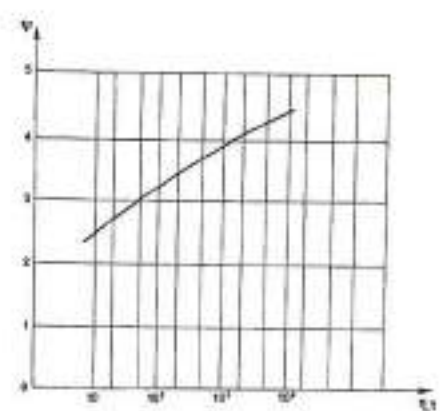
$X_r^*$  = forza statica equivalente totale, considerando  $N$  modi di vibrare, espressa in decanewton;  
 $\bar{X}_r$  = forza statica equivalente all'azione media del vento.

**Metodo del coefficiente di raffica:** la componente aerostatica equivalente della pressione del vento, può essere ottenuta dall'espressione del fattore di raffica dovuto a Davenport [6.1]

$$G = 1 + \psi r \sqrt{\Omega + \gamma} \quad (6.10)$$

$\psi$  = fattore di amplificazione in funzione della frequenza fondamentale della struttura e dell'intervallo di tempo  $t$  di calcolo della velocità media del vento.

L'intervallo  $t$  deve essere preso tra 5 minuti e un'ora. I valori di  $\psi$  sono ottenibili dalla fig. 6.9.



**Fig. 6.9** Fattore di amplificazione dove:  
 $\eta$  = frequenza fondamentale di vibrazione  
 $\gamma$  = tempo di calcolo della velocità media.

$r$  = fattore di rugosità, che dipende dal tipo di terreno e dall'altezza della struttura  $Z$  (vedi fig. 6.10)

$Q$  = fattore di turbolenza, in funzione dell'altezza della struttura  $Z$  (fig. 6.11)

$\gamma$  = fattore di risonanza, per turbolenza con la struttura, espresso da:

$$\gamma = \frac{\epsilon \delta_r W_z}{\xi}$$

**Fig. 6.10** Fattore di rugosità: per centro città (1), scabborgi (2), aperta campagna (3).

**Fig. 6.11** Fattore di turbolenza dell'altezza  $Z$  della costruzione.

**Fig. 6.13** Energia di raffica (rapporto) in funzione dell'inverso della lunghezza d'onda.

dove:

$\delta_r$  = fattore di riduzione per forma che dipende dalla frequenza ridotta  $\eta_1 \cdot Z/\bar{V}$  o dal rapporto larghezza-altezza  $D/Z$  (fig. 6.12).

$\bar{V}$  è la velocità media sulla cima della struttura di altezza  $Z$ .

$W_z$  = energia di raffica dipendente da  $\eta_1/\bar{V}$  (fig. 6.13);

$\xi$  = rapporto critico di smorzamento, comprendente l'effetto aerodinamico e quello meccanico.



**Fig. 6.12** Fattore di riduzione per forma in funzione della frequenza ridotta.

Una volta valutato il fattore di raffica, la pressione media può essere aumentata di  $G$  volte e l'analisi strutturale viene eseguita nel modo statico usuale, ottenendo così gli effetti aerostatici equivalenti del carico dinamico del vento. Le strutture leggere hanno, come è noto, basse frequenze di vibra-

zione naturale e pertanto sono eccitabili da raffiche a bassa frequenza. Queste contengono in larga proporzione l'energia cinetica fluttuante. Il valore di risposta più alto sarà ottenuto in corrispondenza della frequenza naturale della struttura, però, data la natura random del vento, solo effetti di quasi-risonanza possono essere possibili, anche perché la variazione di stato sulla struttura modifica, a sua volta, la propria frequenza naturale.

**6.4.2 Analisi dinamica**

Gli spostamenti massimi e le sollecitazioni sotto l'effetto dell'azione turbolenta del vento, sono risultati indispensabili dell'analisi quando le strutture siano di particolare importanza e di forma non comune. Il processo per ottenere questi risultati è sintetizzato dalla rappresentazione di fig. 6.14 ed è stato presentato da Davenport [6.1]. La prima informazione indispensabile per ottenere uno spettro di risposta della struttura è quella di procurarsi dati sulla natura del vento: la velocità media su un'ora di rilevazione e lo spettro di raffica.

Il valore di  $u^*$  può essere ottenuto dalla (6.11b) quando sia introdotto il valore di  $\bar{V}(Z_{10})$ , ottenibile dai regolamenti in vigore. Il valore di  $Z_0$  può essere, invece ricavato in dettaglio dalla tabella 6.5. La velocità del vento, ad una certa quota e al tempo  $t$ , può essere espressa dalla relazione:

$$V(Z, t) = \bar{V}(Z) + v(Z, t) \quad (6.12)$$

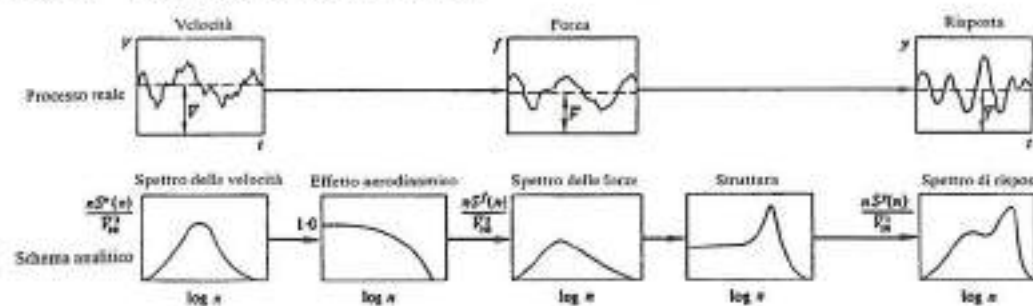
Secondo Kaimal, la densità spettrale, funzione della fluttuazione della velocità, può essere espressa come:

$$S(Z, n) = (u^*)^2 / (n) (200f)^{0.5} (1 + 50f)^{0.5} \quad (6.13)$$

TIPO DI SUPERFICIE	Rugosità del terreno
Robbia	0,01 - 0,1
Superficie marina	0,0003 - 0,5
Neve	0,1 - 0,6
Superficie asfalta (100 m)	0,1 - 1
Scoppi	1 - 4
Campo coltivato	2 - 3
Terzo alba	4 - 10
Palazzi (orientamento)	10 - 30
Pineta (alt. media 15 m, un albero ogni 10 m²)	30 - 100
Periferie di città	30 - 40
Centro città	35 - 45
Centro di grandiosità	60 - 80

**Tab. 6.5**

**Fig. 6.14** Effetto dell'azione turbolenta



La velocità media di progetto può essere ottenuta, dalle:

$$\bar{V}(Z) = 2,5 u^* \ln(Z/Z_{10}) \quad Z > Z_{10} \quad (6.11a)$$

$$\bar{V}(Z) = 2,5 u^* \ln(Z_{10}/Z_0) \quad Z < Z_{10} \quad (6.11b)$$

dove:

$\bar{V}(Z)$  = velocità media di progetto all'altezza  $Z$ ;

$u^*$  = velocità tangenziale del vento;

$Z_0$  = rugosità del terreno (espressa in cm);

$Z_{10}$  = costante pari a 10 metri.

$$n = \text{frequenza} \quad (6.13)$$

$$f = nZ/V(Z)$$

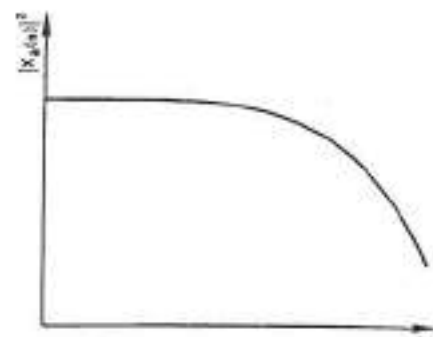
con deviazione pari a:

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} S(Z, n) = 6 u^*{}^2 \quad (6.14)$$

Definito il «gust spectrum», per passare allo spettro delle pressioni o delle forze agenti sulla struttura, dobbiamo introdurre l'effetto aerodinamico della turbolenza tramite i coefficienti aerodinamici. Con il rapporto  $C_r$  lineare/ $C_r$  turbo-

lento si può tenere conto dell'effetto della turbolenza in ogni direzione. In fig. 6.15 è illustrato un tipico grafico del suddetto rapporto. La relazione tra spettro delle velocità e spettro delle forze può essere espresso con la relazione:

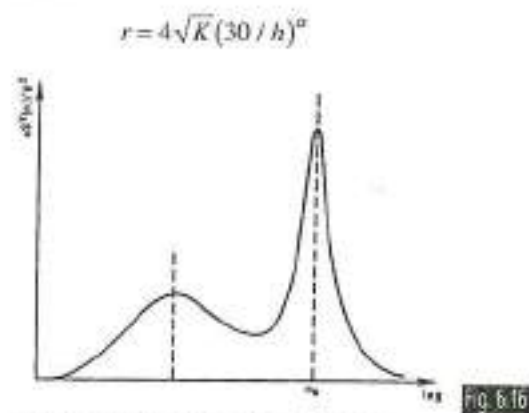
$$S^f(n) / \bar{F}^2 = 4 [X_a(n)]^2 S^v(n) / \bar{V}_{10}^2 \quad (6.15)$$



Il valore  $\sigma_y / \bar{Y}$  può anche essere determinato dalla:

$$\sigma_y / \bar{Y} = r \sqrt{(B + sF / c)} \quad (6.18)$$

dove:



con  $K = 0,005$  per aperta campagna  
 $K = 0,05$  per centro città

dove  $\bar{F}$  è la forza media e  $[X_a(n)]^2$  è la componente aerodinamica che non tiene conto dell'effetto forma.

Lo spettro di risposta, considerando le caratteristiche di rigidità della struttura, diviene

$$S^f(n) / \bar{F}^2 = 4 [X_a(n)]^2 [X_m(n)]^2 S^v(n) / \bar{V}_{10}^2 \quad (6.16)$$

detto anche spettro degli spostamenti, dove:

$\bar{Y}$  = media degli spostamenti causati dal vento medio

$[X_m(n)]^2$  = componente meccanica. Riassume le caratteristiche meccaniche della struttura (rigidità, smorz).

Da questo spettro si può ottenere il massimo spostamento che è dato da:

$$Y_{MAX} = \bar{Y} (1 + g \sigma_y / \bar{Y}) \quad (6.17)$$

dove:

$$g = \sqrt{(2 \ln vT) + 0,57} / \sqrt{(2 \ln vT)}$$

L'effettiva frequenza,  $v$ , per la struttura è il numero di volte in cui lo spostamento attraversa il valore medio nell'unità di tempo, e  $T$  è un periodo di riferimento di 3600 secondi. In un sistema strutturale con modesto smorzamento  $v = N_0$  ed è, pertanto, vicino alla frequenza naturale della struttura. Uno spettro di risposta tipico è stato tradotto in grafico nella fig. 6.16.

La lunghezza  $L$  è, approssimativamente, uguale a 1300 metri. Lo smorzamento  $c$  ha un valore variabile tra 0,005 e 0,01 per strutture in acciaio e di 0,01÷0,02 per strutture in c.a.

Il fattore  $G = 1 + \sigma_y / \bar{Y}$  è denominato fattore di amplificazione dinamica o fattore di ampiezza (gust factor).

### 6.5 LA FORZANTE DINAMICA DEL VENTO

Nel caso si desideri eseguire l'analisi dinamica delle strutture e ottenere la variazione degli spostamenti e delle sollecitazioni in funzione del tempo, è necessario determinare la forzante dinamica del vento  $P(t)$ .

Dopo la determinazione dello spettro delle velocità del vento, si passa al calcolo della forzante  $P(t)$  la quale, mediante un opportuno metodo di anali-

si dinamica, ci permetterà di calcolare gli spostamenti e le sollecitazioni in campo dinamico.

La costruzione della forzante (time history) può essere eseguita su dati relativi ad un vento reale e può essere schematizzata più semplicemente per mezzo di espressioni analitiche.

Benché il succedersi delle raffiche non obbedisca ad alcuna legge, è possibile, attraverso l'esame di numerose registrazioni effettuate in lunghi intervalli di tempo, desumere alcune proprietà di carattere generale riguardanti la struttura del vento, le quali possono essere brevemente così sintetizzate:

a) Il fattore di raffica, inteso come il rapporto fra il massimo relativo di velocità riscontrabile, in corrispondenza di una determinata raffica e la velocità media  $V_0$ , è tanto più elevato quanto più piccola ne è la durata.

F. Vaessen, che effettuò numerose registrazioni sulla copertura di una sala di esposizione a Dortmund, riscontrò raffiche di durata massima  $T_r = 2,5$  sec. e notò che, al diminuire di questa, la velocità massima aumentava. Con raffiche aventi  $T_r = 1$  sec. si superava l'80% della velocità massima riscontrabile durante l'intera prova [6.2]. L'incremento di velocità, e quindi di pressione cinetica, avviene cioè in un tempo molto ristretto perché si possa prescindere dai conseguenti effetti dinamici, ed è noto che, in tali condizioni, si verificano nelle strutture deformazioni più elevate di quelle che si avrebbero se i carichi agissero staticamente. Fortunatamente però, proprio per la brevità della durata delle raffiche, non tutti i punti di una copertura sono soggetti alla stessa pressione cinetica. Se la velocità massima è di 35m/sec. e la durata della raffica è  $T_r = 1$  sec., quando questa colpisce il bordo di una copertura di 40 m di luce, la pressione, nel centro, è più bassa.

Viceversa, quando la raffica si è spostata verso il centro, sul contorno la pressione è diminuita. Sono quindi, più esposte all'azione delle raffiche le

coperture di piccola luce, che non quelle di dimensioni notevoli.

b) Se si classificano le raffiche in base alla durata della loro azione, si riscontra che sono più numerose quelle caratterizzate da valori di  $T_r$  più bassi [6.3]. Per quanto detto in a), sarebbero allora più frequenti i salti di pressione più elevati.

Tuttavia, se si prendono in considerazione tutte le raffiche aventi la stessa durata d'azione, si riscontra che, solo per una piccola percentuale di esse si ottengono i valori massimi della velocità e che detta percentuale va sempre più riducendosi, man mano che diminuisce  $T_r$ . Sono, quindi, più frequenti le raffiche di breve durata e più rare quelle di grande ampiezza.

c) Con l'aumentare dell'altezza, cresce la velocità massima e diminuisce il fattore di raffica. Se la struttura ha un grado di deformabilità molto elevato, come accade per le tensostrutture, nella determinazione degli effetti del vento è sufficiente riferirsi ad una quota media poiché, al crescere dell'altezza, se da un lato aumenta la parte statica del carico del vento, corrispondentemente diminuisce l'effetto dinamico in conseguenza della riduzione del fattore di raffica [6.4].

Sulla base delle considerazioni fin qui svolte alcuni studiosi hanno schematizzato il fenomeno per renderlo adattabile alle applicazioni pratiche. Si è cercato, cioè, di rappresentare l'andamento della velocità del vento in funzione del tempo, con diagrammi che da un lato, per la loro semplicità, potessero essere facilmente impiegati per il calcolo delle strutture e che, nello stesso tempo, trovassero un sufficiente riscontro con la effettiva struttura del vento.

#### 6.5.1 Metodo della decomposizione ortogonale

La descrizione spazio-temporale dell'azione del vento su copertura sub-orizzontale di grande luce libera mediante

modellazione matematica è ancora impossibile ed è necessario ricorrere a prove integrative o sostitutive di tipo sperimentale. A differenza delle prove necessarie per alti edifici, dove la conoscenza di singole misure quale il momento alla base costituisce una solida impostazione del dimensionamento preliminare, per le coperture estese la strumentazione a disposizione è insufficiente per ottenere una completa descrizione del carico. Gli studi sperimentali seguiti negli stadi di Roma e Torino [6.17] hanno permesso di capire che i sistemi di misura usati correntemente non sono abili a produrre i dati in una forma tale da potere essere usati agevolmente come input delle sofisticate analisi dinamiche eseguite in modelli numerici. Da interessanti discussioni tra progettisti e ricercatori nel campo delle gallerie del vento sono scaturite interessanti tecniche alternative da usare per futuri progetti [6.15]. Una nuova tecnica, detta della decomposizione ortogonale, è stata applicata per la prima volta durante la fase di progettazione della nuova copertura dello stadio Olimpico di Montreal. La trattazione teorica ed applicazioni a livello di ricerca sono stati condotti nell'ultima decade [6.18]. La ragione principale della mancata applicazione del metodo di decomposizione ortogonale alle coperture molto estese è la limitazione del hardware esistente. Solo da pochi anni è possibile rilevare dati di pressione simultanei su centinaia di punti. La tecnica richiede la misurazione simultanea della pressione su punti a distanza minore di  $1/10 V/f$  dove  $V$  è la velocità di progetto ed  $f$  è la frequenza massima significativa. Con una velocità di progetto di 30 m/sec ed un valore di  $f=0.1$  si ha una distanza di 6 m tra punti di misura per un totale di circa 500 posizioni. L'occupazione di memoria per una sola direzione del vento è enorme (1GB). Mediante il metodo della decomposizione ortogonale è possibile ridurre drasticamente l'occupazione di memoria nel caso che le variazioni spazio-temporali delle pressioni sia sostanziale, la risposta sia lineare e le amplificazioni dinamiche (risonanti) siano modeste. La relazione essenziale del metodo di decomposizione ortogonale può essere espressa

nel modo seguente:

$$p(x, y, t) = \sum_{j=1}^N a_j(t) p_j(x, y)$$

dove:

$p(x, y, t)$ : superficie di pressione risultante

La pressione nel generico punto viene espresso come somma pesata. Sui pesi si impone la seguente condizione:

$$a_j a_k = \frac{1}{T} \int_0^T a_j(t) a_k(t) dt = 0 \quad j \neq k$$

Le pressioni  $p_j(x, y)$  sono autovettori o configurazioni modali delle pressioni ed i valori quadratici medi  $\bar{a}_j^2$  sono gli autovalori del problema associato.

Con il metodo di decomposizione ortogonale la risposta può essere ottenuta

$$R(t) = \sum_{j=1}^N a_j(t) R_j$$

dove  $R_j$  è la risposta (spostamenti, sollecitazioni, ecc.) della distribuzione statica  $p_j(x, y)$ . L'elaborazione dei dati sperimentali che conduce alla definizione delle configurazioni modali  $P_j(x, y)$  permette di determinare i valori  $\bar{a}_j, \bar{a}_j^2$ .

La risposta media è data da

$$\bar{R} = \sum_{j=1}^N \bar{a}_j R_j$$

e la deviazione standard è

$$\bar{R}^2 = \sum_{j=1}^N \bar{a}_j^2 R_j^2$$

Gli elementi diagonali  $R_i R_j$  ( $i \neq j$ ) sono eliminati dalla condizione di ortogonalità  $\bar{a}_i \bar{a}_j = 0$ .

La sommatoria normalmente è estesa solo ai primi autovettori che descrivono, sufficientemente, le variazioni spazio-temporali del campo delle pressioni sulla copertura.

**- elaborazione di dati sperimentali**

Con i coefficienti di pressione  $C_j(x, y)$  rilevanti sperimentalmente e definiti per la  $J$ -esima configurazione di pressione modale, le pressioni, corrispondenti ai settori strutturati sono espressi da:

$$p_j(x, y) = C_j(x, y) \bar{q}_0 / N$$

dove:

$q_0$  = pressione di progetto  
 $N$  = costante di normalizzazione uguale al numero di settori o aree in cui è stato diviso il modello.

Se  $R_j(t)$  è la risposta strutturale ottenuta dall'applicazione del carico pseudo-statico  $p_j(x, y)$  il valore della risposta media  $R$ , è data da

$$\bar{R} = \sum_{j=1}^M \bar{a}_j R_j$$

e la variazione dal valore medio:

$$\delta_R^2 = (\bar{R} - R)^2 = \sum_{j=1}^M \bar{a}_j^2 R_j^2$$

dove

$\bar{a}_j$  = valore medio della pressione modale  $J$   
 $\bar{a}_j$  = deviazione standard della pressione modale  $J$   
 $\delta_R^2$  = deviazione standard della risposta  $R$

Il valore di picco è ottenuto in modo classico mediante la:

$$\hat{R} = \bar{R} + g_R \sigma_R$$

E' da notare che le coperture di grande luce provate in galleria del vento a regime turbolento hanno dato valori di  $g$  più elevati di quelli attesi avendo supposta di tipo gaussiano la funzione di densità di probabilità ( $g=5.6$  invece che  $3+4$ ).

**- Effetti risonanti**

Per includere gli effetti risonanti è necessario usare l'espressione:

$$\hat{R} = \bar{R} + \{g^2 \sigma_R^2 + g_{RR}^2 \sigma_{RR}^2\}^{1/2}$$

dove  $g_{RR}$  e  $\sigma_{RR}$  sono il fattore di picco risonante e la deviazione standard risonante.

La risposta risonante  $\sigma_{RR}$  è ottenibile dall'analisi modale.

Se  $\phi_j(x, y)$  è il modo di vibrare del  $J$ -esimo modo ed  $R_j$  è la risposta corrispondente alla deformazione modale si

ha:

$$\sigma_{Rj}^2 = R_j \frac{M f_j \cdot S_{a, \phi_j}(f_j)}{4 \beta_j (2 M f_j)^4 M_j^2}$$

con

$S_{a, \phi_j}(f)$  = spettro delle fasi modali

$f_j$  = frequenza naturale del modo  $j$

$$Q_j = \int_A p(x, y, t) \phi_j(x, y) dA$$

$$M_j = \int_A m(x, y) \phi_j^2(x, y) dA$$

$m(x, y)$  = massa per unità d'area  $x, y$

$B_j$  = smorzamento del  $J$ -esimo modo

La risposta totale risonante è ottenibile sommando gli  $M$  primi modi;

$$g_{RR}^2 \sigma_{RR}^2 = \sum_{j=1}^M g_j^2 \sigma_{Rj}^2$$

$M$  = numero di modi considerati

$$g_j = \sqrt{2 \log_e f_j T} + \frac{0.577}{\sqrt{2 \log_e f_j T}}$$

$T$  = tempo di rilievo (1 ora)

Il termine risonante, per quanto risulta all'autore, accresce la risposta solo del 2-4%.

Nelle figure seguenti è possibile osservare alcune pressioni modali ed un esempio di densità spettrale di potenza delle forze su un pannello di misura.

**6.6 FORZANTE DETERMINISTICA DEL SISMA SULLE COSTRUZIONI LEGGERE**

La procedura per ottenere uno spettro di risposta è la stessa di quella utilizzata per il vento.

L'unica differenza risiede nella forzante che può essere espressa come:

$$P(t) = -m a_s(t) \quad (6.19)$$

dove:

$m$  = massa della struttura o massa discretizzata associata ad un grado di libertà;

$a_s(t)$  = accelerazione sismica nel contatto suolo-struttura.



6.7 ANALISI DINAMICA LINEARE

Allo scopo di introdurre all'analisi dinamica dei sistemi tensostrutturali e di rivedere alcuni concetti di dinamica lineare, si consideri il semplice esempio di fig. 6.18 ossia una singola fune sottoposta ad un carico concentrato in mezzzeria. Si supponga che tutta la massa  $m$  del sistema sia concentrata nel nodo centrale e che il movimento consentito sia solo quello

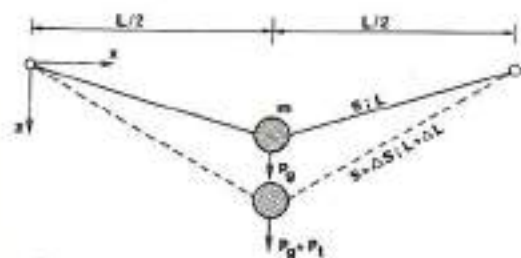


Fig. 6.17

verticale (direzione  $Z$ ). Lo stato d'equilibrio iniziale, ricavabile con considerazioni statiche, nel sistema sollecitato del peso  $P_0$  dovuto alla massa  $m$ , è caratterizzato da:

- $S$  = sforzo iniziale nelle aste
- $l$  = lunghezza iniziale delle aste
- $z$  = coordinata verticale statica del nodo 2.

Sotto l'azione del carico addizionale  $P_1$  funzione del tempo  $t$ , per sistemi soggetti all'azione della gravità  $g$ , l'equazione generalizzata dell'equilibrio dinamico per sistemi ad un solo grado di libertà, può essere scritta [6.5] nel modo seguente:

$$f_1 + f_2 + f_3 = P_0 + P_1 \quad (6.20)$$

dove:

- $f_1$  = forze d'inerzia
- $f_2$  = forze di smorzamento
- $f_3$  = forze elastiche
- $P_0$  = forze gravitazionali
- $P_1$  = forzante dinamica

La (6.20) può essere scritta, esplicitando la variabile  $w$  come:

$$m\ddot{w} + c\dot{w} + kw = P_0 + P_1 \quad (6.21)$$

- con
- $m$  = massa concentrata
  - $c$  = fattore di smorzamento
  - $k$  = rigidità correlativa allo spostamento  $w$  in direzione  $z$ .

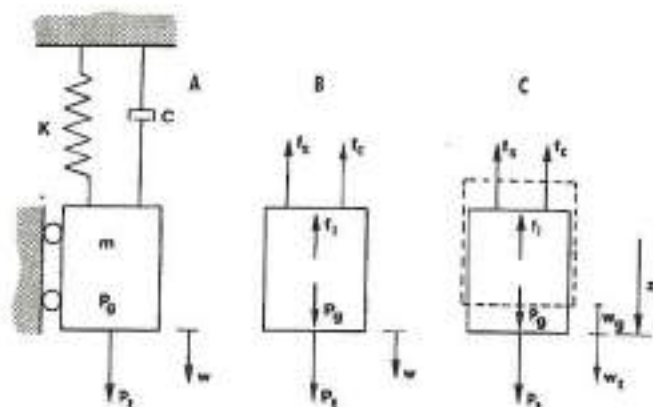


Fig. 6.18

L'equilibrio delle forze in regime dinamico dello schema di fig. 6.19a può essere illustrato mediante la fig. 6.19b. Se lo spostamento  $w$  viene espresso come una somma dello spostamento statico prodotto da  $P_0$  e dallo spostamento dinamico generato da  $P_1$  (fig. 6.19c) si ha:

$$w_{tot} = w_0 + w_1 \quad (6.22)$$

e pertanto le forze elastiche sono:

$$f_3 = kw = kw_0 + kw_1$$

che introdotta in (6.21) fornisce:

$$m\ddot{w} + c\dot{w} + kw_0 + kw_1 = P_0 + P_1$$

Essendo però  $kw_0 = P_0$  si ottiene che:

$$m\ddot{w} + c\dot{w} + kw_1 = P_1$$

Differenziando la (6.22) e notando che  $w_0$  non varia con il tempo, si dimostra che l'equazione del moto, con riferimento alla posizione di equilibrio statico, non è interessata dalle forze gravitazionali e, pertanto, si ha:

$$m\ddot{w} + c\dot{w} + kw_1 = P_1 \quad (6.23)$$

L'equazione (6.23) è una equazione differenziale del 2° ordine che descrive i piccoli spostamenti dipendenti dal tempo  $w_1$ .

In regime dinamico, gli spostamenti e le sollecitazioni verranno intese come quantità incrementali, riferite alla situazione statica.

6.7.1 Vibrazioni libere

Se si ipotizza che  $P=0$  e che la struttura non abbia smorzamento interno  $c=0$ , potremo riscrivere la (6.23) come:

$$\ddot{w}_1 + \frac{k}{m}w_1 = 0 \quad (6.24)$$

che è la classica equazione relativa alle oscillazioni lineari non smorzate, ed ammette una soluzione significativa per  $w_1$  nella forma:

$$w_1 = \bar{A} \sin \omega t + \bar{B} \cos \omega t \quad (6.25a)$$

dove le costanti  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  sono determinabili in funzione delle condizioni iniziali, oppure nella forma:

$$w_1 = \bar{R} \cos(\omega t - \theta) \quad (6.25b)$$

dove:  
 $\omega$  = frequenza circolare naturale della vibrazione libera

$\bar{A}, \bar{B}$  = ampiezze della vibrazione

$$(\bar{R} = \sqrt{\bar{A}^2 + \bar{B}^2})$$

$\theta$  = angolo di fase ( $\theta = \text{tg}^{-1} \bar{B} / \bar{A}$ )

Sostituendo l'eq.(6.25) nell'eq.(6.24) si ha:

$$\left(\frac{k}{m} - \omega^2\right)(\bar{R} \cos(\omega t - \theta)) = 0$$

la quale deve essere soddisfatta per tutti i valori di  $t$ .

Quindi la frequenza circolare naturale è:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{2EA}{m} \frac{z^2}{(L/2+z^2)^{3/2}}} \quad (6.26)$$

dove, al posto di  $k$ , si è considerato solo il termine elastico  $k$ , (vedi capitolo 5). La frequenza  $\omega$  è relazionata al periodo  $T$  dalla:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (6.27)$$

Con la (6.26) è possibile rappresentare, per l'esempio preso in considerazione ( $L = 10$  m,  $P = 20$  kN) la frequenza naturale circolare, in funzione del rapporto freccia-luce  $z/L$  per due differenti casi di  $EA$  (vedi fig. 6.20). Dal grafico, si può notare, inoltre, la non linearità di  $\omega$ , nonché la tendenza ad un andamento

quasi lineare con l'aumentare della grandezza  $z$ .

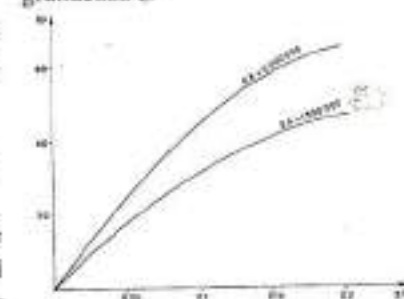


Fig. 6.19 Andamento delle frequenze naturali in funzione del rapporto freccia-luce.

Nella fig. 6.21 sono, invece, rappresentate le vibrazioni libere del sistema.

Le ampiezze  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  (o  $\bar{R}$  e  $\theta$ ) sono ancora incognite e dipendono dalla condizione iniziale imposta al sistema per  $t=0$ .

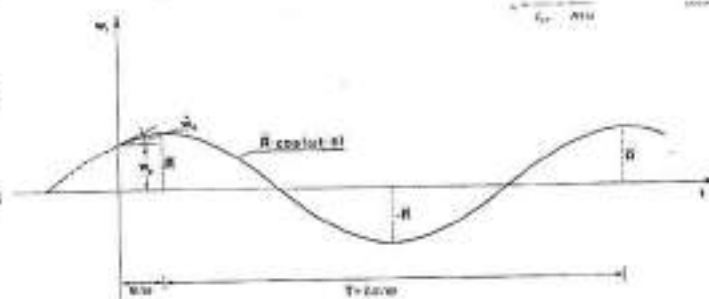


Fig. 6.20 Andamento delle vibrazioni libere.

Indicando  $w_0$  e  $\dot{w}_0$  lo spostamento e la velocità iniziali, considerando la (6.25) e le sue derivate prime per  $t=0$ , avremo:

$$\bar{A} = \dot{w}_0 / \omega, \quad \bar{B} = w_0$$

oppure:

$$\bar{R} = \sqrt{\bar{A}^2 + \bar{B}^2} = \sqrt{w_0^2 + (\dot{w}_0 / \omega)^2}$$

$$\theta = \text{tg}^{-1} \frac{\dot{w}_0}{w_0 \omega}$$

L'equazione delle vibrazioni libere non smorzate, durante la fase di applicazione del carico è quindi:

$$w_1 = \left(\frac{\dot{w}_0}{\omega}\right) \sin \omega t + w_0 \cos \omega t \quad (6.28)$$

dove  $\omega$  è dato dalla (6.26).

6.7.2. Vibrazioni libere smorzate

Tutti i sistemi strutturali sono soggetti a smorzamento dovuto a vibrazioni naturali. Per rappresentare lo smorzamento viscoso, consideriamo una forza addizionale proporzionale alla velocità  $\dot{w}_1$ . Si ha, pertanto:

$$m\ddot{w}_1 + c\dot{w}_1 + kw_1 = P_1 \quad (6.29)$$

dove si definisce il rapporto di smorzamento:

$$\xi = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2m\omega} \quad (6.31)$$

con  $c_c$  = fattore di smorzamento critico, ossia il più piccolo valore di  $c$  per cui non si verificano oscillazioni nella risposta reale.

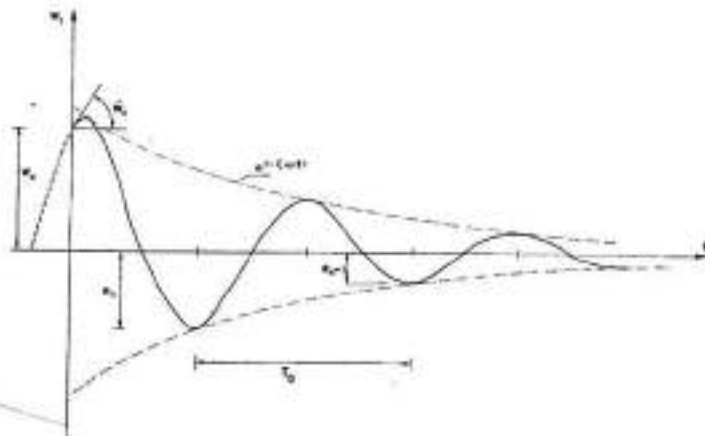
Se  $\xi < 1$  l'oscillazione avviene. Il termine  $\xi$  è espresso come percentuale dello smorzamento critico. La soluzione della equazione (6.30) è:

$$w_t = \exp(-\xi\omega t) [\bar{A} \sin \omega_D t + \bar{B} \cos \omega_D t] \quad (6.32)$$

dove:

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2}$$

Fig. 6.22 Andamento delle vibrazioni in presenza di smorzamento



ed è la frequenza naturale circolare del decremento logaritmico del moto. Le condizioni iniziali sullo spostamento  $w_0$  e della velocità  $\dot{w}_0$  sono ancora utilizzate per calcolare  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  e quindi

$$w_t = \exp(-\xi\omega t) \left\{ \frac{\dot{w}_0 + w_0 \xi \omega}{\omega_D} \sin \omega_D t + w_0 \cos \omega_D t \right\} \quad (6.33)$$

Un andamento rappresentativo di  $w$ , in presenza di smorzamento, è illustrato in fig. 6.22. La frequenza naturale di smorzamento non differisce significativamente dalla frequenza naturale senza smorzamento, per sistemi che abbiano piccolo valore dello smorzamento stesso, ( $\xi < 0,2$ ) e questi sono abbastanza usuali nei problemi strutturali.

È difficile quantificare lo smorzamento caratteristico della risposta reale.

Generalmente lo smorzamento viene espresso in termini di rapporto di smorzamento viscoso, determinato da prove con vibrazioni libere.

Considerando due picchi successivi  $a_n$  e  $a_{n+1}$ , nella curva di risposta di fig. 6.22, il rapporto di detti picchi, dalla (6.33), valutato al tempo  $t = t_1$  e  $t = t_2 = t_1 + T_D$  è dato da:

$$\frac{a_n}{a_{n+1}} = \exp(2\pi\omega / \omega_D) \quad (6.34)$$

Il decremento logaritmico  $\delta$  si ottiene prendendo il logaritmo naturale della (6.34) e ottenendo quindi:

$$\delta = \ln \left( \frac{a_n}{a_{n+1}} \right) = 2\pi\omega \frac{\omega}{\omega_D} = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (6.35)$$

La (6.35) può essere utilizzata per calcolare  $\xi$  misurando i picchi  $a_n$  e  $a_{n+1}$  in un test di vibrazioni libere:

$$\xi = \delta / \sqrt{\delta^2 + 4\pi^2} \quad (6.36)$$

### 6.7.3 Risposta dinamica

Per i casi in cui  $P_t$  non sia uguale a zero, la risoluzione del problema si ottiene dalla soluzione delle oscillazioni libere lineari, equazione (6.28), più una soluzione particolare dell'equazione (6.24).

Per esempio, se si applica un incremento di carico  $P_t = \alpha P$  con  $0 < t < \infty$  alla struttura, la soluzione non smorzata dell'equazione (6.24) sarebbe data dalla:

$$w_t = \bar{A} \sin \omega t + \bar{B} \cos \omega t + \frac{\alpha P}{k} \quad (6.37)$$

con  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  determinabili con le condizioni iniziali. Nel caso che  $w_0 = \dot{w}_0 = 0$  si ha:

$$w_t = \frac{\alpha P}{k} (1 - \cos \omega t) \quad (6.38)$$

e lo spostamento globale, statico + dinamico si ottiene dalla somma dei relativi contributi:

$$w_{TOT} = w(P) + w(P_t) \quad (6.39)$$

come illustrato in fig. (6.23)

Si ricorda che gli spostamenti impressi devono essere sufficientemente piccoli, perché l'ipotesi di  $k$  costante resti valida. Per un carico oscillatorio  $P_t = \alpha P \sin \bar{\omega} t$  la soluzione non smorzata è:

$$w_t = \bar{A} \sin \omega t + \bar{B} \cos \omega t + \frac{\alpha P}{m(\omega^2 - \bar{\omega}^2)} \sin \bar{\omega} t \quad (6.39)$$

e se  $w_0 = \dot{w}_0 = 0$

$$w_t = \frac{\alpha P}{m(\omega^2 - \bar{\omega}^2)} \left[ \sin \omega t - \frac{\bar{\omega}}{\omega} \sin \bar{\omega} t \right] \quad (6.40)$$

Per le stesse condizioni iniziali, la soluzione smorzata è data da:

$$w_t = \frac{\alpha P}{m \left[ (\omega^2 - \bar{\omega}^2)^2 + 4\xi^2 \omega^2 \bar{\omega}^2 \right]} \cdot \left\{ (\omega^2 - \bar{\omega}^2) \sin \omega t + 2\xi \omega \bar{\omega} \cos \omega t + \exp(-\xi \omega t) \cdot \left[ 2\xi \omega \bar{\omega} \cos \omega_0 t - (\omega^2 - \bar{\omega}^2 - 2\xi^2 \omega^2) \frac{\bar{\omega}}{\omega_0} \sin \omega_0 t \right] \right\} \quad (6.40)$$

Dalla (6.40) si può rilevare la possibilità di risonanza se  $\omega = \bar{\omega}$ . La presenza dello smorzamento limita questa risonanza come rilevabile dalla (6.41).

Però, nel caso in cui il sistema abbia uno smorzamento molto piccolo, se  $\omega = \bar{\omega}$  si verificano grandi spostamenti.

Il fenomeno oscillatorio, in vicinanza di condizioni di risonanza frequenziale, non è accuratamente descritto dalle (6.37) poiché, non appena lo spostamento aumenta, l'ipotesi di piccoli  $w$  e  $k = \text{costante}$  viene invalidata. Le variazioni, in campo di grandi spostamenti della rigidità della struttura, modificando la frequenza naturale, tendono ad impedire che  $\omega = \bar{\omega}$  e pertanto la stessa fase di risonanza. Per una accurata determinazione del valore dello spostamento e della tensione, vicino alle condizioni di pseudorisonanza, si richiede quindi una analisi non lineare.

Per altre funzioni di caricamento, aggiunto allo stato di caricamento iniziale, è possibile utilizzare la tecnica integrale di Duhamel, secondo la quale la soluzione globale è data da:

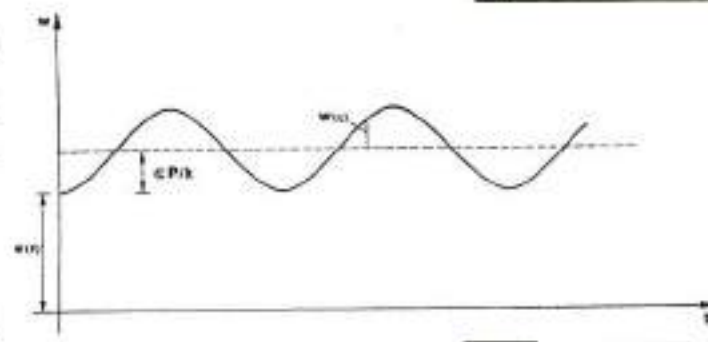


Fig. 6.23 Risposta dinamica in termini di spostamento

$$w_t = \frac{w_0}{\omega} \sin \omega t + w_0 \cos \omega t + \frac{1}{m\omega} \int_0^t \Delta P_t(\tau) \sin[\omega(t-\tau)] d\tau \quad (6.42)$$

assegnando il valore  $\Delta P_t(\tau)$  per  $0 < \tau < t$ .

Una soluzione equivalente alla (6.42) può essere scritta nel caso in cui si tenga conto dello smorzamento.

### 6.8 ANALISI DI SISTEMI A PIU' GRADI DI LIBERTA'

I metodi base per la risoluzione dell'equazione del moto

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{P_0\} \quad (6.43)$$

per i sistemi a più gradi di libertà, sono sostanzialmente due:

- metodo di sovrapposizione modale
- metodo di integrazione diretta implicita o esplicita.

Analizziamo ora brevemente, il primo dei due metodi per la soluzione di sistemi a più gradi di libertà.

#### 6.8.1 Analisi dinamica per sovrapposizione modale

L'analisi modale richiede che l'espressione (6.43) sia lineare ed è basata sul calcolo delle frequenze naturali di vibrazione  $\omega_n$  ed i modi di vibrare associati  $\{\phi\}$ .

I modi di vibrare, nell'analisi modale, hanno le stesse finalità operative delle funzioni trigonometriche per le serie di Fourier ed il loro vantaggio maggiore, nell'impiego, è che il campo di spostamenti può essere accuratamente definito con pochi termini.

Ricollegandoci alla teoria classica dell'analisi modale, che può essere trovata in qualsiasi trattato di dinamica delle strutture, si assuma che:

$$\begin{aligned} \{U_{(t)}\} &= X_1\phi_1 + X_2\phi_2 + \dots + X_n\phi_n = \\ &= \sum_{i=1}^n X_i(t)\{\phi\}_i \end{aligned} \quad (6.44)$$

dove ogni valore di  $X_i(t)$  è uno scalare (ampiezza) dipendente dal tempo, di valore indeterminato, interpretabile come coefficiente di partecipazione dell' $i$ -esimo modo di vibrare  $\{\phi\}_i$ .

Scrivendo la (6.44) in notazione matriciale

$$\{U\} = \{\phi\}\{X\}$$

la matrice  $\{\phi\}$  è intesa come matrice di trasformazione dal vettore degli spostamenti delle coordinate normalizzate  $x$ , alle coordinate geometriche  $u$ .

Introducendo il cambiamento di variabili in (6.43) e considerando, per il momento, lo smorzamento nullo, si ha:

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K]\{\phi\}\{X\} = \{P\} \quad (6.45)$$

che premoltiplicata per la trasposta dell' $i$ -esimo modo di vibrare diviene:

$$\{\phi\}_i^T [M]\{\phi\}_i \{\ddot{X}\} + \{\phi\}_i^T [K]\{\phi\}_i \{X\} = \{\phi\}_i^T \{P\}$$

Giacché l'unico termine della matrice  $\{\phi\}$  che dà un contributo non nullo è l' $i$ -esimo, per le proprietà di ortogonalità dei modi di vibrare, si ha:

$$\begin{aligned} \{\phi\}_i^T [M]\{\phi\}_i &= 0 & j \neq i \\ \{\phi\}_i^T [K]\{\phi\}_i &= 0 & j \neq i \end{aligned}$$

Definendo, ora, con:

$$\begin{aligned} \bar{M}_i &= \{\phi\}_i^T [M]\{\phi\}_i \\ \bar{K}_i &= \{\phi\}_i^T [K]\{\phi\}_i \\ \bar{P}_i &= \{\phi\}_i^T \{P\} \end{aligned}$$

l'equazione del moto, per l' $i$ -esimo modo di vibrare, può essere scritta come:

$$\bar{M}_i \ddot{X}_i + \bar{K}_i X_i = \bar{P}_i \quad (6.45)$$

in termini di massa, rigidità e carichi generalizzati.

La procedura sopra descritta viene usata per ottenere una equazione disaccoppiata

(indipendente) per ogni modo di vibrare della struttura. Le  $N$  equazioni differenziali simultanee (6.43), per mezzo del cambiamento di variabili (coordinate normalizzate) sono state trasformate in  $N$  equazioni disaccoppiate del tipo (6.45).

Dalle (6.45), considerando che gli  $N$  modi di vibrare sono ortonormalizzati rispetto alla matrice delle masse,

$$\begin{aligned} \{\phi\}^T [M]\{\phi\} &= [I] \\ \{\phi\}^T [K]\{\phi\} &= [\omega^2] \end{aligned}$$

si ha, per tutti i modi di vibrare:

$$\{\ddot{X}\} + [\omega^2]\{X\} = \{\phi\}^T \{P\}$$

dove le frequenze (autovalori) si ottengono dalla risoluzione della:

$$|[K] - \omega[M]| = 0$$

tramite, ad esempio, il metodo di Jacobi.

La risposta dinamica della struttura si calcola risolvendo separatamente, con le tecniche viste per le strutture ad un singolo grado di libertà (paragrafo 6.7.3), la risposta modale di ogni coordinata e sovrapponendo i risultati, per ottenere la risposta in coordinate originali, mediante le equazioni (6.44).

Nel caso che la distribuzione delle masse o l'entità relativa degli spostamenti lo permetta, è possibile ridurre l'oneroso calcolo dinamico riducendo i gradi di libertà della struttura. Questa operazione di condensazione delle masse può essere eseguita con il metodo di riduzione di Guyan.

Dividendo i gradi di libertà da conservare (masters) da quelli da eliminare (slaves), è possibile riscrivere l'equazione del moto senza smorzamento nel seguente modo:

$$\begin{bmatrix} [K_{mm} & K_{ms}] \\ [K_{ms}^T & K_{ss}] \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_{mm} & M_{ms} \\ M_{ms}^T & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_m \\ \phi_s \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.45)$$

dove:

$m$  = gradi di libertà masters da conservare  
 $s$  = gradi di libertà slaves da eliminare  
 $\phi_m$  = autovettori masters (modi naturali di vibrare)

$\phi_s$  = autovettori slaves (modi naturali di vibrare)

Eliminando  $\phi_s$  si ha

$$\{\phi_s\} = -[K_{ss}]^{-1}[K_{sm}]^T \{\phi_m\} \quad (6.47)$$

ponendo che,

$$\begin{Bmatrix} \phi_m \\ \phi_s \end{Bmatrix} = [T]\{\phi_m\} \quad \text{con} \quad [T] = \begin{bmatrix} I \\ -K_{ss}^{-1} K_{sm}^T \end{bmatrix}$$

sostituendo in (6.46) e premoltiplicando per  $[T]^T$ , si ha la forma condensata

$$([K_r] - \omega^2 [M_r])\{\phi_m\} = 0 \quad (6.48)$$

dove:

$$[K_r] = [T]^T [K] [T]; \quad [M_r] = [T]^T [M] [T]$$

La scelta dei gradi di libertà «slaves», nel caso delle tensostrutture, può essere eseguita controllando il rapporto  $K_s/M_s$ . Ciclicamente, i più elevati rapporti rigidità/massa vengono condensati fino ad un limite specificato in partenza. Nel caso di reti di funi abbastanza «piatte» gli spostamenti verticali sono da considerare chiaramente di tipo «masters».

Gli esempi numerici elaborati in [6.6], qui di seguito riportati, illustrano, con difficoltà crescente, i risultati dell'analisi modale eseguita con il metodo iterativo di Jacobi, per quanto riguarda la soluzione del problema degli autovalori.

Gli esempi numerici elaborati in [6.6], qui di seguito riportati, illustrano, con difficoltà crescente, i risultati dell'analisi modale eseguita con il metodo iterativo di Jacobi, per quanto riguarda la soluzione del problema degli autovalori.

**Esempio 6.1**

La fune con configurazione trilatera di fig. 6.24 ha una sezione metallica di  $A = 1,464 \text{ cm}^2$  ed un modulo elastico  $E = 8436,8 \text{ kN/cm}^2$ . I periodi naturali ed i modi di vibrare sono dati in tabella 6.6.

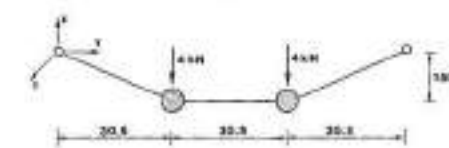


Fig. 6.24

Direzione	MODI DI VIBRARE					
	1	2	3	4	5	6
$X_1$	0,018	0,790	1,000	0,487	0,136	0,094
$Y_1$	-0,026	0,440	0,200	0,007	0,674	1,000
$Z_1$	0,001	1,000	0,771	0,785	0,361	0,230
$X_2$	1,000	0,208	0,437	0,023	-0,097	0,025
$Y_2$	-0,014	0,540	0,010	0,208	1,000	0,406
$Z_2$	0,120	0,586	0,051	1,000	0,414	0,008
Periodo	7,984	4,550	4,538	4,250	4,542	4,260

Tab. 6.6

**Esempio 6.2**

Si consideri la tensostruttura piana a

cavi contrapposti con tiranti verticali, illustrata in fig. 6.25 unitamente ai dati geometrici.

Le caratteristiche meccaniche sono le seguenti:

- area fune portante  $A_p = 30 \text{ cm}^2$
- area fune stabilizzante  $A_s = 20 \text{ cm}^2$
- area tiranti verticali  $A_t = 3 \text{ cm}^2$
- area fune sup. di ancoraggio  $A_{us} = 80 \text{ cm}^2$
- area fune inf. di ancoraggio  $A_{ui} = 30 \text{ cm}^2$
- modulo elastico per tutte le funi  $E = 15.000 \text{ kN/cm}^2$
- puntone verticale: area  $A_{vp} = 371 \text{ cm}^2$

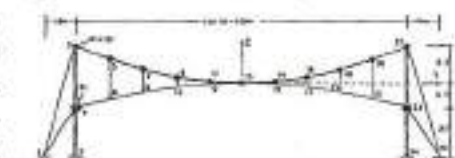


Fig. 6.25

mom. d'inerzia  $J = 494100 \text{ cm}^4$ . Gli sforzi di pretensione sono dati in tabella 6.7.

ASTA	FORZE ASSIALI (DN)	
1-5	477,1	
5-7	481,3	
7-9	483,8	
9-11	491,4	
11-15	457,4	
4-6	362,0	
1-3	1384,5	
1-4	1109,4	
6-5	30,3	
8-7	30,3	
10-9	30,3	
12-11	30,3	
6-8	575,6	
8-10	570,8	
10-12	567,6	
2-4	2154,8	
4-3	1336,9	
12-13	366,0	

Tab. 6.7

I periodi fondamentali ed i coefficienti di partecipazione sono rilevabili in tabella 6.8, per i primi sette modi di vibrare.

MODI	PERIODE (sec.)						
	1	2	3	4	5	6	7
Periodo base	1,50	1,35	1,16	0,93	0,77	0,67	0,51
Fattore di partecipazione	1,00	0,25	1,57	0,01	0,25	-0,07	0,19

Tab. 6.8

Si ottengono considerando l'analisi modale con spettro di risposta basato sull'ideale spettro sismico rilevato nel 1940 ad El Centro, per uno smorzamento critico del 2%.

**Esempio 6.3**

Si consideri rete di funi la cui superficie a paraboloide iperbolico è illustrata in (fig. 6.26).

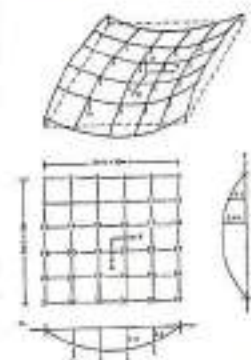


Fig. 6.26

La superficie è definita dall'equazione:

$$z = 5 - \frac{5}{25}y^2 - \frac{3,59375}{25}x^2$$

ed è soggetta al carico di 50 kN per nodo.

L'area della sezione metallica è di 30 cm<sup>2</sup> e 20 cm<sup>2</sup> rispettivamente per le funi portanti e stabilizzanti, mentre il modulo elastico è E= 15.000 kN/cm<sup>2</sup>. Considerando tre gradi di libertà per nodo, le caratteristiche dinamiche del sistema sono riassunte in tabella 6.9.

MODI	1	2	3	4	5	6	7
Periodo	1,214	1,071	1,000	0,946	0,905	0,833	0,856
Fattore di partecipazione	-0,002	-0,042	-0,016	-0,005	0,017	-0,003	0,057

6.9 ANALISI DINAMICA INCREMENTALE NON-LINEARE

Per eseguire l'analisi non-lineare (fig. 6.27) delle tensostrutture, è necessario scrivere l'equazione del moto per un intervallo di tempo Δt, e pertanto deve essere noto l'equilibrio al tempo t e t+Δt. Indicando con le seguenti matrici:

- F<sub>I</sub> = forze inerziali
- F<sub>C</sub> = forze di smorzamento viscoso
- F<sub>S</sub> = forze di risposta elastica
- M = massa concentrata, costante

l'equilibrio al tempo t e t+Δt è espresso dalle:

$$F_I(t) + F_C(t) + F_S(t) = P(t) \quad (6.49a)$$

$$F_I(t+\Delta t) + F_C(t+\Delta t) + F_S(t+\Delta t) = P(t+\Delta t) \quad (6.49b)$$

Per tanto, l'espressione incrementale dell'equazione del moto nell'intervallo Δt, si ottiene per differenza, ed è:

$$\Delta F_I(t) + \Delta F_C(t) + \Delta F_S(t) = \Delta P(t) \quad (6.50)$$

dove gli incrementi delle forze sono espresse dalle seguenti componenti:

- ΔF<sub>I</sub>(t) = F<sub>I</sub>(t+Δt) - F<sub>I</sub>(t) = M • ΔÛ(t)
- ΔF<sub>C</sub>(t) = F<sub>C</sub>(t+Δt) - F<sub>C</sub>(t) = C(t) • ΔÛ(t)
- ΔF<sub>S</sub>(t) = F<sub>S</sub>(t+Δt) - F<sub>S</sub>(t) = K(t) • ΔU(t)

$$\Delta P(t) = P(t+\Delta t) - P(t) \quad (6.51)$$

dove:

- C(t) = matrice dei coeff. di smorzamento
- K(t) = matrice di rigidità globale
- ΔÛ, ΔÛ̇, ΔU = variazione di accelerazione, velocità, spostamento.

L'espressione incrementale definitiva dall'equilibrio dinamico al tempo t diventa:

$$M \cdot \Delta \ddot{U}(t) + C(t) \cdot \Delta \dot{U}(t) + K(t) \cdot \Delta U(t) = \Delta P(t) \quad (6.52)$$

Prima di passare all'analisi della (6.52), è indispensabile procedere alla valutazione di alcuni termini dell'espressione.

**Matrice delle masse:** le masse sono considerate concentrate nei nodi (lumped mass). Ipotizzando che la struttura abbia solo gradi di libertà di tipo traslazionale, la matrice delle masse è diagonale, del tipo:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & m_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & m_n \end{bmatrix}$$

Sostanzialmente, ogni grado di libertà ha una massa soggetta al suo movimento. Nel caso particolare si ha:

- per ogni nodo la massa puntuale è uguale per ogni grado di libertà, (p. es. nodo 1: m<sub>1</sub> = m<sub>2</sub> = m<sub>3</sub>)

- la massa può essere calcolata automaticamente con le aree di influenza A<sub>i</sub> per ogni nodo con la formula seguente:

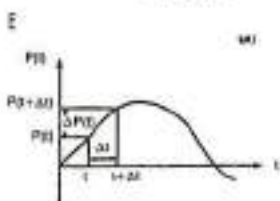
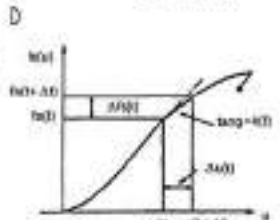
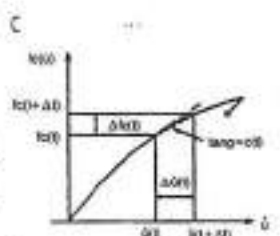
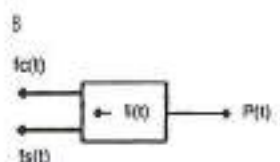
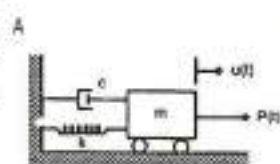
$$M_i = \frac{A_i P}{g}$$

dove:

- A<sub>i</sub> = area d'influenza sul nodo i
- P = peso unitario sulla copertura
- g = accelerazione di gravità

Fig. 6.27 Schema per l'analisi non lineare delle tensostrutture.

- a) Modello fisico del sistema strutturale.
- b) Equilibrio delle forze in regime dinamico.
- c) Caratteristica smorzante non lineare.
- d) Risposta elastica non lineare.
- e) Forzante esterna non lineare.



**Smorzamento:** la capacità di smorzamento è un parametro importante per lo studio della stabilità dinamica delle tensostrutture.

Una struttura genera la propria capacità di smorzamento attraverso vari e complessi meccanismi di dissipazione dell'energia.

Lo smorzamento può essere classificato come: strutturale, materiale o aerodinamico. Il parametro che viene usualmente utilizzato per la valutazione dello smorzamento è il decremento logaritmico, già definito precedentemente. Per le strutture leggere, lo smorzamento aerodinamico, espresso come decremento logaritmico, vale [6.7]:

$$\delta = \frac{1}{2} C_d \frac{m' A}{A' m}$$

dove:

- m/A = massa virtuale media per unità di area
- m/A = massa per unità di superficie della struttura
- C<sub>d</sub> = coefficiente variabile tra 0,03 e 0,07

Le informazioni sul valore di δ, per le tensostrutture, sono molto limitate. Comunque, alcuni valori-guida sono desunti dagli esperimenti eseguiti da Jensen [6.8] e tali valori sono:

- da 0,5 a 3% (travi di funi o reti, esclusa la copertura)
- da 17 a 20% (membrane tessili e strutture pneumatiche).

La presenza della copertura aumenta il valore dello smorzamento.

La matrice di smorzamento si assume proporzionale alle masse e/o alle rigidità della struttura e si esprime come:

$$C = \alpha M + \beta K$$

dove α e β sono coefficienti costanti di ponderazione. La matrice di smorzamento più semplice può essere espressa assumendo coefficienti proporzionali alle frequenze modali ω<sub>n</sub>.

$$C = \begin{bmatrix} 2\xi_1 \omega_1 & & \\ & \dots & \\ & & 2\xi_n \omega_n \end{bmatrix}$$

dove ξ = c/c<sub>c</sub> è il rapporto tra il coefficiente di smorzamento e il coefficiente di smorzamento critico.

**Matrice di rigidità:** la matrice di rigidità globale è formata dalla somma della matrice elastica e della matrice geometrica, calcolata all'istante t

$$K(t) = K_e(t) + K_g(t) \quad (6.53)$$

La matrice di rigidità non lineare K<sub>nc</sub> non compare nella espressione (6.53), ma si trova aggiornata incrementalmente nel vettore dei termini noti.

**Vettore dei carichi:** sia ΔP(t) il vettore dei carichi, importante notare che, nel caso si tenga conto di effetti non lineari di natura geometrica e/o materiale, questi saranno contenuti in un vettore di carichi fittizi non equilibrati (ΔP<sub>nc</sub>) e aggiornati all'iterazione i - 1.

Pertanto:

$$\Delta P(t) = \Delta \bar{P}(t) + \Delta P_{nc}^{i-1}(t) \quad (6.54)$$

dove ΔP̄(t) è la forzante esterna, funzione del generico carico all'iterazione i.

6.9.1 Metodo d'iterazione diretta dell'equazione del moto in regime non-lineare geometrico

La soluzione del problema è rappresentata, operativamente, da una soluzione incrementale (metodo di Newmark) delle equazioni differenziali del moto. La soluzione si ottiene convertendo queste ultime in un sistema di equazioni algebriche. La cosa è possibile, introducendo una relazione tra accelerazione, velocità e spostamenti, che può essere ritenuta valida per un certo intervallo di tempo Δt.

In questo modo, è possibile ridurre le variazioni di accelerazione e di velocità a variazioni di spostamenti; si riducono, così, le incognite ad un solo vettore. Il legame  $\ddot{U} \rightarrow \dot{U} \rightarrow U$  si può stabilire solo imponendo un legame preliminare nella variazione di  $\dot{U}$ , in funzione del tempo. Si assume una variazione lineare tra  $\dot{U}$  e  $t$ ; ne consegue una variazione quadratica tra  $\dot{U}$  e  $t$  ed una variazione cubica tra  $U$  e  $t$ , come visibile in fig. 6.28.

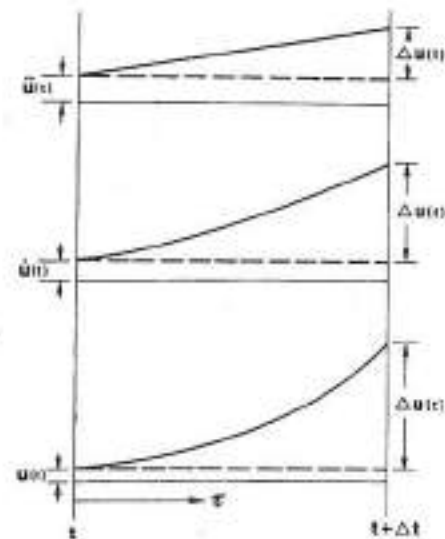


Fig. 6.28 Legame tra accelerazione, velocità e spostamenti.

Le espressioni dei tre parametri sono:

$$\begin{aligned} \ddot{U}(\tau) &= \ddot{U}(t) + \frac{\Delta \ddot{U}}{\Delta t} \tau \\ \dot{U}(\tau) &= \dot{U}(t) + \ddot{U}(t)\tau + \frac{\Delta \ddot{U}}{\Delta t} \frac{\tau^2}{2} \\ U(\tau) &= U(t) + \dot{U}(t)\tau + \ddot{U}(t) \frac{\tau^2}{2} + \frac{\Delta \ddot{U}}{\Delta t} \frac{\tau^3}{6} \end{aligned}$$

Valutando lo spostamento alla fine dell'intervallo ( $\tau = \Delta t$ ), si arriva alle seguenti equazioni, per gli incrementi di velocità e spostamento:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{U}(t) &= \ddot{U}(t)\Delta t + \ddot{U}(t) \frac{\Delta t}{2} \quad (6.55a) \\ \Delta U(t) &= \dot{U}(t)\Delta t + \ddot{U}(t) \frac{\Delta t^2}{2} + \frac{\Delta \ddot{U}(t)}{6} \Delta t^3 \quad (6.55b) \end{aligned}$$

Sarà, ora, conveniente usare l'incremento dello spostamento  $\Delta U$  come parametro variabile dell'analisi; da qui l'equazione (6.55a) è risolvibile per l'incremento di accelerazione, e questa espressione è sostituita nella (6.55b)

ottenendo:

$$\begin{aligned} \Delta \ddot{U}(t) &= \frac{6}{\Delta t^2} \Delta U(t) - \frac{6}{\Delta t} \dot{U}(t) + 3\ddot{U}(t) \quad (6.56a) \\ \Delta \dot{U}(t) &= \frac{3}{\Delta t} \Delta U(t) - 3\dot{U}(t) + \frac{\Delta t}{2} \ddot{U}(t) \quad (6.56b) \end{aligned}$$

Sostituendo le eq. (6.56a) e (6.56b) nella (6.52), l'equazione del moto diventa:

$$\begin{aligned} M \left[ \frac{6}{\Delta t^2} \Delta U(t) - \frac{6}{\Delta t} \dot{U}(t) + 3\ddot{U}(t) \right] + \\ + C(t) \left[ \frac{3}{\Delta t} \Delta U(t) - 3\dot{U}(t) + \frac{\Delta t}{2} \ddot{U}(t) \right] + \\ + K(t) \Delta U(t) = \Delta P(t) \quad (6.57) \end{aligned}$$

Portando tutti i termini associati alle condizioni iniziali note, nella parte destra, la nuova soluzione del vettore degli spostamenti si ottiene dalla equazione pseudostatica:

$$\bar{K}(t) \Delta U(t) = \Delta \bar{P}(t) \quad (6.58)$$

dove:

$\Delta U(t)$  = vettore degli spostamenti incogniti  
 $\bar{K}(t)$  = matrice di rigidità dinamica  
 $\Delta \bar{P}(t)$  = vettore dei carichi globali (reali + fittizi)

Le espressioni di  $\bar{K}(t)$  e  $\Delta \bar{P}(t)$  sono:

$$\begin{aligned} \bar{K}(t) &= \bar{K}(t) + \frac{6}{\Delta t^2} M + \frac{3}{\Delta t} C(t) \quad (6.59a) \\ \Delta \bar{P}(t) &= \Delta P(t) + M \left\{ \frac{6}{\Delta t} \dot{U}(t) + 3\ddot{U}(t) \right\} + \\ &+ C(t) \left\{ 3\dot{U}(t) + \frac{\Delta t}{2} \ddot{U}(t) \right\} \end{aligned}$$

Questa procedura di analisi numerica include due significative approssimazioni:

- a) l'accelerazione varia linearmente
- b) le proprietà di smorzamento e di rigidità restano costanti durante gli intervalli di tempo

La procedura, per ogni intervallo di tempo  $\Delta t$ , consiste nell'eseguire le seguenti operazioni:

- 1) I valori iniziali di  $U(t)$  e/o  $\dot{U}(t)$  sono noti
- 2) Con questi valori e con le specifiche proprietà della struttura inerenti ai valori di  $C(t)$  e  $K(t)$ , sono ricavabili le forze di smorzamento  $F_c$  e le forze elastiche  $F_e$ .
- 3) L'accelerazione iniziale è data da:

$$\ddot{U}(t) = M^{-1} [P(t) - F_c(t) - F_e(t)]$$

(questo è semplicemente un riordinamento dell'equazione di equilibrio al tempo  $t$ ).

- 4) L'effettivo incremento di carico  $\Delta \bar{P}(t)$  e l'effettiva rigidità  $\bar{K}(t)$  vengono calcolati con le (5.59).
- 5) L'incremento dello spostamento  $\Delta U$  è dato dalla (5.58). Una volta conosciuto il valore di  $\Delta U$  con la (6.56b), si ricava l'incremento di velocità  $\dot{U}(t)$ .
- 6) La velocità e lo spostamento, alla fine dell'incremento, ossia al tempo  $(t + \Delta t)$ , si ottengono dalle seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} \dot{U}(t + \Delta t) &= \dot{U}(t) + \Delta \dot{U}(t); \\ U(t + \Delta t) &= U(t) + \Delta U(t + \Delta t). \end{aligned}$$

Terminato il passo 6, l'analisi inerente al primo incremento  $\Delta t$  è finita, e si ripetono quindi i vari step per l'incremento successivo.

**Esempio 6.4**

Per chiarire ulteriormente i passaggi di calcolo, relativi all'analisi numerica per integrazione diretta con l'algoritmo di Newmark, si consideri la semplice struttura di fig. 6.29. L'analisi dinamica



Fig. 6.29



Fig. 6.30

incrementale viene elaborata sullo stesso schema considerato per l'analisi statica, che ha le seguenti caratteristiche geometriche e meccaniche iniziali:

- $f = 0,5 \text{ m}$
- $L = 10 \text{ m}$
- $EA = 30 \cdot 000 \text{ kN}$
- $k_F = 118,22 \text{ kN/cm}$  (per  $t = 0$ )

pensando la configurazione già in equilibrio elastico (a deformazione statica già avvenuta) in presenza di un carico statico verticale  $P = 20 \text{ kN}$ , posto nel nodo centrale. La massa, di tipo concentrato, associata al carico statico è facilmente ricavabile dal rapporto:

La fune bilatera, ad un grado di libertà

	P	w	v	h	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
0,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0,1	19	0,074	0,22	0,574	-	8,123	4,47	5,92	26,918	27,356	61,694	118,22	134,22	0,985	1,289	0,968	0,223	0,497								
0,2	17,32	0,057	0,212	0,5028	-	11,854	5,41	2,68	87,365	31,939	123,549	118,22	134,22	0,992	2,76	2,851	0,779	0,359								
0,3	20	0,045	0,199	0,440	-	2,858	1,40	-2,68	129,254	4,308	153,142	118,22	134,22	0,990	5	3,169	0,67	0,259								
0,4	17,32	0,028	0,184	0,3064	-	11,644	-5,70	-7,32	100,123	-34,884	57,919	118,22	134,22	0,943	1,29	2,454	0,287	0,079								
0,5	10	0,288	-0,061	34,007	-	-24,067	-11,78	-18	-7,4664	-72,794	-89,26	118,22	134,22	0,897	-2,61	-0,103	-0,299	-1,258								
0,6	0	0,221	-1,299	26,126	-	-26,126	-12,80	8	-158,897	-76,256	237,323	118,22	134,22	0,876	-5,18	-3,897	0,64	0,743								
0,7	0	0,045	-2,042	5,379	-	-5,378	-2,60	8	-249,541	-15,922	265,553	118,22	134,22	0,798	-5,94	-6,11	0,13	0,32								
0,8	0	-0,157	-1,722	-10,807	-	-10,807	8,96	8	-210,772	54,223	256,54	118,22	134,22	0,716	3,48	-5,16	0,443	1,277								
0,9	0	-0,269	-0,485	-31,881	-	-31,881	15,58	8	-59,254	95,349	35,085	118,22	134,22	0,626	0,78	-1,485	0,759	1,056								
1	0	-0,243	0,071	-25,727	-	-25,727	14,07	8	118,28	86,198	304,688	118,22	134,22	0,532	4,36	2,913	0,305	0,944								
1,1	0	0,091	1,975	-18,758	-	18,758	5,21	8	234,586	32,282	286,048	118,22	134,22	0,448	-5,94	5,741	0,263	0,868								
1,2	0	0,107	1,847	12,649	-	-12,649	-8,19	8	226,02	-37,682	188,14	118,22	134,22	0,444	4,3	5,541	0,189	0,652								
1,3	0	0,247	0,815	28,20	-	-28,20	-14,31	8	99,756	-87,516	12,24	118,22	134,22	0,009	0,27	2,245	0,175	-1,26								
1,4	0	0,256	-0,445	38,264	-	-38,264	-14,82	0	-24,888	-99,699	-145,190	118,22	134,22	0,108	-3,24	-1,735	-0,741	-1,364								
1,5	0	0,148	-1,099	17,697	-	-17,697	-8,57	0	186,942	-52,948	249,38	118,22	134,22	0,108	-5,38	-4,867	-0,423	-0,325								
1,6	0	0,018	-1,914																							

(verticale), è soggetta alla forzante  $P(t)$  rappresentata nel diagramma di fig. 6.30 con variazione di tipo sinusoidale di espressione  $P(t) = P \sin \omega t$ . L'ampiezza massima è  $P = 20 \text{ kN}$  ed il periodo è  $T = 1,2 \text{ sec}$ . La distribuzione nel tempo del carico forzante è pari ad una semionda per  $0 < t < 0,6$  secondi, mentre per  $0,6 < t < 1,6$   $P(t)$  è costantemente nullo.

Il caso lineare: a scopo prevalentemente didattico, nella tabella 6.10 è possibile seguire l'elaborazione manuale dell'analisi dinamica di tipo lineare passo-passo. La costanza di  $K_e(t)$  e  $\Delta P(t)$  permette di seguire e di controllare più agevolmente i passaggi contenuti nella suddetta tabella, provenienti dalla elaborazione sequenziale delle equazioni

(5.59) e (5.56b) che, con i dati del presente problema e considerando il sistema non smorzato, diventano:

$$\begin{aligned} \bar{k}(t) &= 1224 + k_e(t) \\ \Delta \bar{P}(t) &= \Delta P(t) + 122,4\dot{w} + 6,12\ddot{w} \\ \Delta \dot{w}(t) &= 30\Delta w - 3\dot{w} - 0,05\ddot{w} \end{aligned}$$

Il caso non lineare: tenendo in conto che:

$$\bar{k}(t) = 1224 + k_e(t) + k_a(t)$$

ed aggiungendo ai carichi  $\Delta \bar{P}(t)$  la componente di carico fittizio  $\Delta P_{NL}(t)$  dovuto ai termini non lineari, è possibile ottenere la risposta dinamica non lineare del sistema, ad un grado di libertà. In fig. 6.31 sono illustrate, per il caso lineare e non lineare, le variazioni degli spostamenti (a), delle velocità (b) e delle accelerazioni (c).

### 6.10 FORMULAZIONE APPROSSIMATA: CONSIDERAZIONI GENERALI

Attraverso le elaborazioni al continuo dell'equazione differenziale del moto, contenute nei paragrafi seguenti, è possibile ottenere delle formulazioni semplici e sintetiche facilmente interpretabili.

Queste permettono il controllo delle caratteristiche dinamiche della struttura a livello di progettazione preliminare ed, inoltre, l'importante controllo dei risultati dell'analisi dinamica al discreto.

#### 6.10.1 Vibrazione di una fune libera senza smorzamento

Indicando con  $m$  = massa per unità di lunghezza della fune,  $w$  = deformazione dinamica,  $H$  = componente orizzontale dello sforzo nella fune,  $(\dot{\quad})$  = derivata secondo il tempo,  $(\ddot{\quad})$  = derivata secondo  $x$ , e con  $\Delta H =$  la variazione della componente orizzontale  $H$ , l'equazione differenziale della corda vibrante, fig. 6.32 [6.13], è:

$$-m\ddot{w} + Hw'' + \Delta H\zeta'' = 0 \quad (6.60)$$

Supponendo ora, che la forma vibrante sia antisimmetrica e che la massa

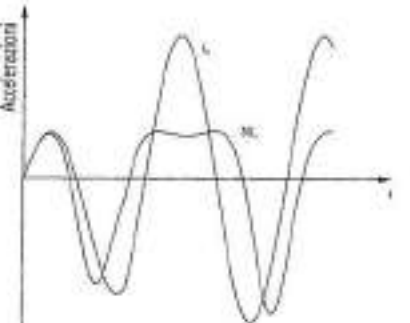
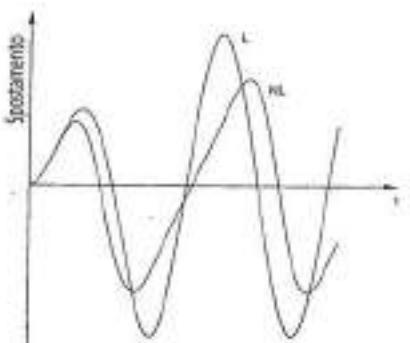
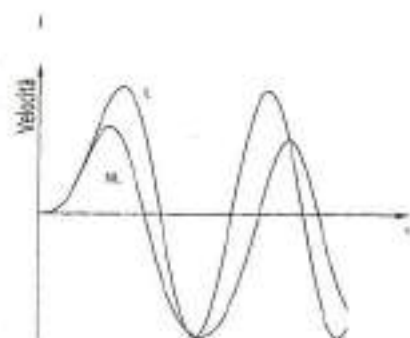


Fig. 6.31 Confronto tra l'analisi lineare e non lineare eseguita sulla struttura dell'esempio 6.4.

$m = q/g$  sia distribuita simmetricamente si ha:

$$\begin{aligned} w \, dx &= 0 \\ \text{e } \Delta H &= 0; \text{ pertanto, } H = \text{cost} \end{aligned} \quad (6.61)$$

Considerando, ora, il moto armonico

$$w = w(x, t) = w(x) \text{sen } \omega t \quad (6.62)$$

e prevedendo per  $w(x)$  la soluzione tipica,

$$w(x) = A \text{sen } n \frac{\pi}{L} x \quad (6.63)$$

differenziando, si ha:

$$w''(x) = -A \frac{\pi^2}{L^2} n^2 \text{sen } n \frac{\pi}{L} x \quad (6.64)$$

Sostituendo in (6.60) otteniamo:

$$m\ddot{w} + HA + n^2 \text{sen } n \frac{\pi}{L} x \text{sen } \omega t = 0 \quad (6.65)$$

Quest'ultima equazione permette di calcolare i valori  $\omega$  e con la (6.63) si ottiene la funzione di deformazione dinamica. I valori assoluti di  $w(x)$  risultano determinati, conoscendo il valore del coefficiente  $A$  (ampiezza).

#### 6.10.2 Frequenze naturali di una fune libera senza smorzamento

Dalle (6.63) e (6.64) abbiamo:

$$w''(x) = -\frac{\pi^2}{L^2} n^2 w(x) \quad (6.66)$$

con la (6.62), inoltre si ha:

$$\begin{aligned} m\ddot{w} &= m''(x) \text{sen } \omega t = \\ &= -\frac{\pi^2}{L^2} n^2 w(x) \text{sen } \omega t - \frac{\pi^2}{L^2} n^2 w \end{aligned} \quad (6.67)$$

Introducendo la (6.67) in (6.60) e ricordando la (6.62)

$$-m\ddot{w} + kw = 0 \quad (6.68)$$

con

$$k = H \frac{\pi^2}{L^2} n^2 \quad (6.69)$$

In accordo con il principio di D'Alembert, la forza d'inerzia aggiuntiva per unità di lunghezza della fune, è rappresentata dal termine  $-m\ddot{w}$  mentre  $kw$  è la forza di «ritorno». La costante elastica  $k$  dipende dallo sforzo orizzontale  $H$ , dalla luce  $L$  e dalla geometria d'oscillazione. Risolvendo la (6.68) noto che:

$$\omega^2 = k/m \quad (6.70)$$

e sapendo, inoltre, che:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (6.71)$$

si ha:

$$T = \frac{2L}{n\sqrt{Hg/q}}; \quad \omega = n \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{Hg}{q}} \quad (6.72)$$

con:

$m = q/g$ ,

$q$  = carico per unità di lunghezza della fune,

$g$  = accelerazione di gravità.

Per piccole frecce  $f$  (fig. 6.33), se  $q$  è il peso proprio della fune, vale, con sufficiente approssimazione la

$$H = \frac{qL^2}{8f} \quad (6.73)$$

e perciò:

$$T_f = \frac{2}{n} \sqrt{\frac{8f}{q}}; \quad \omega_f = n\pi \sqrt{\frac{g}{8f}} \quad (6.74)$$

Dalle (6.74) si può osservare che se  $H$  è proporzionale al carico applicato, le frequenze naturali della fune non dipendono dalla grandezza del carico stesso.

L'indipendenza delle frequenze naturali dal carico è valida solo se: a) la configurazione dinamica è antisimmetrica, ossia  $n = 2, 4, 6 \dots$  e perciò  $\Delta H = 0$ ; b) lo sforzo  $H$  è calcolato secondo la freccia iniziale (con questa ulteriore approssimazione, i valori di  $T_f$  e  $\omega_f$  sono validi anche per una configurazione dinamica simmetrica; c) se non c'è nessun'altra forza nella fune, eccetto quella generata

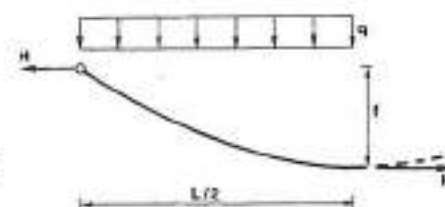


Fig. 6.33

da un carico uniformemente distribuito. Nella fig. 6.34 sono rappresentati graficamente i primi modi di vibrare di una fune libera senza smorzamento per  $n = 1, 2$  e 3.

#### 6.10.3 Vibrazione di una fune con smorzamento

Introducendo nella (6.60) un termine lineare (smorzamento viscoso), l'equazione differenziale del sistema vibrante è:

$$m\ddot{w} + c\dot{w} + kw = P_0 \cos \omega t \quad (6.75)$$

con  $c$  = coefficiente di smorzamento,  $c$   $P_0$  = massimo valore della forza periodica esterna ( $\cos \omega t = 1$ ).

Allora, la soluzione della (6.75) è:

$$w = P_0 (\alpha \cos \omega t - \beta \text{sen } \omega t) \quad (6.76)$$

Fig. 6.34



Fig. 6.32



dove dalle condizioni al contorno si ha (6.9):

$$\alpha = \frac{(c - m\omega^2)}{(c - m\omega^2)^2 + k^2\omega^2}$$

e se vale la (6.74)  $\alpha = 0$  e

$$\beta = \frac{c\omega}{(k - m\omega^2)^2 + c^2\omega^2}$$

La soluzione completa della (6.75) è composta dalla (6.76) e dalla soluzione generale rappresentante libere oscillazioni smorzate. Poiché la (6.76) corrisponde ad un moto armonico semplice con ampiezza costante, mentre il moto oscillante libero smorzato si estingue col tempo, è chiaro che, per valori sufficientemente grandi del tempo, la soluzione sarà praticamente indipendente dalle condizioni iniziali.

Considerando, ora,  $k - m\omega^2 = 0$  abbiamo:

$$\beta = \frac{1}{c\omega}$$

e così:

$$w = \frac{P_0}{c\omega} \sin \omega t \quad (6.77)$$

Il massimo spostamento, per  $\sin \omega t = 1$  è:

$$\max w = \frac{P_0}{c\sqrt{k/m}}$$

o anche:

$$\max w = \frac{P_0}{c\pi n} \sqrt{\frac{8f}{g}}$$

### 6.10.4 Vibrazione di un sistema di funi pre-sollecitate senza smorzamento

Seguendo le considerazioni di Jawerth e Schulz [6.3], consideriamo i sistemi spaziali o piani di funi pre-tese rappresentate in fig. 6.35, dove è indicata in tratteggio la deformazione sotto carichi dinamici.

Per i sistemi con collegamenti verticali, l'influenza dell'inclinazione dei tiranti sulle deformazioni orizzontali e sulle variazioni degli sforzi orizzontali è trascurabile, pertanto gli sforzi sotto carico nelle funi (fig. 6.36), con le solite approssimazioni sono:

$$H_1 = \frac{(q_1 + \bar{P}) + (q_1 - \Delta\bar{P})L_1^2}{8f_1}$$

$$H_2 = \frac{(\bar{P} - \Delta\bar{P})L_2^2}{8f_2}$$

La massa della fune stabilizzante, in confronto alla massa globale del sistema, è trascurabile. Questa approssimazione è accettabile, poiché in pratica solo una delle funi resiste al carico della copertura e, perciò, la ripartizione della massa avviene nelle funi, secondo un rapporto di circa 1:40.

Il comportamento dinamico dipende dallo stato di carico nella fune portante e nella fune stabilizzante e anche dalla perdita di pretensione nel collegamento  $\Delta\bar{P}$ . La perdita di pretensione  $\Delta\bar{P}$ , per una vibrazione antisimmetrica secondo la (6.61), produce una forza orizzontale, ancora costante nelle due funi e, secondo le (6.60), (6.68) e (6.69), proporzionale a  $w$ . La geometria espressa dalla (6.63) è una sinusoidale, e presenta così nel punto medio ( $x = L/2$ ) una tangente rispetto all'orizzontale, formando una componente verticale  $V$  (fig. 6.37).

L'inclinazione della tangente è:

$$w'_{(x=L/2)} = \frac{V}{H} = An \frac{\pi}{L} \sin \omega t$$

oppure

$$V = HAn \frac{\pi}{L} \sin \omega t \quad (6.78)$$

$\Sigma M_A = 0$ , secondo la fig. 6.37, ci dà:

$$\begin{aligned} V &= \int_0^{L/2} \Delta\bar{P}(x) \sin \omega t \, dx = \\ &= \int_0^{L/2} \Delta\bar{P}_{(L/4)} \sin n \frac{\pi}{L} x \sin \omega t \, dx = \\ &= \Delta\bar{P}_{(L/4)} \frac{L}{\pi} n \sin \omega t \end{aligned} \quad (6.79)$$

per cui

$$\Delta\bar{P}_{(L/4)} = 2\pi^2 nA \frac{H}{L^2}$$

e la perdita di pretensione è:

$$\Delta\bar{P}(x) = H\pi^2 \frac{n^2}{L^2} A \sin n \frac{\pi}{2} \chi \sin \omega t \quad (6.80)$$

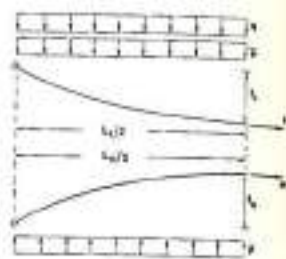


Fig. 6.36

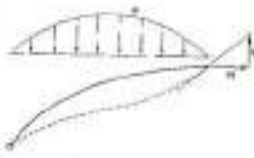
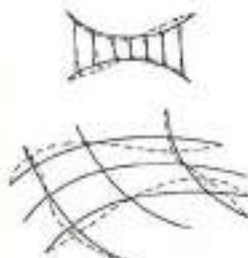


Fig. 6.37

Fig. 6.35



Dal confronto tra la (6.80), la (6.69) e la (6.62) si rileva che:

$$\Delta\bar{P}(x) = kw$$

Nell'equazione delle frequenze (6.69) risulta:

$$k = n^2 \left( \frac{\pi^2}{L^2} \right) (H_1 + H_2)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \pi n \sqrt{\frac{g}{8f_1} \left[ 1 + \frac{\bar{P}}{q} + \left( \frac{\bar{P} f_2}{q f_1} \right) \right]} \quad (6.81)$$

Per  $\bar{P} = 0$ , la velocità angolare è uguale a quella delle funi libere. Per  $f_2 = 0$  è ancora  $\bar{P} = 0$ , giacché una fune diritta non può dare un  $\bar{P} \neq 0$ . Il periodo diventa:

$$T = \frac{2}{n} \sqrt{\frac{8f_1}{g}} \frac{1}{\sqrt{1 + \bar{P}/q(1 + f_2/f_1)}} \quad (6.82)$$

Il fattore:

$$\sqrt{1 + \bar{P}/q(1 + f_2/f_1)}$$

dà una diminuzione del periodo d'oscillazione nei sistemi di funi pretese, in confronto alla diminuzione di periodo riscontrabile nelle funi libere, formato dai primi due termini del secondo membro.

Maggiore sarà  $\bar{P}$ , minore risulterà  $T$  e, per  $\bar{P}_{\max}$  si passa dalla (6.82) alla (6.74). Ove si voglia diminuire il periodo d'oscillazione di un sistema di funi, sarà necessario aumentare la pretensione  $\bar{P}$  ed il rapporto  $f_2/f_1$ . Vediamo, però come questi accorgimenti abbiano uno scarso influsso.

Nella pratica di queste costruzioni, si nota che il rapporto è  $\bar{P}/q = 0,6$  e  $f_2/f_1 = 1$ . Segue, così, che  $T = 0,67 \cdot T_0$ , dove  $T_0$  è il periodo d'oscillazione delle funi libere.

Per un aumento del 300% della pretensione e con  $\bar{P}/q = 1,8$ , l'oscillazione propria diventa  $T = 0,465 \cdot T_0$ , variando in questo modo solo del 30%.

Per un aumento del 300% della freccia  $f_2$ , ossia  $f_2/f_1 = 3$ , abbiamo  $T = 0,540 \cdot T_0$ , con una variante solo del 19%.

Diminuire la  $f_2$  non è una scelta economica, giacché, a parità di  $P$ , questo procedimento richiede uno sforzo maggio-

re e, di conseguenza, una sezione metallica superiore, con un considerevole aumento del costo delle strutture.

### 6.10.5 Fune dotata di rigidezza

L'equazione differenziale del moto, in questo caso è:

$$EJw'''' = -m\ddot{w} + Hw''$$

Secondo la teoria classica dei ponti sospesi [6.10], abbiamo ancora:

$$\omega_s = \left( \frac{n\pi^2}{L} \right) \sqrt{\frac{EJ}{m} \left( 1 + \frac{1}{n^2} \frac{HL^2}{EJ\pi^2} \right)} \quad (6.83)$$

$$T_s = \frac{2}{n} \sqrt{\frac{8f}{g}} \sqrt{\frac{1}{1 + (n\pi/L)^2 (EJ/H)}} = T_f \alpha \quad (6.84)$$

Se consideriamo  $\alpha$  come un termine correttivo, in confronto di  $T_f$  trovato per la fune libera, si nota che il periodo di oscillazione viene modificato solo leggermente (2%) (vedi bibliografia [6.11]).

Questo risultato sconsiglia di adottare, come metodo stabilizzatore, una copertura sospesa irrigidita con l'impiego di una copertura in cemento. Verrebbero aumentati, inutilmente i costi senza una sufficiente assicurazione di stabilità dinamica della copertura.

### 6.10.6 Alcune considerazioni sulla stabilità dinamica delle tensostrutture

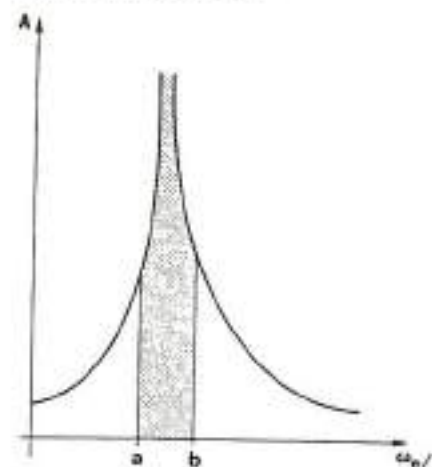
Non si hanno ancora informazioni, nella letteratura tecnica, a riguardo di problematiche connesse con fenomeni di instabilità aerodinamica dovuta a oscillazioni autoeccitate in risonanza frequenziale, per le tensostrutture pre-sollecitate piane o spaziali. Nel campo delle strutture pneumatiche, il problema aerodinamico è molto più sentito. Un gran numero di costruzioni, scarsamente irrigidite dalla pressione interna, sono state distrutte dall'azione del vento.

Il primo ridimensionamento della problematica connessa all'instabilità aereo-

dinamica delle tensostrutture, dopo la notevole sensibilizzazione progettuale generata dal crollo del Tacoma Bridge, è dovuto all'intuizione di Lev Zetlin [6.12] il quale asserisce che:

«La risonanza frequenziale nella copertura sospesa avverrà quando i carichi dinamici esterni abbiano una frequenza  $\omega$ , uguale ad una delle infinite frequenze naturali  $\omega_1, \omega_2, \dots$  ecc., della struttura. In altre parole, la risonanza ed i susseguenti effetti distruttivi, si può verificare quando  $\omega/\omega_0$  cadrà vicino all'intervallo  $a-b$  di figura 6.38.

Fig. 6.38



Sarebbe logico concludere che, per eliminare questi effetti distruttivi, il progettista dovrebbe creare un sistema strutturale sospeso, con la proprietà che  $\omega/\omega_0$  resti sempre fuori dal tratto  $a-b$ . D'altra parte, è impossibile proporsi di progettare una copertura sospesa con chiara assicurazione che  $\omega/\omega_0$  sia sempre fuori da  $a-b$ .

Le ragioni, continua Zetlin, sono ovvie: da una parte, valori accurati delle  $\omega$  non possono essere ottenuti; d'altra parte  $\omega_0$  è indeterminata. E, pertanto, opinione di Zetlin che:

- a) La reale frequenza naturale dei cavi non è di importanza pratica dal momento che le frequenze sono calcolate per tutte le funi (portanti e stabilizzanti) nelle medesime condizioni e queste, così computate, sono sempre differenti, e vibrano in differenti modi sotto l'applicazione di un carico esterno, per cui la risonanza frequenziale viene eliminata.
- b) Per soddisfare il requisito (a), occor-

re computare le frequenze naturali con l'equazione (6.74), considerando la luce totale, lo sforzo esistente nella fune sotto carico ed il solo peso proprio dei cavi. La frequenza naturale per la fune portante è, perciò:

$$\omega_1 = n \frac{\pi}{L} \sqrt{(H_{10} + H_1) \frac{g}{q_1}} \quad (6.85)$$

e per la fune portante

$$\omega_n = n \frac{\pi}{L} \sqrt{(H_{10} + H_n) \frac{g}{q_n}} \quad (6.86)$$

con  $q_1$  e  $q_n$  = peso per metro delle funi.  
c) Scegliendo la pretensione e la geometria allo stato iniziale, il progettista deve assicurarsi che sotto l'applicazione del peso proprio, le frequenze naturali della fune portante e stabilizzante siano differenti e che, aumentando i carichi, le frequenze naturali divergano ancora.

d) Sotto carichi accidentali, gli sforzi nelle funi non sono mai uguali. Per questo, quando una fune tende a vibrare, la sua geometria dinamica è una sovrapposizione di diversi modi fondamentali di vibrare. Ne consegue che, sotto l'applicazione di un carico dinamico esterno, la geometria vibrante della fune stabilizzante sarà sempre diversa da quella della fune portante. Ci sarà, così, per mezzo del collegamento un passaggio, di energia da un cavo all'altro e, in questo modo, la struttura funziona come un sistema interno auto-smorzante. (Questo metodo è stato usato nel dimensionamento di massima).

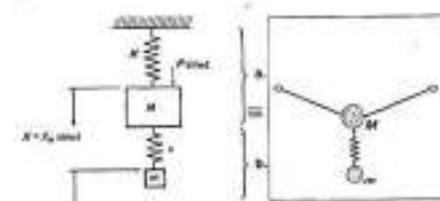
Il problema della verifica dinamica, in realtà non è semplice come asserito da Zetlin giacché, per una situazione di carico uniforme di valore intermedio rispetto ai carichi massimi di verifica, è quasi sempre possibile trovare perfetta coincidenza tra le frequenze naturali dei cavi portanti e le stabilizzanti: in sostanza la verifica non può essere «istantanea» senza tenere conto della variabile tempo.

Per meglio interpretare il meccanismo stabilizzante in campo dinamico delle tensostrutture consideriamo lo schema,

anche se ridotto ad un solo grado di libertà, corrispondente ad un sistema di assorbimento di vibrazioni senza smorzamento (fig. 6.39).

Questo schema può illustrare il metodo di controllo di risonanza per linee aeree di trasmissione di energia elettrica e passerelle sospese o strallate.

Fig. 6.39 a) Sistema strutturale primario equivalente alla fune portante; b) Sistema di assorbimento delle vibrazioni



Il sistema stabilizzante ad assorbimento di vibrazioni è definito dai parametri  $k$  ed  $m$ . Le equazioni del moto per il sistema primario e secondario sono:

$$M\ddot{X} = -KX - k(X-x) + P \sin \omega t \quad (6.87)$$

$$m\ddot{x} = k(X-x) \quad (6.88)$$

sostituendo  $X = X_0 \sin \omega t$  e  $x = x_0 \sin \omega t$  si ha

$$X_0(K+k-M\omega^2) + x_0(-k) = P \quad (6.89)$$

$$x_0(k-k) + x_0(k-m\omega^2) = 0 \quad (6.90)$$

dove:

$$X_0 = \frac{P(k-m\omega^2)}{\Delta} \quad (6.91)$$

$$x_0 = \frac{Pk}{\Delta} \quad (6.92)$$

con:

$$\Delta = (k-m\omega^2)(K+k-M\omega^2) - k^2 \quad (6.93)$$

Nelle condizioni di risonanza l'ampiezza tende all'infinito per cui, ponendo nella (6.93),  $\Delta = 0$  (equazione delle frequenze) si ricavano le pulsazioni di risonanza:

$$\Omega_{1,2} = \left\{ \frac{k(M+m) + Km}{2Mm} \pm \frac{\left[ [k(M+m) + Km]^2 - 4kKmM \right]^{1/2}}{2Mm} \right\}^{1/2} \quad (6.94)$$

Dalla (6.94), è possibile notare che il

sistema possiede, ora, due frequenze naturali:  $\Omega_1$  ed  $\Omega_2$ . Inoltre, si può ottenere un'ampiezza nulla degli spostamenti ( $X_0 = 0$ ) imponendo che  $k-m\omega^2 = 0$ . Da essa, discende che i parametri strutturali sono legati dall'espressione:

$$\sqrt{k/m} = \sqrt{K/M} \quad (6.95)$$

Integrando le equazioni (6.89) e (6.90) con il metodo di integrazione implicita di Newmark si è visualizzato in fig. 6.39bis lo spostamento in controfase delle due masse.

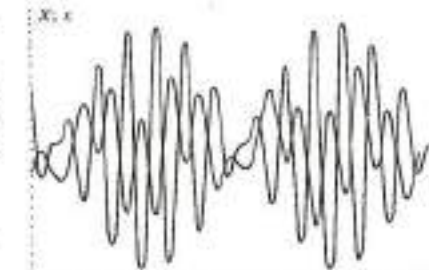


Fig. 6.39bis

Il sistema di assorbimento delle vibrazioni verrà tarato avendo sui propri parametri inerziali e meccanici, in modo da eliminare il problema di risonanza, che può avvenire solo nell'intorno di  $\omega = \sqrt{K/M}$ . La risposta dinamica modificata è illustrata in fig. 6.40.

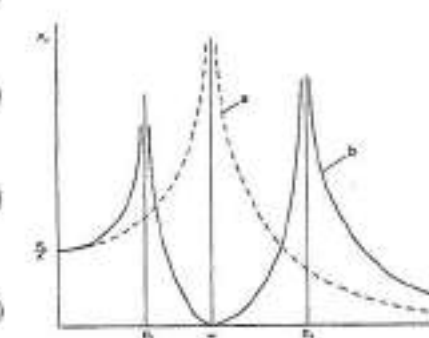


Fig. 6.40 a) risposta dinamica del sistema primario; b) risposta modificata con l'aggiunta del sistema di assorbimento dinamico.

La schematizzazione di un sistema tensostrutturale presolleccato, quale sistema non smorzato di assorbimento mutuo delle vibrazioni tra funi portanti e stabilizzanti, è tanto più attendibile, quanto più il sistema primario venga caricato (condizione di carico peso proprio+neve) e il sistema stabilizzante risulti scarico. In questo caso, il rapporto delle masse  $\mu = m/M$  diventa minimo e per valori modesti di questo rapporto, come è nel caso delle tensostrutture i valori di  $\Omega_1$  ed  $\Omega_2$  risultano poco disco-



sti, come si può rilevare dalla fig. 6.41. Questa rappresenta l'equazione delle

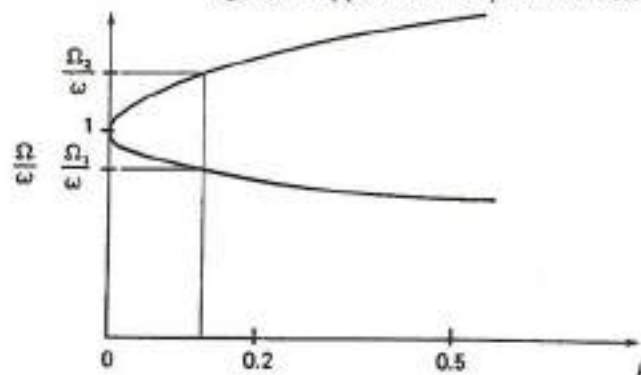


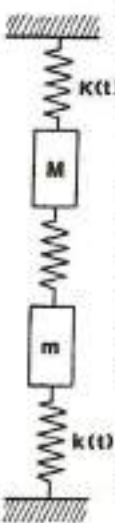
Fig. 6.41 Variazione delle frequenze in funzione μ=m/M.

frequenze  $\Delta = \phi$  nel caso in cui  $\omega^2 = K/M = k/m$ , pertanto:

$$\frac{\Omega_{1,2}}{\omega} = \left[ 1 + \frac{\mu}{2} \pm \sqrt{\mu + \frac{\mu^2}{4}} \right]^{1/2} \quad (6.96)$$

Per bassi valori di  $\mu$  nel caso di una forzante con ampio spettro di frequenze, come è quello dovuto all'azione dinamica del vento, è possibile eccitare il sistema vicino ai valori  $\Omega_1$  ed  $\Omega_2$ .

Fortunatamente, nel caso di sistemi presollecitati a «doppio effetto» (tenuto conto del ruolo intercomunicabile delle funi portanti e stabilizzanti), come intuito da Zetlin, il sistema strutturale soggetto a grandi spostamenti modifica la propria configurazione geometrica e lo stato di sollecitazione (variazione di stato per non linearità geometrica). Cambiano, perciò, le frequenze naturali con effetto divergente rispetto alla frequenza della forzante. L'effetto di «shifting» delle frequenze naturali del sistema è più marcato, quanto più il sistema risulta a bassa frequenza e deformabile (effetto confermato dal comportamento degli alberi soggetti all'azione del vento!).



Uno schema semplificato, che può meglio schematizzare il meccanismo reale di assorbimento delle vibrazioni in campo non lineare, è rappresentato in fig. 6.42, dove si è introdotto l'effetto irrigidente, variabile nel tempo, della rigidità del sistema secondario, includendo anche l'effetto

della presollecitazione con  $K(t) = KE + KG(t)$ . Questo fenomeno di «fuga naturale» dalla situazione di risonanza, tipico delle strutture molto flessibili, può essere illustrato tramite l'analisi dinamica dello schema elementare di fig. 6.43. La tensostruttura (formata da quattro aste confluenti in un nodo centrale ha le seguenti caratteristiche meccaniche:

	$S_1^0 = 200 \text{ kN}$
$P = 20 \text{ kN}$	$S_2^0 = 200 \text{ kN}$
$M = P/g$	$S_3^0 = 200 \text{ kN}$
$EA = 15.000 \text{ kN}$	$S_4^0 = 200 \text{ kN}$

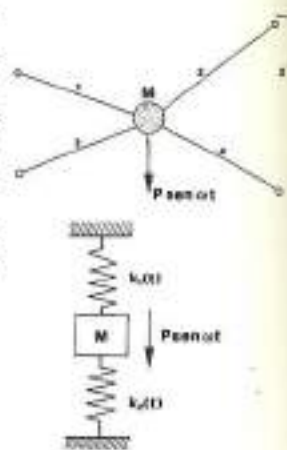


Fig. 6.43

Lo schema dinamico ad un grado di libertà viene risolto, in campo non lineare geometrico, integrando passopasso l'equazione differenziale del moto

$$M\ddot{x} = -x[K_1(t) + K_2(t)] + P \text{sen } \omega t \quad (6.97)$$

con il metodo presentato al punto 6.9.1.

Applicata la forzante per un mezzo periodo, il diagramma degli spostamenti e quello, sovrapposto, delle velocità ed accelerazioni sono riportati nelle figg. 6.44 e 6.45. Supponendo ora che per ogni step ( $t = \bar{t}$ ) sia  $K(t) = \text{cost}$ , sostituendo in (6.97) l'integrale particolare  $x = x_0 \text{sen } \omega t$  si ricava:

$$x_0 = \frac{P}{-M\omega^2 + [K_1(\bar{t}) + K_2(\bar{t})]} \quad (6.98)$$

Dalla condizione  $x \rightarrow \infty$  si ricava:

$$\omega_x = \sqrt{\frac{K_1(\bar{t}) + K_2(\bar{t})}{M}} \quad (6.99)$$

dalla quale si può notare come la frequenza di risonanza sia variabile istante per istante.

Per ogni  $x(t)$  considerato nell'integrazione numerica la (6.99) può essere graficata in funzione di  $t$  (fig. 6.46), da dove risulta la variazione della frequenza di

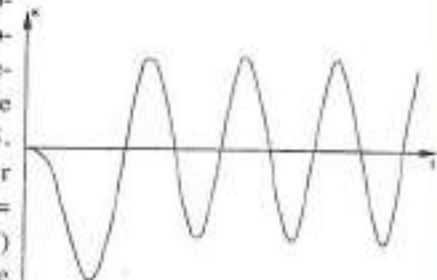


Fig. 6.44

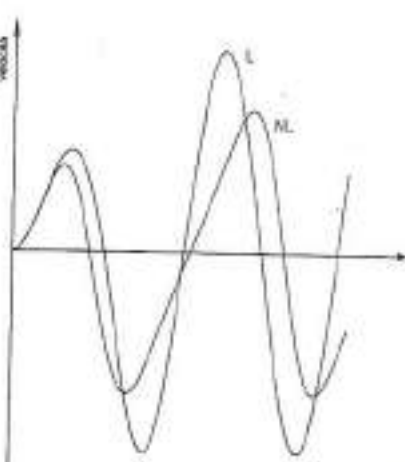


Fig. 6.45

Fig. 6.46

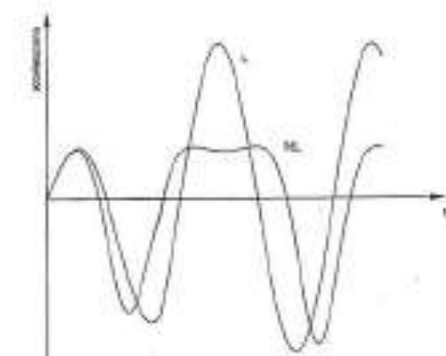
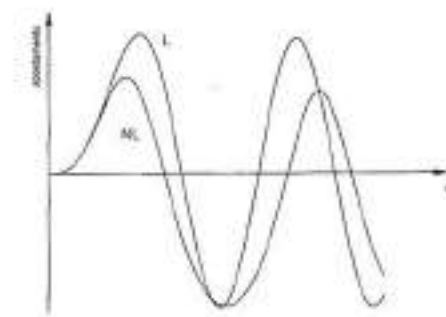
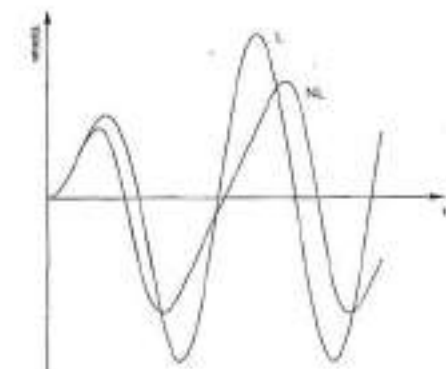
Fig. 6.47

Fig. 6.48

risonanza in funzione della forzante e delle caratteristiche geometriche e meccaniche della struttura. Nella fig. 6.47 dove è stato riportato il diagramma  $(x, t)$ , è possibile constatare che: per  $K(t) = \text{cost} = K_x$  (rigidezza elastica) le ampiezze, per  $\omega = \omega_x$ , siano più grandi che nel caso sia stato considerato  $K(t) = K_x + K_G$ . Con l'espressione dell'energia

$$E = \frac{1}{2}[K_1(t) + K_2(t)]x^2 + \frac{1}{2}M\dot{x}^2 \quad (6.100)$$

è stato possibile diagrammare il livello energetico del sistema strutturale considerando  $K_x$  e  $K_x + K_G$  (vedi fig. 6.48). L'energia immagazzinata dal sistema, che rispecchia in modo sintetico la propria tendenza alla risonanza frequenziale, è molto minore nel caso di sistemi strutturali dotati di apprezzabili componenti di rigidità geometrica [6.15].



BIBLIOGRAFIA

[6.1] A.G. DAVENPORT: *Wind loading factors*. Proc. ASCE, Structural Division, vol. 93 n. ST3, June 1967.

[6.2] F. VAESSEN: *Windchannel test to investigate the wind pressures on a Hyparshell roof*. Colloquium on Hanging Roof, Continuous Metallic Shell Roof and Superficial Lattice Roof. Proceedings of the IASS, at Paris 1962 North Holland Pub. Co. Amsterdam 1963.

[6.3] D. JAWERTH, H. SCHULZ: *Ein Beitrag zur Frage der Eigenschwingungen, windaufschaukelnden Kräfte und aerodynamischen Stabilität bei hängenden Dächern*. Der Stahlbau n. 1-1966.

[6.4] D. UNGWIRTH: *Zur Konstruktion und Beanspruchung hoher Stahlbetontürme*. Stahlbetonbau, Verlag Von Wilhelm Ernst & Sohn, 1969.

[6.5] R.W. CLOUGH, J. PENZIEN: *Dynamics of structures*. Mc Graw-Hill Kogakusha LTD, Tokio 1975.

[6.6] S.S. TEZCAN, S. CHERRY, C. MAHAPATRA: *Dynamic analysis of Cable Structures*. IASS Pacific Symposium on Tension Structures and Space Frames. Tokio 1972.

[6.7] I.P. KRISHNA: *Cable-suspended roofs*. Mc Graw-Hill, New York 1978.

[6.8] J.J. JENSEN: *Dynamics of tension roof structures*. International Conference of tension roof structures, Polytechnic of Central London, April 1974.

[6.9] L. COLLATZ: *Differentialgleichungen Stuttgart*: B.G. Teubner, Verlagsgesellschaft 1960.

[6.10] K. KLOPPEL, K.H. LJE: *Lotrechte Schwingungen von Hängebrücken*. Ingenieur Archiv 12 (1942), S 211.

[6.11] D. JAWERTH: *Einige bauten mit vorgespannten Hängekonstruktionen aus gegenständig gekrümmten Seilen und diskussionsbeitrag*. IASS Colloquium on hanging roofs. North Holland Publishing Co. 1963 Amsterdam.

[6.12] L.Z. ZETLIN: *Elimination of flutter in hanging roofs*. Colloquium IASS, Paris 1962.

[6.13] E.L. HOUGHTON, N.B. CARRUTHERS: *Wind forces on buildings and structures*. E. Arnold, London 1976.

[6.14] P. MATILDI, C. FOTLA, SOLLAZZO: *Tensostrutture e sistemi reticolari spaziali*. CISA, Milano.

[6.15] M. MAJOWIECKI: *Osservazioni su indagini teoriche e controlli sperimentali condotti su coperture legger e di grandi dimensioni*. Atti del 1° Convegno Nazionale di Ingegneria del vento, Firenze, ottobre 1990.

[6.16] M. MAJOWIECKI, B.J. VICKERY: *The wind-induced response of a cable supported stadium roof*. Eight International Conference on Wind Engineering, London, Ontario, July 1991.

[6.17] M. MAJOWIECKI: *The new suspended roof for the Olympic Stadium in Rome*. IASS Symposium, Copenhagen, Denmark, september 1991.

[6.18] LUC LAINEY: *Montreal Olympic Stadium*. IASS Congress, Toronto, luglio, 1992.

## MATERIALI E PARTICOLARI COSTRUTTIVI

### 7.1 LE FUNI

Il termine fune, nel linguaggio corrente, ha significati diversi. Le dizioni cavo, filo, fune e trefolo (\*) si usano molte volte indifferentemente, quasi stessero a significare la stessa cosa. In effetti, i tre termini hanno significati precisi che è doveroso puntualizzare.



Fig. 7.1 a) Fune; b) Trefolo

Filo (in inglese wire): deriva da un trattamento di profilatura a freddo e di progressiva riduzione del diametro, di barre d'acciaio dette vergelle. Ha forma di un cilindro indefinito a sezione circolare.

Trefolo (in inglese strand): è un insieme di fili avvolti elicoidalmente attorno ad un filo centrale. Il trefolo prende anche il nome di fune spiroidale (quando lavora come fune singola).

Fune (in inglese rope): è un insieme di trefoli avvolti elicoidalmente attorno ad un nucleo centrale, costituito da un trefolo o da un'altra fune, o da un'anima tessile. Prende anche il nome di fune a trefoli.

Nella fig. 7.1 sono indicati un trefolo ed una fune.

Il procedimento tecnologico che conduce al trefolo o alla fune parte da barre dalla forma di lungo parallelepipedo a sezione quadra che vengono, in una prima fase, passando attraverso una serie di rulliere, ridotti in tondi detti vergelle, dalla forma di un lungo cilindro a sezione circolare con diametro variabile da qualche millimetro ad un centimetro. Le vergelle vengono, poi, sottoposte ad un trattamento

termico detto parentamento, che aumenta le caratteristiche meccaniche, elimina le tensioni provocate dalla profilatura a freddo e regolarizza la struttura cristallina. In seguito, le vergelle, subito il decapaggio, ossia un trattamento chimico attraverso il quale si elimina l'ossido superficiale, sono sottoposte ad un processo di trafilatura a freddo, attraverso successive presse a rulli. Ad ogni passaggio, il diametro del filo subisce una graduale riduzione fino a che l'area della sezione trasversale diminuisce al 65-75% del valore iniziale.

Tale procedimento comporta una ulteriore regolarizzazione della struttura cristallina ed un aumento della resistenza a trazione del filo.

Successivamente, il filo, protetto dalla corrosione mediante immersione in un bagno di zincatura, viene lavorato da macchine speciali che realizzano i trefoli. Utilizzando trefoli al posto dei fili, con un procedimento del tutto simile, si ottengono le funi. Il passo dei fili nei trefoli è generalmente compreso tra 7 e 12 volte il diametro del trefolo; quello dei trefoli nelle funi è invece compreso fra 6 e 10 volte il diametro della fune.

Le caratteristiche più comuni delle funi d'acciaio sono:

- diametro
- formazione
- senso di avvolgimento
- sezione metallica
- carico di rottura
- peso metrico, massa metrica
- eventuale rivestimento protettivo dei fili

### 7.1.1 Diametro

Per diametro di una fune si intende il diametro della circonferenza circoscritta alla sua sezione nominale. Il diametro si esprime in millimetri.

Il diametro nominale della fune è la dimensione che serve ad individuare la fune; ad esso si riferiscono generalmente, le tabelle dei cataloghi delle ditte produttrici.

Il diametro effettivo della fune si ottiene con una misurazione fatta con metodi prescritti. Il suo valore deve essere uguale al valore del diametro nominale escluse le tolleranze ammesse. Anche quest'ultimo dato è solitamente citato nei cataloghi. Per la determinazione del diametro effettivo della fune, si effettuano le misure in due punti distanti almeno un metro. In ciascun punto si misurano due diametri a 90° uno dall'altro. La media dei quattro valori così ottenuti è il diametro effettivo. Di regola, il diametro effettivo viene misurato su di un tratto di fune diritto non sottoposto ad alcuna trazione.

In alcuni casi, quando la tolleranza è inferiore al 5% del diametro nominale, il diametro effettivo si misura su un tratto di fune sottoposto a tensione pari a 5% del carico di rottura minimo.

### 7.1.2 Formazioni

Il trefolo spiroidale è la formazione più semplice; esso è costituito da uno o più strati di fili sovrapposti avvolti ad elica su uno o più fili (ovvero su un'anima tessile). Si fa la distinzione tra trefoli a fili non paralleli e trefoli a fili paralleli. I primi sono detti anche trefoli normali perché storicamente sono stati i primi ad essere fabbricati. In essi, tutti i fili sono dello stesso diametro e per ragioni geometriche il numero dei fili decresce in ciascuno strato a partire dallo strato più esterno. Nei trefoli normali, ogni strato di fili viene cordato in una operazione distinta.

Ne risulta che i contatti fra i fili dei diversi strati sono puntiformi. Ciò ha

per conseguenza forti pressioni fra i fili e quindi, specie con carichi variabili, la probabilità di rotture di fili.

Nei trefoli a fili paralleli, i passi dei vari strati di fili sono identici perché la cordatura avviene in una sola operazione. Ne risulta che i contatti tra i fili sono lineari. Le funi spiroidali sono, come già accennato, semplici trefoli. Le funi tonde a trefoli sono costituite da più trefoli elementari avvolti attorno ad una anima tessile o ad un trefolo o a una fune centrale.

### 7.1.3 Senso di avvolgimento

Se il senso di avvolgimento, ad elica, dei fili esterni dei trefoli, è uguale a quello dei trefoli nella fune, si hanno le funi ad avvolgimento parallelo; se, invece, il senso di avvolgimento dei fili esterni dei trefoli è contrario a quello dei trefoli nella fune, si hanno le funi ad avvolgimento crociato. L'avvolgimento di una fune può essere a Z o ad S.

L'avvolgimento Z è quello di una fune che, tenuta in posizione verticale, presenta all'osservatore le spire visibili nella direzione del tratto mediano della lettera Z e cioè (procedendo dal basso verso l'alto) da sinistra verso destra.

L'avvolgimento S è quello di una fune che, tenuta in posizione verticale, presenta all'osservatore le spire visibili nella direzione del tratto mediano della lettera S e cioè (procedendo dal basso verso l'alto) da destra verso sinistra, a seconda del senso di avvolgimento si hanno:

- trefolo o fune spiroidale destra, avvolgimento a Z (fig. 7.2a)
- trefolo o fune spiroidale sinistra, avvolgimento a S (fig. 7.2b)
- funi crociate; esse si distinguono in funi crociate destre (a Z per la fune ad S per il trefolo, vedere fig. 7.2c) e funi crociate sinistre (a S per la fune ed a Z per il trefolo)
- funi parallele destre (ZZ), fig. 7.2d, e sinistre (SS). Negli impieghi correnti, un trefolo o una fune spiroidale può essere composto da 19 a 127 fili con

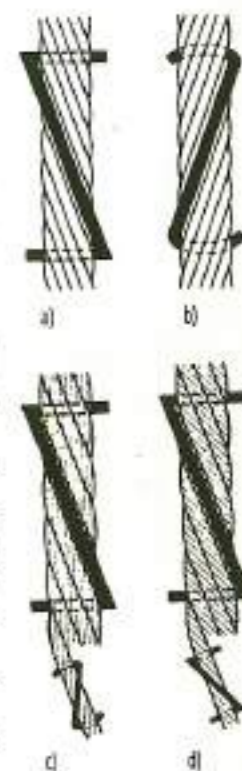


Fig. 7.2 a) Trefolo o fune spiroidale destra; avvolgimento a Z; b) Trefolo o fune spiroidale sinistra; avvolgimento a S; c) Fune a trefoli crociata destra; avvolgimento ZS; trefoli avvolti a destra; fili esterni dei trefoli avvolti a sinistra; d) Fune a trefoli parallele destra; avvolgimento ZZ; trefoli avvolti a destra; fili esterni dei trefoli avvolti a destra.

diametro da 11 a 66 mm, ed una fune a trefoli, da 7 trefoli di cui uno costituisce il nucleo della fune. Nella denominazione di una fune, si usa dare la composizione in numero di trefoli e di fili nel seguente modo: il primo numero al di fuori della parentesi indica il numero dei trefoli, mentre i numeri all'interno della parentesi indicano il numero dei fili in ogni strato del trefolo, procedendo dall'esterno verso l'interno. Ad esempio la fune di fig. 7.3 è caratterizzata dalla designazione 7 (6 + 1). Talvolta vengono impiegate, nelle realizzazioni strutturali, anche le cosiddette funi spirodali chiuse, in cui uno strato di fili esterni sagomati assicura migliore protezione contro la corrosione.

7.1.4 Sezione metallica

Per sezione metallica, si intende la somma delle aree delle sezioni dei fili con un piano normale all'asse della fune. A parità di diametro della fune, la sezione metallica varia col variare della formazione dei passi di trefolatura e cordatura e di altre particolarità costruttive.

7.1.5 Carico di rottura

Il carico di rottura nominale è il carico di rottura minimo garantito, ed è esprimibile mediante la formula:

$$F_r = K' d^2 \sigma_r$$

dove:

$K'$  = coefficiente caratteristico della formazione, pressochè costante al variare del diametro nominale della fune.

$d$  = diametro nominale della fune.

$\sigma_r$  = resistenza unitaria nominale del filo(\*).

Il carico di rottura effettivo è il valore massimo del carico, ottenuto sottopo-

nendo uno spezzone della fune a prova di trazione. Il carico di rottura effettivo deve risultare almeno pari al carico di rottura nominale.

7.1.6 Peso metrico - massa metrica

Il peso metrico nominale-massa metrica nominale è esprimibile con la formula:

$$W = K' d^2$$

dove:

$K'$  = coefficiente caratteristico della formazione e pressochè costante, al variare del diametro nominale della fune.

$d$  = diametro nominale della fune.

7.1.7 Rivestimenti protettivi - Zincatura



I fili elementari delle funi sono di acciaio lucido, protetti da una appropriata lubrificazione. Tuttavia, le funi per usi marittimi o destinate a lavorare in ambiente aggressivo o a resistere alle intemperie, hanno fili protetti da zincatura. La zincatura può essere

applicata sia con procedimento per immersione in bagno di Zn fuso, sia elettroliticamente. I fili possono essere zincati dopo l'ultima operazione di trafilatura (zincatura finale) ovvero zincati e successivamente ritrafilati.

La quantità del rivestimento è, generalmente, espressa dalla massa di Zn per unità di superficie del filo ( $g/m^2$ ). Le norme ASTM (American Society for Testing Materials) stabiliscono tre tipi di rivestimento protettivo di zinco, suddivisi in tre classi: A, B, C. La classe A prevede un rivestimento di spessore variabile da 122 a 305  $g/m^2$ , che è il più leggero dei tre.

(\*) La resistenza nominale dei fili delle funi è governata dalle norme ASTM A188/A188M (1989).

Fig. 7.3 Fune con formazione 7(6+1)

Infatti, nelle classi B e C sono inclusi degli spessori due e tre volte maggiori rispettivamente, in confronto alla classe A, come appare chiaramente dalla schematizzazione di fig. 7.4. Le norme indicano i valori dei carichi di rottura per tre tipi di funi ed essi dipendono dalla classe di zincatura e dalla disposizione dei fili nella fune. Ossia:

- zincatura classe A per tutti i fili
- zincatura classe A per i fili interni e zincatura classe B per i fili esterni
- zincatura classe A per i fili interni e zincatura classe C per i fili esterni.

Nelle tabelle 7.1 e 7.2, sono indicati i valori minimi dei carichi di rottura per funi spirodali e per funi a trefoli. La protezione di zinco classe A è impiegata, solitamente, per usi interni o nei casi in cui le funi siano poco esposte. Per gli altri casi, si possono utilizzare i rivestimenti classe B o C. In particolari condizioni, come ad esempio la presenza nell'atmosfera di agenti chimici o salini, o comunque altamente corrosivi, è consigliata una protezione aggiuntiva a quella derivante dalla zincatura. Di solito, i prodotti addizionali protettivi consistono in pitture a base di materie plastiche particolari e nell'uso preventivo di antiruggine.

7.2 CARATTERISTICHE TECNICHE DELLE FUNI AD USO STRUTTURALE

**Funi spirodali:** le funi spirodali sono, generalmente, impiegate come portanti o come ancoraggi, tiranti o stralli. Funi spirodali zincate trovano importanti impieghi come sostegni di linee telefoniche, elettriche, ecc.

Le funi spirodali di piccolo diametro sono usate per comandi flessibili.

**Funi chiuse:** sono anch'esse funi spirodali, con le caratteristiche citate precedentemente. Funi di questo tipo hanno il massimo coefficiente di riempimento (rapporto tra la sezione metallica e la sezione circolare piena) e, quindi, a parità di diametro e di resistenza unitaria dei fili, carichi di rottura superiori ad ogni altra formazione. Sono, peraltro, poco flessibili e devono, perciò, essere avvolte su tamburi di grande diametro. Rispetto

agli altri tipi di funi, le funi chiuse presentano migliore resistenza all'usura e alla corrosione per la loro superficie liscia e la migliore ritenzione di lubrificante. Inoltre, se qualche filo sagomato esterno si rompe in esercizio, rimane in posizione in quanto è incastrato nei fili contigui.

Le funi chiuse hanno una tendenza limitata alla rotazione. Esse presentano modulo elastico elevato e, perciò, sono da preferire quando siano richieste limitate deformazioni elastiche.

Le funi chiuse necessitano di particolare cura nella messa in opera e sono più costose delle normali funi con fili tondi.

Sono impiegate come portanti per funivie e per ponti sospesi, per teleferiche ecc.

**Funi a trefoli tondi:** costituiscono la grande maggioranza delle funi flessibili, per tutti gli apparecchi di sollevamento, di trazione, ormeggio ecc.

**Funi ercole:** sono costituite da un nucleo centrale spirodale e di 12 o più trefoli esterni.

Vengono usate come portanti per telefoniche e funivie, in luogo delle funi chiuse o spirodali.



Fig. 7.4

Tab. 7.1 Proprietà di alcune funi spiroideali zincate (ASTM-A586-66)

Diametro nominale (mm)	Zinc. (per 100 g di filo)	Carica di rottura minima			Area nominale approssimativa (mm <sup>2</sup> )	Peso approssimativo (N/m)
		classe A (filamenti classe B)	classe A (filamenti classe C)	classe A (filamenti classe C)		
12,7	133,4	129,4	126,5	95,8	7,33	
14,3	168,6	163,7	159,8	122,6	9,60	
15,9	21,5,7	206,9	202,9	151,0	11,76	
17,5	297,8	280,0	245,1	183,2	14,70	
19,1	302,0	293,2	287,3	218,1	17,64	
20,6	353,9	348,2	338,3	253,5	20,58	
22,2	408,9	397,1	388,3	296,1	23,52	
23,8	490,5	485,8	455,9	340,9	27,44	
25,4	542,3	526,6	514,8	387,1	30,58	
27,0	613,8	593,2	582,4	436,8	34,50	
28,6	694,3	673,7	658,9	489,7	38,20	
30,2	764,8	742,3	726,6	545,8	43,12	
31,8	824,1	817,4	809,8	603,6	48,02	
33,3	943,3	925,7	907,0	664,5	52,92	
34,9	1038,0	1014,0	997,4	729,0	57,82	
36,5	1123,0	1095,0	1076,0	800,0	63,70	
38,1	1228,0	1201,0	1174,0	879,0	69,80	
39,7	1334,0	1308,0	1280,0	966,4	74,48	
41,3	1441,0	1414,0	1378,0	1058,8	81,34	
42,9	1595,0	1529,0	1503,0	1169,2	87,22	
44,5	1673,0	1638,0	1601,0	1187,1	94,08	
46,0	1797,0	1761,0	1725,0	1271,0	100,94	
47,6	1931,0	1885,0	1841,0	1361,3	107,81	
49,2	2086,0	2040,0	1986,0	1451,6	114,66	
50,8	2180,0	2143,0	2117,0	1544,4	122,51	
51,1	2322,0	2286,0	2258,0	1645,2	130,34	
54,0	2464,0	2429,0	2392,0	1748,4	138,18	
55,6	2606,0	2571,0	2528,0	1851,6	147,01	
57,2	2757,0	2713,0	2678,0	1961,3	154,84	
58,7	2909,0	2863,0	2820,0	2071,0	163,66	
60,3	3160,0	3015,0	2961,0	2181,7	172,48	
61,9	3202,0	3185,0	3104,0	2303,2	182,29	
63,5	3545,0	3522,0	3546,0	2419,4	191,10	
65,1	3487,0	3434,0	3381,0	2541,9	200,90	
66,7	3788,0	3686,0	3661,0	2664,5	210,70	
68,3	3843,0	3781,0	3727,0	2793,0	221,48	
69,9	4021,0	3988,0	3973,0	2929,0	231,28	
71,0	4785,0	4523,0	4291,0	3280,0	252,84	
76,2	4266,0	4114,0	4044,0	3483,9	275,38	
79,4	5195,0	5114,0	5075,0	3788,7	298,99	
82,6	5091,0	5479,0	5391,0	4098,3	323,40	
85,7	5986,0	5889,0	5809,0	4408,5	348,88	
88,9	6480,0	6351,0	6284,0	4742,0	375,34	
92,0	6852,0	6773,0	6627,0	5083,9	402,78	
95,3	7512,0	7283,0	7089,0	5438,7	430,22	
98,4	7810,0	7694,0	7570,0	5806,5	459,62	
101,6	8229,0	8040,0	7979,0	6203,6	490,01	

Tab. 7.2 Proprietà di alcune funi a trefoli zincate (ASTM-A603-71)

8,53	57,8	54,9	52,9	41,9	3,55
11,11	78,4	74,5	71,6	56,7	4,70
12,70	102,0	98,0	93,2	76,8	6,18
14,29	126,4	122,6	117,7	94,8	7,74
15,88	151,8	147,9	146,1	117,4	9,81
17,46	191,2	187,4	175,6	142,6	11,38
19,05	211,4	207,6	200,8	172,9	13,82
20,64	266,7	253,9	245,2	208,7	16,07
22,23	311,9	297,1	282,4	232,9	18,62
23,81	355,9	340,5	323,6	268,1	21,48
25,40	406,9	388,3	368,7	303,9	25,52
28,58	517,8	490,3	466,8	384,3	31,77
31,75	642,3	612,0	583,6	480,3	39,51
34,93	781,5	745,2	708,0	584,4	48,24
38,10	924,7	882,5	840,4	694,2	58,66
41,28	1099,0	1079,0	998,4	819,4	69,76
44,45	1275,0	1216,0	1157,0	948,4	78,44
47,63	1461,0	1392,0	1324,0	1080,4	87,91
50,80	1677,0	1580,0	1500,0	1238,8	99,88
53,98	1883,0	1785,0	1696,0	1406,1	112,70
57,15	2099,0	1991,0	1922,0	1581,4	126,32
60,33	2324,0	2116,0	2108,0	1726,6	140,14
63,50	2559,0	2442,0	2334,0	1916,2	154,55
66,68	2824,0	2677,0	2550,0	2109,8	169,44
69,85	3089,0	2942,0	2804,0	2309,8	185,81
73,03	3373,0	3216,0	3059,0	2522,7	202,66
76,20	3667,0	3491,0	3344,0	2742,1	220,30
82,55	4226,0	4030,0	3844,0	3251,8	262,44
88,90	4842,0	4677,0	4481,0	3761,5	306,28
95,25	5497,0	5428,0	5172,0	4307,5	349,86
101,60	6181,0	6197,0	5903,0	4897,1	393,76

Nella fig. 7.5 sono illustrate alcune funi di tipo rigido e flessibile, tra le più usate. [7.1].

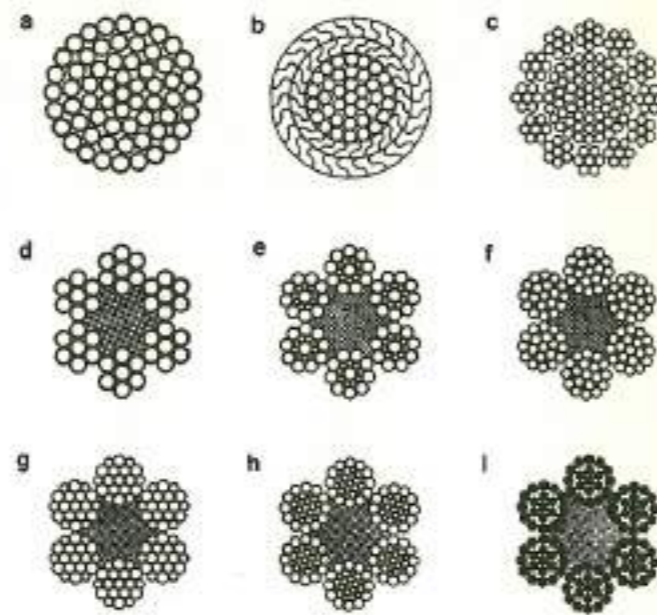


Fig. 7.5 Funi rigide:  
 a) spiroidale normale;  
 b) spiroidale chiusa;  
 c) Ercole. Funi flessibili:  
 d) a trefoli normali;  
 e) Seale;  
 f) Filler;  
 g) Warrington-Seale;  
 h) gherino.

7.2.1 Modulo di elasticità - Deformabilità della fune

Il modulo di elasticità o di Young è ricavato dalla espressione

$$E = \frac{\Delta S l}{A \Delta l}$$

dove:  
 $\Delta S$  = incremento della forza assiale  
 $l$  = lunghezza della fune  
 $A$  = area della sezione della fune  
 $\Delta l$  = allungamento causato dall'incremento  $\Delta S$ .

L'allungamento, inteso come dato utilizzato per calcolare il modulo di elasticità, è rilevato con strumenti di precisione quando il cavo viene sottoposto ad uno sforzo di trazione non inferiore al 10% e non maggiore del 90% del carico di rottura nominale del cavo stesso.

In fig. 7.6 è rappresentato il grafico relativo alla prova fatta su una fune di 54 mm di diametro, di lunghezza pari a 254 cm (United States Steel Corporation). Analizzando il grafico, per determinare  $E$  si procede come segue:

- allungamento al 10% del carico di rot-

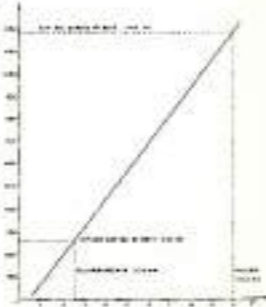


Fig. 7.6 y = carico (kN)  
 x = allungamento (mm)

tura (256 kN)=2,59 mm  
 - allungamento al 90% del carico di rottura (1176 kN)=10,03 mm

Pertanto:

$$\Delta S = 911 \text{ kN} \quad A = 1748,4 \text{ mm}^2$$

$$\Delta l = 7,44 \text{ mm} \quad l = 2640 \text{ mm}$$

$$E = \frac{(911) \cdot (2540)}{(1748,4) \cdot (7,44)} = 177,88 \text{ kN/mm}^2$$

La deformabilità di una fune a trefoli o di una fune spiroidale dipende essenzialmente da due fattori: il primo è legato alla compressibilità del nucleo della fune, che comporta un aggiustamento dei fili. Questi, essendo disposti elicoidalmente, tendono a «stirare» l'elicoide stesso, diminuendone il diametro ed addensandosi al centro della fune. Il secondo fattore è dovuto alla elasticità dei fili che costituiscono la fune. In tabella 7.3 si riportano i moduli di elasticità proposti, in USA, per trefoli e funi di impieghi usuali. Le funi usate nelle realizzazioni strutturali sono, di solito, soggette ad una prestiratura, che consiste nel sottoporre la fune stessa a carico prefissato (in genere pari al 55% del carico di rottura) per un periodo di tempo sufficiente a permettere un aggiustamento reciproco della posizione dei fili.

Questo trattamento garantisce un effettivo comportamento elastico lineare della fune, in esercizio. Il carico ammissibile della fune varia fra 1/3 e 1/2 del carico di rottura del filo o del trefolo e ciò in relazione agli effetti della fatica. I carichi di rottura possono arrivare a 180kN/cm<sup>2</sup>, per cui i carichi ammissibili delle funi sono dell'ordine di 60-90kN/cm<sup>2</sup>. Nella tabella 7.4 è indicata una prescrizione relativa alla diminuzione della tensione di progetto, nel caso che la fune sia soggetta ad un cambiamento di direzione per un suo passaggio su una sella. La prescrizione si applica solo in caso che il carico accidentale porti ad un cambiamento dell'angolo di attacco del cavo sulla sella, che non ecceda il

2% per i trefoli o il 4% per le funi. Da quanto detto, le differenze tra trefolo e fune possono così riassumersi:

- 1) a parità di diametro, per la sua maggiore compattezza, il trefolo è più resistente della fune;
  - 2) il modulo di elasticità del trefolo è maggiore di quello della fune;
  - 3) il trefolo è meno flessibile della fune;
  - 4) il trefolo è più resistente alla corrosione. Infatti, a parità di diametro, i fili del trefolo sono più grossi di quelli della fune ed hanno, perciò, una protezione di zinco maggiore, in quanto lo strato protettivo dello zinco aumenta con l'aumentare del diametro.
- A conclusione di questo paragrafo dedicato alle funi, si ritiene opportuno fare presente che:

- a) Le variazioni termiche provocano in elementi di funi ad estremi fissi variazioni di lunghezza e quindi di configurazione, che giungono ad influenzare sensibilmente gli sforzi.
- b) All'aumentare della sollecitazione, diminuisce il diametro.
- c) Le funi risultano sottoposte a tensioni elevate in corrispondenza dell'assunzione di forti curvature. Vanno, quindi, sempre avvolte su bobine di opportuno diametro.
- d) Le funi, prima di essere tagliate, vanno legate; per «legatura» si intende l'assicurazione contro lo svolgimento e l'apertura di un estremo libero di fune che si esegue con una legatura di filo o cordino di acciaio.

e) Nello svolgere una fune si devono

TIPO	DIAMETRO	E (modulo di elasticità)
Trefolo (usando)	12-65 mm 68 mm o oltre	188,3 kN/mm <sup>2</sup> 141,3 kN/mm <sup>2</sup>
Fune (usando)	9,5 + 101 mm	140,4 kN/mm <sup>2</sup>

Tab. 7.3

TIPO	R/D					
Trefolo (usando)	20	39	18	17	16	15 (meno)
Fune (usando)	15	14	13	12	11	10 (meno)
P/P <sub>max</sub>	1,0	0,95	0,90	0,85	0,80	0,75

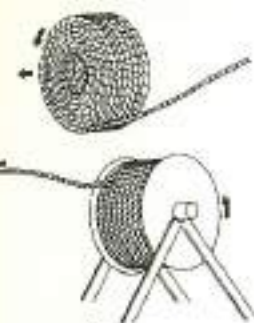
Tab. 7.4

R = raggio della sella  
 D = diametro del trefolo o della fune  
 P<sub>max</sub> = carico ammissibile del trefolo o della fune  
 P = carico ammissibile del trefolo o della fune nel caso che con passi sulla sella di maggior R.

evitare i cappi che possono indurre forti curvature con deformazioni permanenti dei fili e, oltretutto, con conseguente perturbazione della struttura della fune. In fig. 7.7 sono illustrati i metodi di svolgimento di una fune.

Fig. 7.7

Svolgimento corretto



Svolgimento errato



f) Le rotture dei fili in funi aperte sono normalmente visibili a occhio nudo, e sono dette «spigolature».

Esse possono essere state provocate da usura, corrosione, o fatica. Un «nido» è una concentrazione su uno o più trefoli (o fili) di rotture di filo molto ravvicinate.

7.3 TERMINALI D'ANCORAGGIO E COLLEGAMENTI

Terminali di ancoraggio

Nelle connessioni delle funi ai vincoli si trovano, essenzialmente, due tipi di capicorda. Il primo è quello a zinco fuso (in inglese: socketed o zinc-poured) che si ottiene sventagliando i fili della fune spirale del trefolo e, dopo averli sgrassati e puliti, inserendoli nel cono del capocorda (socket) mentre, dalla parte alta del cono, viene versato lo zinco fuso (fig. 7.8). Nell'esecuzione del capocorda, si deve evitare assolutamente che permangano tracce di acidi che potrebbero corrodere i fili ed, inoltre, che si elevi eccessivamente la temperatura, la quale potrebbe provocare la ricottura dei fili.

È preferibile, rispetto all'introduzione diretta nel capocorda dello zinco fuso, la fusione in conchiglia, cioè in uno stampo a due valve, portato anch'esso a temperatura elevata, che permette, una volta aperto, un controllo accurato della

fusione. Il blocco fuso va, quindi, infilato in un secondo tempo nel manicotto a cono vero e proprio. L'efficienza di un attacco a testa fusa eseguito a regola d'arte è del 100% ed oggi è controllabile anche con apparecchi a raggi X.

Il secondo tipo di capocorda è quello martellato (swaged), in cui la parte terminale della fune viene inserita in un apparecchio di acciaio con un foro di diametro poco superiore a quello della fune. Si serra l'apparecchio entro la morsa di una pressa idraulica, in modo che il capocorda venga ad avvolgere, deformandosi, i fili della fune, fissandoli in maniera definitiva.

Con questo tipo di collegamento il carico di rottura dell'insieme fune-capocorda è inferiore al carico di rottura a trazione della fune.

Nella tabella 7.5 sono indicati i possibili tipi di connessioni di funi ai loro vincoli e, per qualcuno, viene riportato nelle tavole 7.1 e 7.2 un particolare costruttivo relativo ad una applicazione [7.2], [7.3].

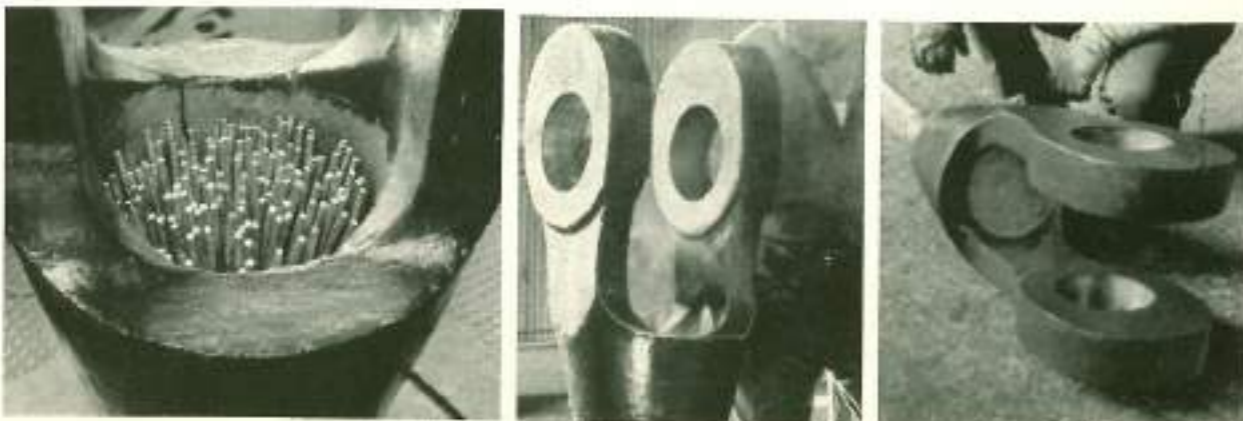
Connessioni tra funi

Le connessioni tra funi in più parti sono, in genere, costituite da apparecchi di acciaio che, stretti da alcuni bulloni, realizzano per attrito il bloccaggio delle funi interessate. Al riguardo, le norme USA del «Manual for structural applications of steel cables for buildings» danno le regole seguenti:

a) Il cambiamento di direzione fra le funi connesse non può essere maggiore

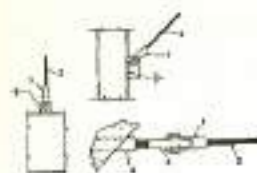
Fig. 7.8 Capocorda a zinco fuso:

- a) pronto per la colata di zinco,
- b) colata di zinco nel terminale conico
- c) terminale d'ancoraggio finito a solidificazione avvenuta [7.5].



Tab. 7.5 Capocorda file e regolabili per funi spirali ad uso strutturale

NOME	TIPO	DIAMETRI	
		TREFOLO	FUNE
closed socket (capocorda forgiato tipo chiuso)	zinco fuso	12 ± 100 mm (1/2 ± 4 Inches)	9,5 ± 100 mm (3/8 ± 4 Inches)
open socket (capocorda forgiato tipo aperto)	zinco fuso	12 ± 100 mm (1/2 ± 4 Inches)	9,5 ± 100 mm (3/8 ± 4 Inches)
open bridge socket (capocorda forgiato tipo aperto a doppio gambo filettato)	zinco fuso	12 ± 100 mm (1/2 ± 4 Inches)	9,5 ± 100 mm (3/8 ± 4 Inches)
closed bridge socket (capocorda forgiato tipo aperto a doppio gambo filettato)	zinco fuso	12 ± 100 mm (1/2 ± 4 Inches)	9,5 ± 100 mm (3/8 ± 4 Inches)
button socket (capocorda forgiato ancorato a bottone con filettature)	zinco fuso	12 ± 100 mm (1/2 ± 4 Inches)	9,5 ± 100 mm (3/8 ± 4 Inches)
bearing socket (capocorda forgiato ancorato a occhio)	zinco fuso	12 ± 100 mm (1/2 ± 4 Inches)	9,5 ± 100 mm (3/8 ± 4 Inches)
threaded socket (capocorda forgiato ancorato a bottone)	zinco fuso	12 ± 100 mm (1/2 ± 4 Inches)	9,5 ± 100 mm (3/8 ± 4 Inches)
threaded stud socket (capocorda forgiato ancorato a gambo filettato)	zinco fuso	12 ± 100 mm (1/2 ± 4 Inches)	9,5 ± 100 mm (3/8 ± 4 Inches)
bridge socket bow (capocorda forgiato ancorato a doppio gambo filettato)	zinco fuso	12 ± 100 mm (1/2 ± 4 Inches)	9,5 ± 100 mm (3/8 ± 4 Inches)
closed swaged socket (capocorda chiuso martellato)	per serraggio	12 ± 35 mm (1/2 ± 1 1/4 Inches)	9,5 ± 50 mm (3/8 ± 2 Inches)
open swaged socket (capocorda aperto martellato)	per serraggio	12 ± 35 mm (1/2 ± 1 1/4 Inches)	9,5 ± 50 mm (3/8 ± 2 Inches)
threaded swaged socket (capocorda martellato a gambo filettato)	per serraggio	12 ± 35 mm (1/2 ± 1 1/4 Inches)	9,5 ± 50 mm (3/8 ± 2 Inches)



- 1) capocorda forgiato tipo aperto;
- 2) fune;
- 3) barra con occhiello terminale;
- 4) tubo filettato



- 1) capocorda forgiato ancorato a bottone;
- 2) fune;
- 3) rondella;
- 4) elemento strutturale

Tab. 7.1 Applicazione generale di alcuni tipi di capocorda.



- 1) capocorda forgiato tipo aperto a doppio gambo filettato;
- 2) fune;
- 3) raccordo;
- 4) manicotto di rinforzo;
- 5) piatto saldato al manicotto;
- 6) manicotto;
- 7) particolare d'acciaio per raccordo convenientemente segmentato



- 1) capocorda forgiato ancorato a bottone;
- 2) fune;
- 3) elemento strutturale;
- 4) capocorda forgiato ancorato a gambo filettato;
- 5) barra d'ancoraggio filettata;
- 6) struttura in c.a.



- 1) capocorda forgiato ancorato ad occhiello;
- 2) fune;
- 3) rondella;
- 4) elemento strutturale d'ancoraggio



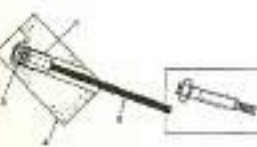
- 1) capocorda forgiato tipo chiuso a doppio gambo filettato;
- 2) fune;
- 3) ancoraggio



- 1) capocorda forgiato tipo chiuso;
- 2) fune;
- 3) tenditore;
- 4) barra di ancoraggio



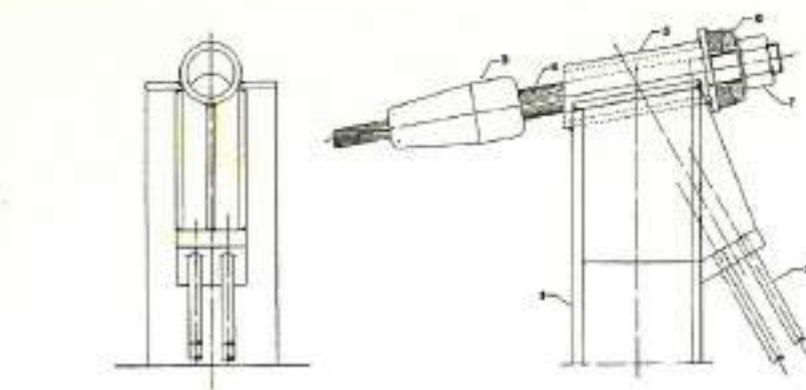
- 1) capocorda forgiato a gambo filettato;
- 2) fune;
- 3) barra filettata;
- 4) manicotto;
- 5) rondella;
- 6) elemento strutturale d'ancoraggio



- 1) capocorda forgiato ancorato a bottone (sostituibile con un capocorda martellato a gambo filettato);
- 2) fune;
- 3) rondella;
- 4) elemento strutturale di ancoraggio



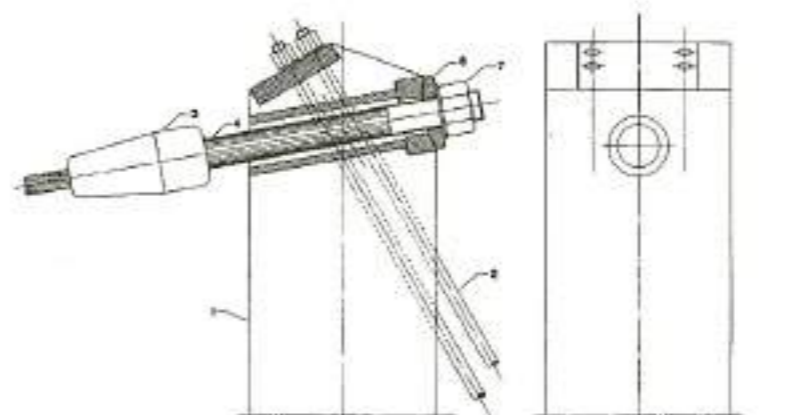
- 1) cavo portante;
- 2) morsetto;
- 3) capocorda forgiato tipo chiuso;
- 4) cavo di sospensione;
- 5) capocorda non regolabile;
- 6) elemento strutturale



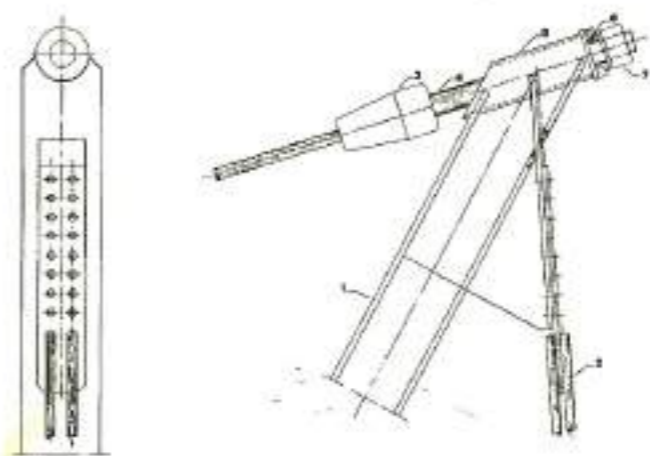
a) Ancoraggio per fune portante su cavalletto in acciaio

Tab. 7.2 Applicazione di terminali di ancoraggio a strutture metalliche.

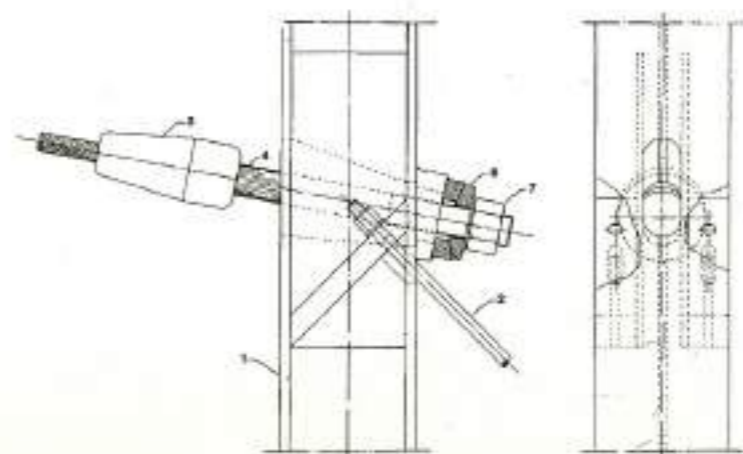
- 1) Colonna in profilato a caldo;
- 2) Tirante in barre tonde filettate;
- 3) Capocorda forgiato filettato;
- 4) Barra di ancoraggio filettata;
- 5) Tubo di contrasto;
- 6) Cerniera sferica.



b) Ancoraggio per fune portante su cavalletto in acciaio con tiranti a contrasto



c) Ancoraggio per fune portante su cavalletto in acciaio a puntone inclinato e tirante collegato per bullonatura

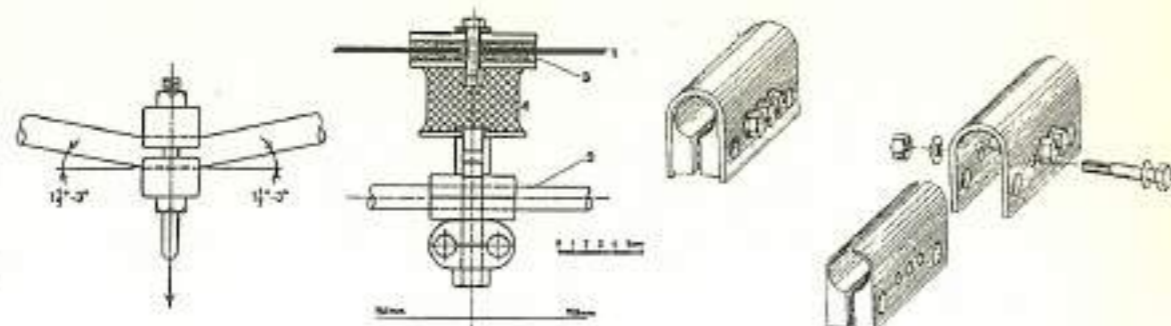


d) Ancoraggio per fune stabilizzante su cavalletto in acciaio

Fig. 7.9

Fig. 7.10 1) pannello di copertura in pleiglas; 2) fune; 3) disco in cloroprene; 4) cuscinetto in neoprene (7.11).

Fig. 7.11 Morsetto ad attrito tipo Jawerth tra funi e tiranti diagonali.



di 1,5° per i trefoli o funi spirodali e di 3° per funi a trefoli (fig. 7.9).

b) La pressione convenzionale esercitata lateralmente sulla fune dal morsetto non può essere maggiore di 2,8 kN/cm<sup>2</sup> per una fune di 75 mm di diametro e 4,2 kN/cm<sup>2</sup> per una fune di 25 mm di diametro, supponendo una variazione lineare per diametri intermedi. Questa pressione convenzionale si ottiene dividendo la forza di serraggio per l'area della zona di fune interessata dall'apparecchio di bloccaggio. L'area è valutata proiettando la zona in direzione ortogonale alla forza di serraggio stessa.

c) Il valore massimo del coefficiente di attrito da tenere in considerazione in sede di progetto è pari al 7%.

Come esempi particolarmente interessanti, per quanto riguarda applicazioni pratiche, in fig. 7.10 è rappresentato il blocco di connessione per la copertura del parco olimpico di Monaco, blocco

studiato appositamente per formare la sede alle quattro funi incrociantisi ortogonalmente e, in fig. 7.11, è illustrato il blocco di connessione della fune stabilizzante con le diagonali, per le classiche travi di funi tipo Jawerth.

Esso è formato da due elementi e, in quello interno, viene alloggiata la fune. Il serraggio avviene per mezzo di tre bulloni centrali, mentre i fori posti all'estremità servono per il collegamento delle forcelle delle aste diagonali. In fig. 7.12, è proposto un disegno esecutivo del blocco di connessione tipo Jawerth, nel caso di una fune di 30 mm di diametro.

Altri particolari costruttivi sono:

- grilli o gambetti: servono per il collegamento a snodo tra un capocorda e un punto fisso, o tra due capocorda;
- attacchi ad occhiello con redancia e morsetti: servono per l'attacco delle funi a trefoli, ottenuto ripiegando la fune ad occhiello. Per proteggere la

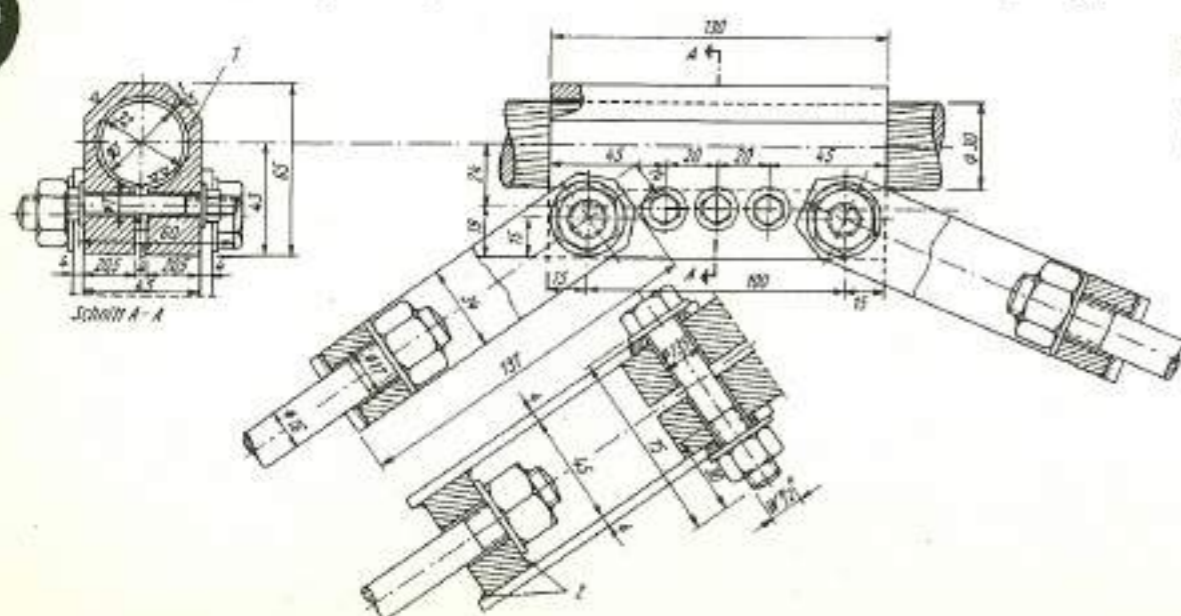


Fig. 7.12 Morsetto ad attrito tipo Jawerth per una fune di 30 mm di diametro (7.14).

fune in corrispondenza dell'occhiello, si deve disporre la redancia (o un rullo forato). Il capo ripiegato all'indietro va opportunamente collegato al tratto rimanente mediante morsetti;

- morsettiere: servono sia per il bloccaggio delle funi, sia per tesare le funi, al posto dei vecchi nodi autobloccanti.

morsetti devono essere studiati opportunamente tenendo conto che, a causa degli elevati sforzi a cui le funi di bordo sono sottoposte esse hanno, di norma, un diametro molto maggiore rispetto alle funi interne della rete (tavola 7.6).

Morsetti di rete

Nelle pagine che seguono è stata fatta una casistica delle connessioni, sia effettivamente realizzate, sia a livello di prototipo, distinguendole a seconda del loro impiego in:

- morsetti per il collegamento di funi costituenti una rete (tavola 7.3);
- giunzioni tra due funi nella direzione longitudinale (tavola 7.4);
- «nodi deviatori», ossia particolari apparecchi, classificabili appunto come nodi, in cui due o più funi confluiscono per poi cambiare direzione nel piano o nello spazio (tavola 7.5);
- collegamenti tra funi di bordo e funi interne di una rete. In questo caso, i

Essi sono i morsetti utilizzati per il collegamento di funi costituenti una rete. A parte le cosiddette «knotless net», convenienti per applicazioni particolari, le reti intese come strutture portanti, consistono generalmente di due componenti: cavi e morsetti. Vi sono molte possibilità per la realizzazione di un morsetto; esse dipendono tra le altre cose, dal materiale del morsetto, dal tipo di fune, dalla tensione presente in essa, dalla maglia della rete ed anche dalle dimensioni e dalla utilizzazione dell'intera struttura portante.

Pertanto occorre molta cura nella scelta dei morsetti di una rete, in quanto sono di un'importanza decisiva ai fini della

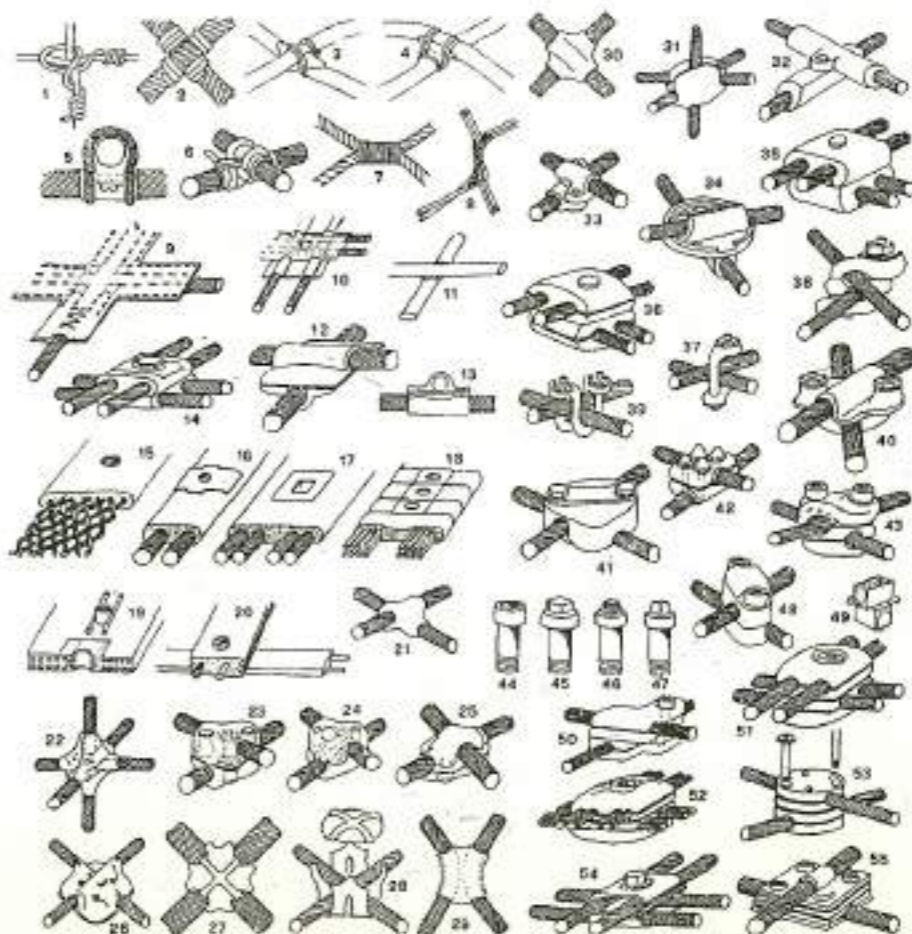


Fig. 7.3 Collegamenti per reti di funi (7.4).

capacità portante della rete. Inoltre, i morsetti rappresentano un importante fattore economico, visto il loro solitamente elevato numero nelle reti di funi. Può essere preso in considerazione anche l'uso di materie plastiche ad alta rigidità e alta stabilità dimensionale, la possibilità di rinforzare con fibra di vetro o al carbonio, però in merito non si hanno ancora sufficienti test sperimentali. Morsetti in materiale plastico possono essere usati con buone possibilità di successo in casi particolari come strutture tessili e reti a basso regime tensionale. I gradi di prefabbricazione di una struttura sono vari, e dipendono principalmente dalla formazione costruttiva dei morsetti. Nel caso di reti tessili con maglie piccole, di circa 15 cm, è possibile realizzare una completa produzione meccanica. Tutti gli altri tipi di rete devono essere rifiniti più o meno manualmente. Durante l'assemblaggio di una rete, comunemente eseguito a terra, durante il sollevamento e quando vengono applicate le forze di pretensione, si verificano dei cambiamenti dell'angolo delle maglie. Nel caso di morsetti ruotanti, dove l'angolo di intersezione tra le funi è prefissato (solitamente 90°), il cambiamento dell'angolo diventa pos-

sibile solo a causa della eventuale deformazione del cavo: tra due morsetti si genera una linea a forma di S. Questo può ridurre la stabilità in caso di angolo acuto relativo, meno in caso di cavi flessibili che per cavi rigidi (strand). Inoltre, la larghezza della maglia si riduce simultaneamente. Le forze tra gli incroci delle funi sono trasmesse in molti casi per attrito con il morsetto. La forza che un morsetto può assorbire per attrito è chiamata forza di scorrimento (sliding force). Essa dipende dalla forza di serraggio (clamping force) che il morsetto esercita sul cavo, così come dal valore dell'attrito tra morsetto e cavo. La prima è limitata alla massima pressione trasversale che il cavo può prendere, mentre l'attrito può ottenersi in diversi modi: per irrudivimento dell'area di contatto, spalmando strati di minerali addizionali (p. es. quarzo, carborundum), o per adattamento alla superficie del cavo di materiali malleabili (p. es. alluminio). La stabilità, o forza di attrito di un morsetto deve essere elevata, in quanto la connessione tra i cavi deve mantenere la sua posizione durante il montaggio e durante tutti gli altri stati di caricamento. Per maggiore sicurezza, con-

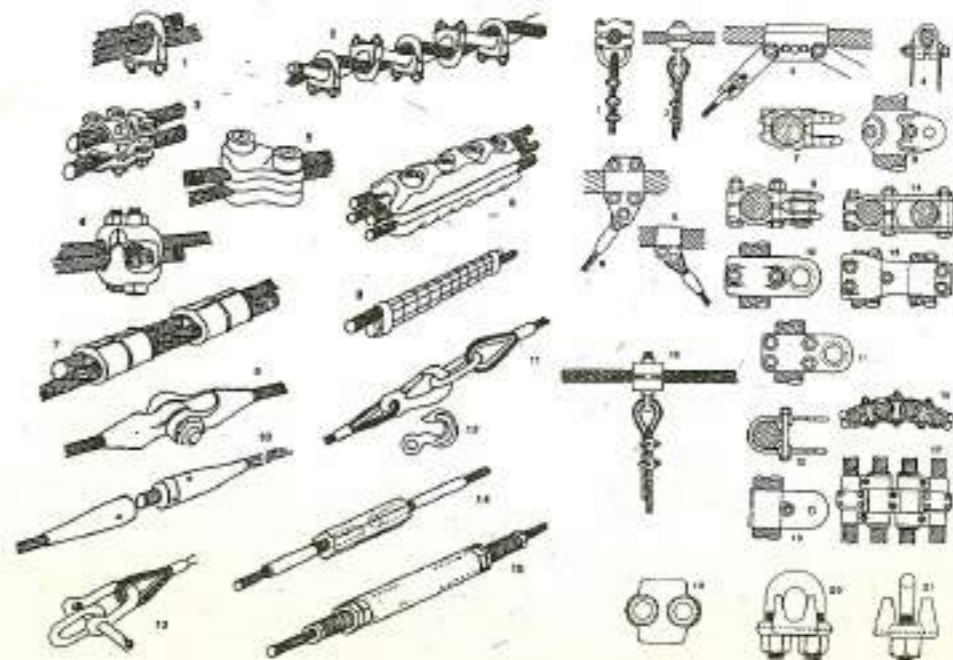
tro gli spostamenti, il morsetto può essere spalmato all'interno con colle speciali ad alta viscosità. Il fatto che la copertura sia appoggiata o sospesa alla rete di funi è un dato importante per quanto riguarda eventuali problemi derivanti dalla corrosione. Se è possibile la forma esteriore del morsetto è preferibile che sia tondeggianti e chiusa. La conformazione dei morsetti deve essere progettata anche in funzione della disposizione della copertura. In relazione alla tavola 7.3 le figure (1) e (2) mostrano una legatura con filo metallico; la sua stabilità è relativamente bassa. Essa può essere aumentata considerevolmente utilizzando dei pezzi di adattamento (3-6). 6). Un avvolgimento è una legatura che si estende per una certa lunghezza (7), tra cavi che sono paralleli uno all'altro. Avvolgimenti per legature di fili sono presenti anche in natura come nel caso della tela del ragno (8). Cuciture: lo scorrimento tra due fili da unire può essere evitato con cuciture chiuse, parallele o a zigzag. La connessione tra funi tessili è fatta con cuciture (9), (per morsetti non ruotanti), o nel caso di doppi cavi, con rivettaggio (10), (per nodi dove è possibile una limitata rotazione). E' inoltre possibile ottenere unioni tra vari elementi e di un elemento direttamente su un nodo mediante impiego di adesivi sintetici (epoxy) (11).

Saldatura: può essere eseguita come per i casi (12) e (13); questa procedura è abbastanza economica. Nel caso di grandi reti, comunque, ci sono ancora alcune difficoltà: il cavo è riscaldato, con conseguente diminuzione della sua resistenza a rottura. Nel caso di cavi d'acciaio ad alta resistenza è possibile procedere alla saldatura solo se essi sono protetti da profilati fatti di materiale saldabile. Giunti nastroforni o scatolari: sono connessioni tra uno o più cavi, inseriti in un unico contenitore (14-18); questi contenitori devono comunque assicurare il trasferimento delle forze agenti sul morsetto al cavo. Altri tipi di giunti scatolari, dotati di fori passanti per permettere unioni, sono indicati nelle figure (19-20). Per prevenire la corrosione possibile tra la custodia e i cavi interni si può procedere applicando sulle funi uno strato di plastica calda (PCV). Morsetti fusi: per questo tipo di connessione vengono utilizzati solitamente metalli leggeri o materie plastiche ad alta resistenza (Araldite). In (21) e (22) sono illustrati rispettivamente un morsetto di tipo normale e un morsetto spaziale. Per prevenire lo spostamento di questi ultimi durante il montaggio della rete, e per aumentare la stabilità viene solitamente utilizzato un rinforzo interno al morsetto stesso.

Tav. 7.5 Nodi deviatori (7.4).



Tav. 7.4 Giunzioni (7.4).



Tav. 7.5 Collegamenti con funi (7.4).



Morsetti ad incastro e rivettati, questi tipi di morsetti sono illustrati in (23 - 28). Morsetti ottenuti da piastre piegate per pressatura sono illustrati come segue: nel caso di cavi che non si incrociano, si può ottenere come profili e piatti di alluminio pressati, il collegamento (29); nel caso di incrocio di cavi i morsetti sono formati da una o più parti (30) e (31); morsetti con occhiello: un bullone, per permettere rotazioni (32) o con due bulloni (33) per impedire rotazioni. Altri morsetti aventi caratteristiche simili sono illustrati in (34 - 36). Morsetti bullonati: il tipo (37) è stato utilizzato nel ponte di Brooklyn. Per migliorare il sistema, che prevedeva appunto il contatto tra i cavi, si può porre tra essi un pezzo adattabile (38) per avere una migliore distribuzione degli sforzi. Il morsetto (39) è ancora una variante della tipologia (37). Anche in questo caso si può inserire un pezzo adattatore (40) e (41). Il morsetto è formato da due occhielli ad U incastrati. I pezzi separati di un elemento adattatore sono connessi al morsetto vero e proprio con uno o più bulloni. Le forze dei cavi sono trasmesse al morsetto ancora tramite attrito. Il tipo (4.7) formato da tre pezzi adattatori e due bulloni, non può ruotare. Occorre, inoltre, tenere conto della corrosione anche per quanto riguarda i bulloni e pertanto una accurata scelta si impone anche in questo senso evitando di utilizzare bulloni a testa cava per coperture esterne. Alcuni tipi di bulloni sono visibili in (44 - 47). Infine in (48 - 55) sono illustrati altri tipi di morsetti con uno o più bulloni e che prevedono l'incrocio di uno o più cavi.

#### Giunzioni longitudinali

Servono per la connessione tra funi in direzione longitudinale. In riferimento alla tavola 7.4 il morsetto ad U (1) può essere usato anche per aumentare l'attrito con mutua distorsione del cavo (2); sussistono pericoli di danneggiamento dello stesso per rotture locali dei fili causate dall'elevato attrito. Vi sono in

commercio diversi tipi di morsetti, ottenuti piegando e forando lamiera di metallo di acciaio o di alluminio (3) o per fusione (4). I morsetti (5) e (6) sono stati sperimentati presso l'Università di Stoccarda in occasione della realizzazione della copertura olimpica di Monaco.

I morsetti pressati, in alluminio o acciaio, possono essere usati individualmente e distanziati (7) o in serie (8). Per costruzioni temporanee possono essere usate giunzioni del tipo (9 - 11). Le giunzioni (14) e (15) la cui lunghezza totale è di 430 mm, sono state studiate in occasione dell'Expo di Montreal e per Monaco e sviluppate rispettivamente dal gruppo II. di Stoccarda e dallo studio tecnico Leonhardt e Andra.

#### Nodi deviatori

Sono particolari costruttivi in cui viene modificata la direzione di un cavo continuo lungo una determinata direzione, piana o spaziale. Un particolare importante per la realizzazione dei nodi deviatori consiste nel consentire il più piccolo raggio di curvatura possibile; essi sono solitamente costruiti in metallo. L'apertura attraverso la quale entrano o escono i cavi è di forma allargata per permettere il cambiamento di angolo dei cavi dovuto alla deformazione della struttura sotto i carichi esterni. In molti casi i cavi sono morsettati per fissare la loro posizione; ulteriori morsetti ausiliari possono essere impiegati per evitare lo scorrimento (effetto ottenibile anche con plastiche adesive). Dal punto di vista costruttivo i nodi deviatori (1 - 4) di tavola 7.5 sono molto semplici. In (1) i pezzi ove passano i cavi sono tenuti insieme con un attacco bullonato. Oltre a fissare i cavi i bulloni servono anche come guida degli stessi. In (2) e (3) gli elementi di deviazione di direzione permettono la rotazione. In (4) e (5) la fune di bordo passa attraverso un elemento deviatore curvo; dallo stesso elemento per contrasto viene collegata una fune di ancoraggio. I nodi (6) e (7) sono realizzati in acciaio fuso; le due funi di

bordo passano in scanalature separate e vengono fissate con morsetti. Nel caso (8) è rappresentato un nodo deviatore per un cavo avente funzione di doppio ancoraggio.

Se i cavi devono essere deviati dalla superficie della struttura, o se i cavi devono essere disposti secondo direzioni spazialmente differenti, i nodi deviatori saranno posti su appositi sostegni oppure sospesi. Un esempio tipico di cavi passanti attraverso un nodo deviatore di questo genere è fornito da (9) e consiste di due pezzi metallici curvi bullonati. All'interno i cavi passano attraverso una scanalatura che fa da guida (10) e (11). Nelle figure (12 - 19) è illustrata la vista e la sezione di alcuni nodi deviatori usati per reti di grandi dimensioni realizzati perlopiù in acciaio fuso mentre in (20) e (21) è rappresentato un nodo di tipo sospeso in acciaio fuso di piccole dimensioni.

Come si nota in (22 - 26) i nodi deviatori possono essere situati sia in punti alti che in punti bassi. In tutti i casi (12 - 26) sono previste delle scanalature guida a forma di T.

In (27 - 30) sono illustrati i cosiddetti nodi di ramificazione. In particolare la tipologia (31) permette l'incrocio di 4 cavi (di cui uno non visibile in figura) mentre (32) e (33) permettono una combinazione tra nodo deviatore e nodo di ramificazione.

Tutti i particolari dei nodi (12 - 33) sono stati studiati per realizzare la copertura del parco olimpico di Monaco. Infine, oltre agli ultimi tipi di nodi deviatori riportati in (34 - 36), è possibile vedere in (37 - 39) l'esempio che la natura ci fornisce anche in questo senso con i fili della tela del ragno.

#### Nodi di bordo

Consistono nella connessione tra la fune di bordo e le funi della rete vera e propria. Si deve tenere in considerazione in questo caso, per la costruzione ed il montaggio di questi particolari

costruttivi: della trasmissione delle forze presenti nei cavi di rete, alla fune di bordo e del fatto che solitamente il diametro di quest'ultimo è molto maggiore di quello dei cavi di rete.

Solitamente la disposizione dei nodi di bordo sulla fune perimetrale non prevede una distanza costante, in quanto dipende dalla forma della rete stessa.

Per quanto riguarda alcuni esempi di nodi di bordo, in relazione alla tavola 7.6, in (1) e (2) è rappresentato un elemento costituito da due morsetti a forma di U assiemati con bulloni; questo tipo di nodo però presenta degli svantaggi in sede di montaggio della struttura.

In (18) è visibile lo stesso tipo di nodo mentre in (19 - 21) sono schematizzate le viste del morsetto utilizzato per formare la parte finale della fune secondaria. In (3) e (4) la connessione avviene come nel caso di tensostrutture piane (sistema Jawerth) ed è utilizzata anche per ponti sospesi.

Per quanto riguarda le forze trasmesse dalla rete alla fune di bordo, anche in questo caso ciò può avvenire per attrito; la forza di attrito dipende a sua volta dall'angolo di incidenza tra funi interne e fune di bordo. I materiali per la realizzazione dei nodi saranno scelti in funzione di una sufficiente deformazione elastica dei singoli pezzi componenti sotto l'azione della forza di serraggio. Il grado di efficienza di un nodo di bordo può essere definito dal rapporto tra forza di attrito e forza di serraggio. Nelle restanti figure (5 - 17) vengono illustrati una serie di collegamenti opportunamente studiati e realizzati per la copertura del parco olimpico di Monaco e le cui proprietà tecniche sono esposte in [7.4].

#### 7.4 LA COPERTURA

Le tipologie dei manti di copertura ed i modi di collegamento con le funi sono piuttosto numerosi.

Qualora la copertura sia realizzata in lamiera grecata, si hanno le seguenti soluzioni [7.5]:

a) La lamiera grecata viene fissata per mezzo di ganci ad U alle funi; al di sopra viene posto in opera un materassino isolante a sua volta sormontato dal manto di impermeabilizzazione (fig. 7.13).

Fig. 7.13 1) manto di impermeabilizzazione; 2) materassino isolante; 3) lamiera grecata; 4) rete di funi.

b) La lamiera grecata è fissata ad arcarecci collegati alle funi. Il materassino di isolamento termoacustico è posto al di sotto della lamiera grecata, tra la stessa e le funi (fig. 7.14).

Fig. 7.14 1) manto di impermeabilizzazione; 2) lamiera grecata; 3) materassino isolante; 4) rete di funi; 5) arcarecci.

c) Il materassino isolante è sistemato al di sotto delle funi, ma sopra il controsoffitto che, sospeso alle funi, nasconde la vista, dall'interno, della struttura di funi (fig. 7.15).

Fig. 7.15 1) manto di impermeabilizzazione; 2) lamiera grecata; 3) rete di funi; 4) sostegno distanziatore; 5) materassino isolante; 6) controsoffitto; 7) elemento in legno di sostegno al controsoffitto.

d) La lamiera grecata e gli elementi termoisolanti sono appesi al di sotto delle funi (fig. 7.16).

Fig. 7.16 1) manto di impermeabilizzazione; 2) lamiera grecata; 3) fune.

Questa soluzione è spesso adottata per limitare il volume utile all'ambiente coperto e poter, quindi, economizzare sull'impianto di condizionamento. Va notato, tuttavia, che è difficile realizzare una perfetta impermeabilizzazione dei giunti dei ganci di sospensione, all'attacco con la lamiera grecata. Quando il manto di copertura è in materiale trasparente (perspex o plexiglas), vengono usati giunti di tipo particolare per rendere sicuri i forti spostamenti fra

i pannelli di copertura. Nell'esempio di fig. 7.17, relativo al particolare della copertura in pannelli di plexiglas usata per il parco olimpico di Monaco, si nota l'uso costante di materiali plastici e neoprene altamente deformabili, che

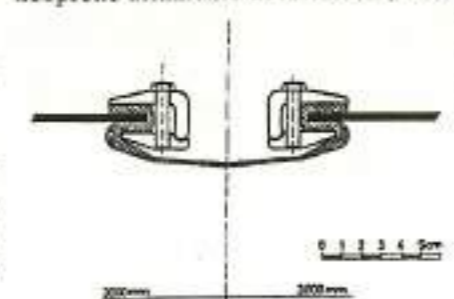


Fig. 7.17 Giunto utilizzato per la copertura del parco olimpico di Monaco.

assicurano la possibilità di sensibili spostamenti relativi degli elementi costituenti la copertura.

È necessario segnalare l'uso sistematico di speciali «scossaline» fra pannello e pannello. Esse, oltre a consentire notevoli spostamenti tra i pannelli di copertura, permettono la raccolta e l'allontanamento dell'acqua piovana. Altri manti di copertura impiegabili con strutture a funi pretese sono i listelli di legno.

Questi sono stati usati, ad esempio, nella copertura dell'Hockey Stadium dell'Università di Yale (fig. 7.18a) e nella pista di pattinaggio sul ghiaccio all'Olimpia - Park di Monaco (fig. 7.18b).

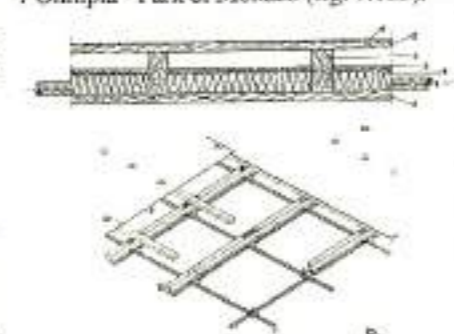


Fig. 7.18 (a) - (1) fune portante; 2) arcarecci di legno; 3) tavolato in legno; 4) strato coibente; 5) barriera a vapore; 6) manto impermeabilizzante. (b) - (1) rete di funi; 2) travetti in legno; 3) manto impermeabilizzante in materiale sintetico fissato meccanicamente.

Le coperture in calcestruzzo, piuttosto usate nelle prime realizzazioni, poiché con il loro peso notevole contribuivano alla stabilizzazione d'insieme della copertura, sono praticamente scomparse con il diffondersi delle tensostrutture a curvatura contrapposta. Una eccezione è rappresentata dalla copertura a funi pretese realizzata per una banca di Londra. Una sottile soletta di calcestruzzo di 10 cm è stata spruzzata in opera su

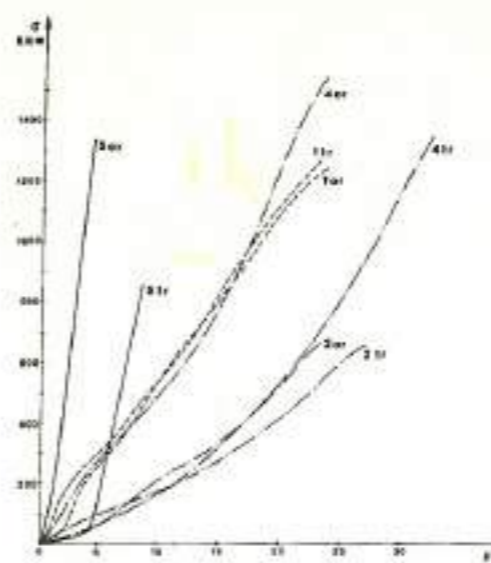


Fig. 7.19



Fig. 7.19 bis

una cassaforma agganciata dall'alto alle stesse funi. Si è così ottenuto un comportamento a guscio rovescio e, nel contempo, si è assicurata una perfetta impermeabilità, assolutamente necessaria alla specifica utilizzazione dell'edificio.

7.5 MATERIALI IN TESSUTO

Per altri tipi di tensostrutture, come strutture a membrana e strutture pneumatiche, il materiale impiegato è, in genere, tessuto spalmato di un rivestimento protettivo.

I più importanti tipi di tessuto strutturale normalmente impiegati sono [7.6]:  
 - tessuto in fibra di poliestere (nome commerciale Trevira, Terylene, Dacron);  
 - tessuto in fibra di composti vinilici (Vinyon);  
 - tessuto in fibra di vetro (Fiberglas).  
 - tessuti in composti poliammidici (Nylon).

I tipi di spalmatura più usati sono i seguenti:  
 - spalmatura in PVC (Polivinilcloruro);  
 - spalmatura in composti della famiglia delle gomme sintetiche (tipo Polietilene e clorosulfonato, Hypalon, o policloroprene, Neoprene);  
 - politetrafluoroetilene (PTFE, nome commerciale Teflon).

Il tipo di tessuto spalmato più usato per le applicazioni correnti è quello in fibra di poliestere spalmato con PVC. Per le applicazioni permanenti, di notevole impegno strutturale, il tessuto più usato è quello in

fibra di vetro con spalmatura in Teflon. Le proprietà e le caratteristiche meccaniche vanno riferite ad un determinato tessuto spalmato. È evidente, infatti, che le caratteristiche meccaniche variano con il diametro dei fili del tessuto, con il numero di fili per centimetro e con il tipo di spalmatura adottato. In genere, per quanto riguarda la prova monoassiale, essa è fatta su strisce di tessuto di larghezza 5 cm. In fig. 7.19, sono indicati alcuni diagrammi tensione-deformazione (prove di rottura monoassiale di breve durata) per alcuni tipi di tessuto, le cui proprietà medie sono riassunte in tabella 7.6.

È da notare che la differenza sostanziale fra i tipi di tessuto con fibra di poliestere o vinilica e tipi di tessuto con fibra di vetro, sta essenzialmente nell'alto modulo elastico e nel basso allungamento a rottura dei secondi, rispetto ai primi.

Alcune importanti proprietà dei tessuti strutturali sono messe in luce in maniera evidente da alcune prove, sempre con trazione monoassiale, che di seguito sono elencate:

- prove di trazione ciclica;
- prove di rottura a lunga durata (creep rupture);
- prove di deformazione a tensione costante (creep).

Oltre alle prove di trazione monoassiale sopra ricordate, esistono altre prove per lo studio del comportamento del materiale. Esse sono essenzialmente due: la prova di trazione biassiale, che evidenzia il comportamento tensione-deformazione bidirezionale dell'ordito, e la prova di strappo. La prova di trazione biassiale è stata proposta in diversi modi: vi è la prova su palloncino, che consiste nel gonfiare una porzione di

membrana strutturale entro una cornice rigida; questa prova dà indicazioni davvero preziose sull'effettivo comportamento della membrana strutturale. Un'altra prova a trazione biassiale su campione cruciforme [7.12], fornisce dei diagrammi del tipo illustrato in fig. 7.20.

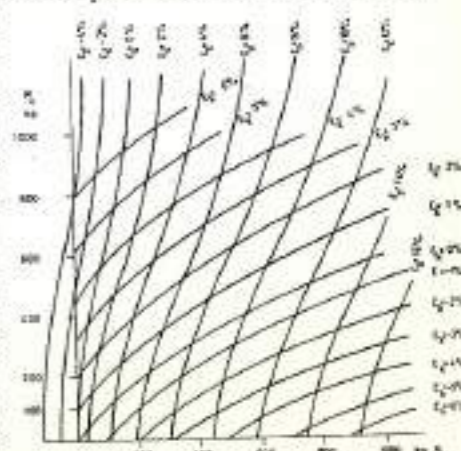


Fig. 7.20 Diagrammi di ripetuta alla prova di trazione biassiale su campione cruciforme (Notch).

Essi danno una informazione importante sull'effettivo stato di deformazione di una membrana pneumatica, nel caso le due tensioni principali siano sempre dello stesso ordine di grandezza. Un'altra prova molto importante è la prova di strappo. Le prove di strappo, che vengono normalmente usate per determinare la resistenza di provini di tessuto strutturale, sono essenzialmente di due tipi. La prima (DIN 53363 e UNI 4817-74-IX) consiste nel provocare lo strappo su un provino trapezoidale di 50 mm di larghezza, inciso. La prova avviene allontanando le ganasce della macchina di prova nel piano del provino (fig. 7.21).



Fig. 7.21

mente nelle strutture pneumatiche, vi è un rapporto di 1:2 fra i due risultati di prova sopracitati [7.13].

Entrambe le prove hanno, comunque, il limite di essere pensate e applicate nell'ambito dei tessuti non strutturali, e quindi rappresentano più una prova di qualità del prodotto, che una prova di efficienza strutturale.

La prova su provino sottoposto a stato di tensione biassiale è stata recentemente adottata da alcune ditte costruttrici e consiste nel provare a trazione biassiale un provino inciso nella parte centrale.

Resta, comunque, molto difficile simulare l'effettivo stato deformativo tensionale

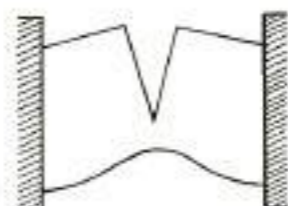


Fig. 7.22

La norma ASTM corrispondente è la 1117.

L'altra prova di strappo (tongue tear o tear growth strength - DIN 53356, ASTM 2262) consiste nel piegare a 80°, in versi opposti, i lembi del provino rettangolare inciso e di sottoporre a trazione i lembi (fig. 7.22).

In genere, per tessuti impiegati usual-

di una membrana pneumatica, attraverso una prova a livello micro. Entrano, infatti, in gioco numerosi fattori quali la deformabilità o meno del bordo, e le cadute di tensione nel contorno dello strappo. Un'indagine numerica del fenomeno dello strappo in membrane in stato di tensione biassiale, è stata affrontata simulando il tessuto numeri-

Fig. 7.21

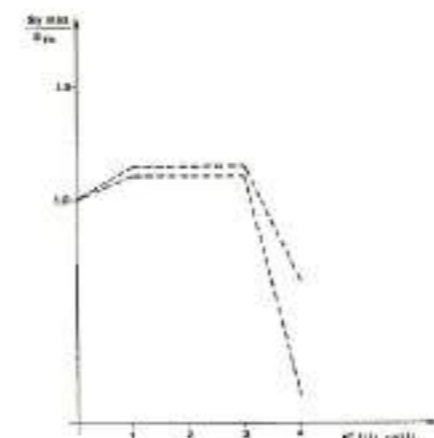
Tab. 7.6

N° Tessuto	Spalmatura	N° fibre/cm		Tens. di rott. (N/cm)		All. a rott. (%)		Modulo E (N/cm)	
		Ord.	Trasm.	Ord.	Trasm.	Ord.	Trasm.	Ord.	Trasm.
1 Viniilen (Vinylen)	Gomma stat. (Hypalon)	16	16	1330	1370	28	27	4750	4900
2 Viniilen (Vinylen)	PVC	18	14	580	530	25	19	2350	2800
3 Viniilen (Vinylen)	PVC	18	13	530	460	33	25	1440	-
4 Poliestere (Tetoron)	Gomma stat.	8	9	1330	1330	30	30	4440	4440
5 Fibra di vetro (Trevira)	PVC	7	11	1300	1000	4,7	8,9	35.000	25.000
6 Poliestere (Trevira-Natril)	PVC	9,5	9,5	660	620	14	20	-	-
7 Poliestere (Trevira)	PVC	14	15	1000	1000	15	23	-	-
8 Fibra di vetro (Sheerfill 1)	Teflon	-	-	1450	1260	-	-	-	-
9 Fibra di vetro (Sheerfill 1)	Teflon	-	-	950	780	-	-	-	-

camente con un ordito di aste incernierate, poste in un piano e simulando il procedere dello strappo semplicemente disattivando l'elemento dell'ordito che raggiunge la tensione di rottura [7.7].

Una indicazione piuttosto interessante dell'esperimento numerico è che un arresto dello strappo si può ottenere inserendo, ogni tanto, nell'ordito fili a maggiore deformabilità (per esempio fili maggiormente ritorti).

Fig. 7.23



Nella fig. 7.23, è illustrato appunto un diagramma che indica la caduta brusca notata nella tensione del primo filo integro, a valle dello strappo, appena si incontra un filo di maggiore deformabilità.

Il propagarsi degli strappi resta, comunque, un grave problema ancora aperto per le strutture pneumatiche.

Un'altra caratteristica importante delle membrane strutturali è la durabilità del materiale. La causa più normale dell'invecchiamento del materiale è essenzialmente quella dovuta ai raggi ultravioletti della luce solare. Per tessuti a supporto in fibra di poliestere ricoperti in PVC si riporta in tabella 7.7 la durata prevista.

Tab. 7.7

Spalmatura	Danni previsti
PVC trasparente, 0,5% materiali assorbenti raggi UV	3-4 anni
PVC traslucido, 2-6% TiO <sub>2</sub> , 0,5% materiali assorbenti raggi UV	8-12 anni
PVC pigmentato opaco	10-18 anni

Quest'ultima è legata, soprattutto, alla quantità di raggi ultravioletti filtrata

dalla spalmatura. La spalmatura opaca protegge sensibilmente il tessuto. Per tessuti strutturali composti di fibra di vetro e Teflon prove di invecchiamento accelerato danno, d'altra parte, durate previste nell'ordine dei 20-30 anni.

Per quanto riguarda la resistenza al fuoco, i materiali usati nelle strutture pneumatiche sono in genere classificati come difficilmente infiammabili secondo la norma DIN 4102. In particolare, il PVC ha la proprietà di non continuare a bruciare una volta allontanata la fiamma e i bordi del materiale bruciato risultano inspessiti e molto più rigidi del materiale base. Non c'è, quindi, il problema del materiale strutturale che alimenta l'incendio, ma quello della formazione di uno squarcio che può fare sgonfiare la membrana. E, comunque, importante sottolineare che, sebbene la struttura sia composta da materiale difficilmente infiammabile, devono essere previsti all'interno dell'edificio tutti i mezzi possibili per prevenire un incendio.

### 7.6 SISTEMI DI ANCORAGGIO - FONDAZIONI

Le tensostrutture, come abbiamo già visto, sono sistemi intrinsecamente economici per il fatto di utilizzare il materiale di base nella maniera più efficiente. Lavorazione, esecuzione, trasporto e montaggio sono anch'esse voci che accrescono il divario dei costi tra tensostrutture e strutture convenzionali, specialmente nel campo delle grandi luci libere.

La convenienza economica, raggiunta nelle strutture fuori terra, viene ridotta notevolmente dal costo delle opere di fondazione speciali, proprie del sistema costruttivo tensostrutturale.

Volendo evitare di compromettere l'obiettivo economico globale, il progetto delle opere di fondazione diviene di capitale importanza.

In funzione del rapporto esistente tra sistemi di tensostrutture ed i relativi sistemi di fondazione, possiamo dividere i primi in:

- sistemi autoequilibrati o chiusi

- sistemi aperti. I sistemi chiusi (vedi Cap. 2) sono dotati di strutture di ancoraggio che, per geometria (anelli, archi, ecc.) o per gravità, come nel caso di ancoraggio su tribune, autoequilibrano gli sforzi trasmessi dalle funi.

I sistemi aperti si ancorano direttamente al suolo e possono essere così classificati:

- 1) ancoraggi a gravità;
- 2) ancoraggi a piastra o a fungo;
- 3) ancoraggi con pali di fondazione;
- 4) ancoraggi con micropali.

In fig. 7.24, sono illustrati schematicamente i sistemi aperti di ancoraggio.

**7.6.1 Ancoraggi a gravità**

La forza verticale esercitata sulle fondazioni, viene contrastata dall'azione del peso proprio della fondazione, con l'eventuale contributo dipendente dalla massa di terra posta sopra la fondazione medesima (\*). Questo tipo di ancoraggio è il più comune, anche se non è il più economico.

**7.6.2 Ancoraggi a piastra**

Le reazioni fornite da questo tipo di fondazioni possono essere valutate approssimativamente con la teoria di Meyerhof [7.8], basata su una premessa semiteorica comprendente un gran numero di prove su modelli e dettata da esperienze in sito. Meyerhof ha esteso la sua ricerca anche ad ancoraggi inclinati, in presenza di tensione assiale, ed

(\* L'azione orizzontale viene equilibrata per attrito dal contributo della sponda di terra. Il coefficiente di sicurezza al sollevamento suggerito è 1,5 mentre, riguardo alla pressione positiva del terreno, si assume un coefficiente di sicurezza uguale a 3.

ha dimostrato che, per inclinazioni inferiori a circa 45°, la capacità di risposta della struttura non cambia molto con il variare dell'inclinazione (effetto quasi insignificante per ancoraggi posti in profondità, alla cui tipologia appartengono generalmente gli ancoraggi di tensostrutture).

Il calcolo della portanza al sollevamento viene eseguito su un modello semplificato, a schematizzazione della superficie di rottura (fig. 7.25) rilevata in prove sperimentali ed in sito, nel caso di fondazioni profonde o superficiali.

Con queste ipotesi semplificative, la capacità portante ultima può essere ottenuta dalla relazione:

$$P_u = F + W \quad (7.1)$$

dove:

- $P_u$  = capacità portante a rottura
- $F$  = contributo per attrito
- $W$  = peso globale del terreno e della fondazione.

Per fondazioni continue o discrete con forme circolari e rettangolari e per fondazioni superficiali o profonde, si hanno diverse espressioni semiempiriche della (7.1).

**Fondazioni continue**

La forza di reazione in stato limite ultimo di rottura  $P_u$  (per unità di lunghezza della striscia), per fondazioni poco profonde è data da:

$$P_u = 2cD + \gamma D^2 \lambda_s \text{tg} \varphi + Q \quad (7.2)$$

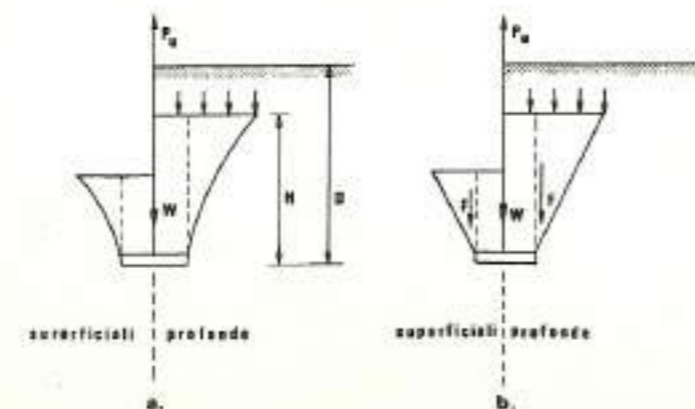


Fig. 7.25 Schematizzazione delle superfici di rottura: a) funzionamento reale; b) schema semplificato.

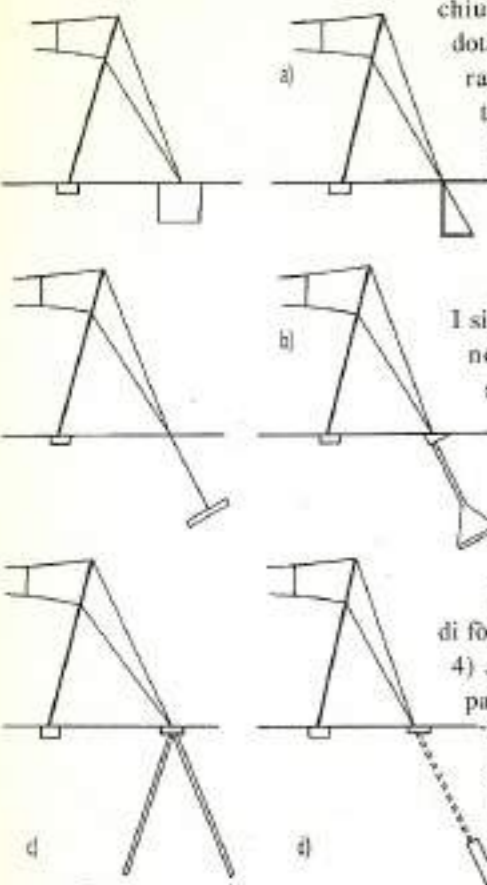


Fig. 7.24 Sistemi di ancoraggio aperti: a) a gravità b) a piastra o fungo; c) con pali di fondazione; d) con micropali.

dove:

- $c$  = coesione
- $\lambda_s$  = coefficiente nominale di spinta delle pressioni del terreno agenti sui piani verticali passanti in corrispondenza dei bordi della striscia di fondazione; (per tutti i casi pratici tale valore può essere considerato uguale a 0,95)

- $\gamma$  = peso specifico del terreno
- $\varphi$  = angolo di attrito interno del terreno
- $D$  = profondità della fondazione
- $Q$  = peso della fondazione e del terreno richiamato in regime ultimo di rottura.

Per fondazioni profonde, l'espressione (7.2) si modifica come segue:

$$P_u = 2cH + \gamma(2D-H)H \lambda_s \text{tg} \varphi + Q \quad (7.3)$$

I valori di  $H$  sono determinati con prove sperimentali e sono riportati in tabella 7.8.

I valori massimi di  $P_u$  per una piastra di larghezza  $b$ , sono dati da:

$$P_u = b(cN_c + \gamma DN_q) + \mu_s A_s + Q \quad (7.4)$$

dove:

- $A_s$  = superficie laterale di rottura dell'ancoraggio
- $\mu_s$  = coefficiente d'attrito medio del suolo sulla superficie laterale
- $b$  = larghezza della piastra
- $N_c, N_q$  = fattore di capacità portante [7.8]

**Fondazioni circolari**

Per fondazioni poco profonde si ha:

$$P_u = \mu_s c b D + \chi \frac{\pi}{2} \gamma b D^2 \lambda_s \text{tg} \varphi + Q \quad (7.5)$$

dove  $\chi$  è un fattore di forma.

Per profondità  $D > D'$  si ha:

$$P_u = \pi c b H + \chi \frac{\pi}{2} \gamma b (2D-H) H \lambda_s \text{tg} \varphi + Q \quad (7.6)$$

con un limite massimo di  $P_u$  dato da una equazione simile alla equazione (7.4).

I valori del fattore di forma  $\chi$  sono dati

dalla (7.7a), il cui valore massimo si ottiene dalla (7.7b). I valori di  $j$  sono indicati in tabella 7.9.

$$\chi = 1 + j \frac{D}{b} \quad (7.7a)$$

$$\chi = 1 + j \frac{H}{b} \quad (7.7b)$$

$\varphi$	30°	25°	30°	35°	40°	45°	40°
$j$	0,05	0,10	0,15	0,25	0,35	0,50	0,60
Valore min. di $j$	1,12	1,30	1,60	2,25	3,45	5,50	7,60

**Fondazioni rettangolari**

Per fondazioni di larghezza  $b$  e lunghezza  $a$ , il valore di  $P_u$  nel caso di fondazioni poco profonde e profonde, è dato dalle equazioni (7.8) e (7.9) rispettivamente:

$$P_u = 2cD(a+b) + \gamma D^2 (2\chi b + a) \lambda_s \text{tg} \varphi + Q \quad (7.8)$$

$$P_u = 2cH(a+b) + \gamma(2D-H)H (2\chi b + a) \lambda_s \text{tg} \varphi + Q \quad (7.9)$$

Sulla base di prove compiute su fondazioni poco profonde, in presenza di terreni argillosi, si raccomanda di prendere in considerazione i valori ottenuti dalla teoria solo al 50%

**Coefficienti di sicurezza**

Per le fondazioni a tirante, vengono suggeriti i seguenti coefficienti di sicurezza superiori:

- fondazioni in sabbia: 2,5 + 3,0
- fondazioni in argilla: 3,0 + 3,5

**7.6.3 Fondazioni su micropali**

Come per le fondazioni a piastra, il palo è provvisto di una inclinazione, prevista in sede di progetto, tale che la linea di azione della forza trasmessagli dal cavo, coincida con il suo asse geometrico. Questo serve ad avere tutta la sezione reagente. Infatti se così non fosse, nascerebbero dei momenti la cui intensità potrebbe influenzare negativa-

Tab. 7.9

mente la stabilità del palo e di conseguenza, tutto il sistema. Ciononostante, scarsi sono stati gli studi fatti per stabilire l'effetto della inclinazione del palo, in rapporto alla sollecitazione agente.

Da alcune prove, si è potuto osservare che la capacità di reazione dei pali posti in suolo sabbioso, inclinati di un angolo non superiore a 30° rispetto alla verticale, è molto simile alla risposta fornita da pali verticali in analoghe condizioni.

Un micropalo a singolo tirante, con doppia protezione anticorrosione, è illustrato in fig. 7.26.

**Ancoraggio in sabbia**

La reazione verticale di un palo posto in terreno sabbioso può essere calcolata come segue:

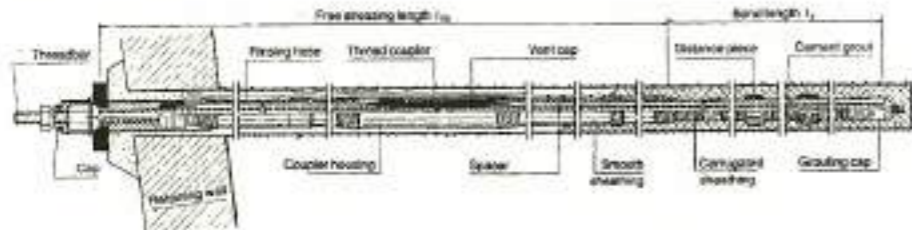


Fig. 7.26 Micropalo tipo Dywidag.

$$P_a = Q_p + \frac{1}{2} \gamma D^2 \pi d \lambda_s \operatorname{tg} \xi \quad (7.10)$$

dove:

$Q_p$  = peso del palo

$D$  = profondità del palo

$d$  = diametro del palo

$\lambda_s$  = coefficiente di pressione del terreno

$\xi$  = angolo di attrito (in questo caso uguale a  $\phi$ )

Il valore di  $\lambda_s$  varia da 0,5 a 1, rispettivamente per sabbia sciolta e sabbia densa.

**Ancoraggio in terreno coesivo**

La capacità portante a trazione è data dalla

$$P_a = \pi b D j c$$

dove  $j$  è un fattore di adesione dipendente dal tipo di argilla e variabile da 0,4 (per argille dure) a 1 (per argille morbide).

**Gruppo di pali**

La resistenza totale di un gruppo di pali è rappresentata dal valore più piccolo dei due che seguono:

- a) la capacità portante di un singolo palo moltiplicata per il numero di pali;
- b) la capacità dell'intero gruppo considerato come un unico blocco.

**7.6.4 Ancoraggi per strutture pneumatiche**

La differenza di pressione agente dall'interno all'esterno della membrana, genera forze di sollevamento su tutta la struttura. Pertanto, essa deve essere ancorata saldamente al terreno.

Gli sforzi della membrana devono essere trasmessi, uniformemente, dal tessuto agli ancoraggi, ed il grado di sicurezza deve essere convenientemente studiato. Nel caso di strutture pneumatiche con cavi, le forze sono concentrate nei punti di ancoraggio degli stessi, il che richiede ancoraggi puntuali, localizzati in corrispondenza dell'applicazione del carico. In un sistema di ancoraggi al terreno, la membrana è fissata alla fondazione in c.a. ad intervalli regolari. Per ottenere risultati ancor più soddisfacenti, gli ancoraggi vengono fissati ad aste rinforzate annegate nella colata di calcestruzzo della fondazione.

Lungo il perimetro, deve essere posto in opera un elemento che faccia da sigillo per prevenire fuoriuscite di aria e, quindi, cali di pressione all'interno della struttura.

La membrana può, inoltre, essere ancorata alla trave perimetrale di bordo ad una altezza maggiore di quella del terreno (fig. 7.27).

Fig. 7.27 Esempio di struttura pneumatica ancorata a trave di bordo in cemento armato.



**7.7 IL MONTAGGIO**

Nella realizzazione di una tensostruttura, il montaggio costituisce una fase molto importante (più importante che nelle strutture tradizionali), in quanto influenza in maniera determinante il comportamento statico finale e rappresenta il più delle volte la prova più severa per le strutture di bordo. Un confronto molto significativo tra le due strutture una di tipo tradizionale, l'altra una tensostruttura, può essere quello indicato in fig. 7.28 benché in una forma particolarmente semplice. Nel primo caso, il montaggio avviene

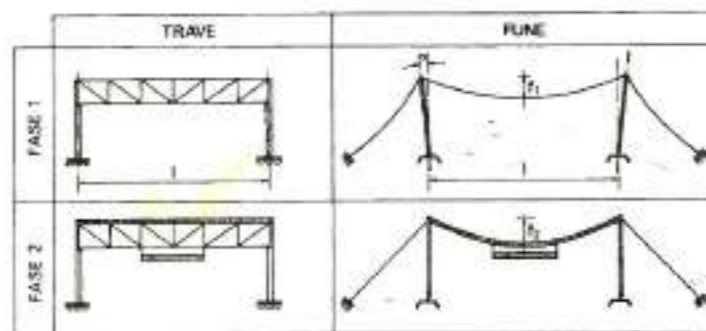


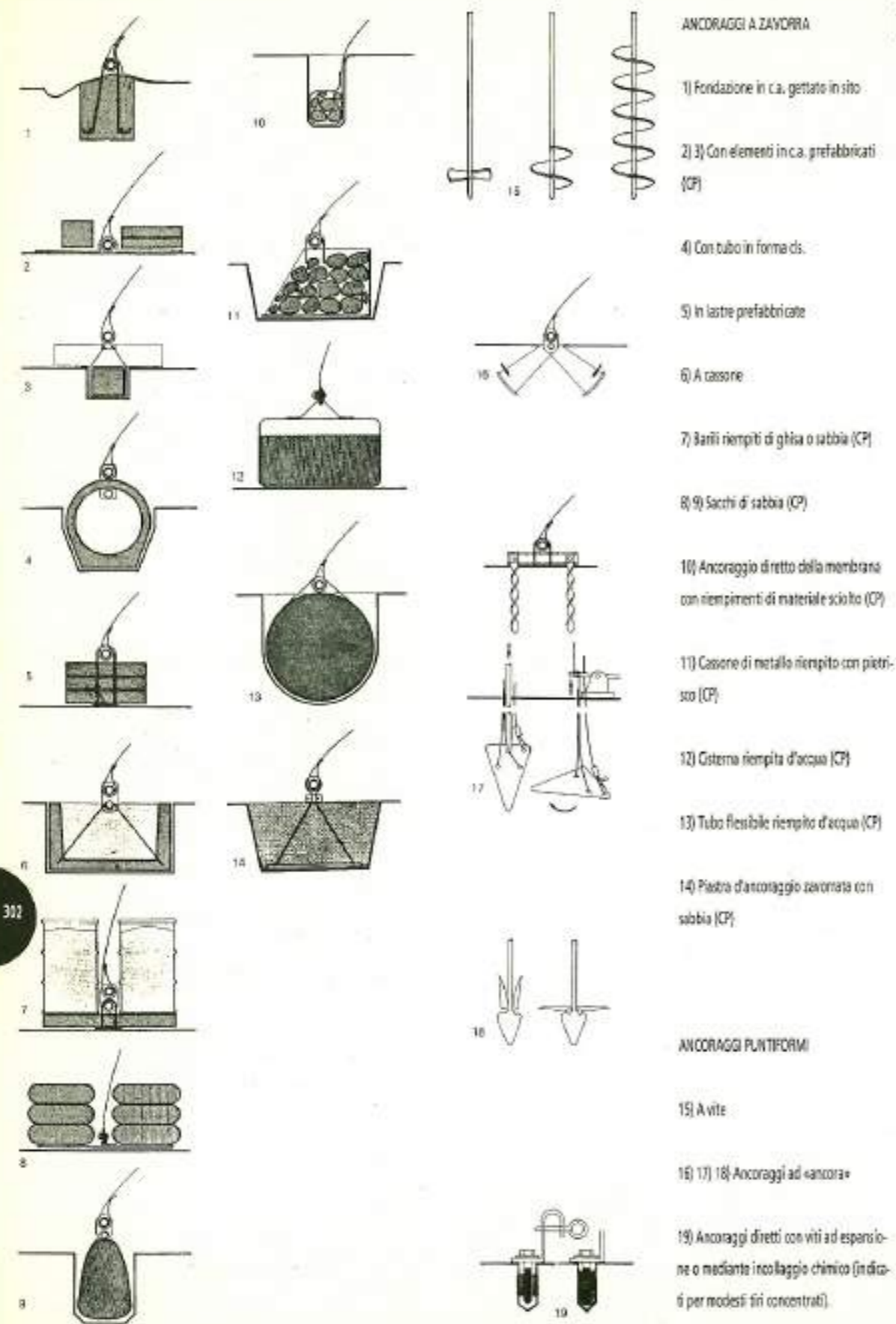
Fig. 7.28

sollevando la trave fra le colonne: eventuali errori di posizionamento delle colonne o di lunghezza della trave vengono immediatamente rilevati e vengono, quindi, corretti. Inoltre l'applicazione dei sovraccarichi permanenti non porta, in genere, variazioni apprezzabili alla geometria della trave. Così, ad opera ultimata, la struttura raggiunge la situa-

zione prevista dal progetto senza che particolari operazioni di misura o di registrazione si rendano necessarie. Nel secondo caso non esiste una geometria predeterminata della struttura, poiché essa dipende dalle condizioni di carico e di montaggio. Pertanto, per raggiungere, ad opera ultimata, la geometria voluta, è necessario montare i ritti inclinati di una quantità prestabilita e prevedere, alla fine del montaggio, una registrazione della loro posizione, oppure bisogna ricorrere ad altri artifici di simile natura. In particolare un errore sulla lunghezza della fune non è facilmente rilevabile e provoca una perturbazione notevole nel comportamento statico dell'intera struttura. È, quindi, facile rendersi conto di quanto sia importante una precisa determinazione delle lunghezze iniziali delle funi, un controllo attento ed accurato durante la fase di montaggio della geometria iniziale e delle tensioni iniziali.

Così, una volta scelta una tecnica di montaggio, occorre precisare e calcolare a ritroso, in ogni fase, la configurazione geometrica della struttura, partendo dalla situazione finale e risalendo, passo dopo passo, a quella iniziale. Anche i collegamenti devono essere di tipo particolare, e cioè tali da consentire facili aggiustamenti, sì che le diverse geometrie possano essere facilmente modificate.

Questa esigenza richiede che le funi siano dotate di due capicorda: l'uno è di tipo fisso (tipo closed socket) ed uno di tipo mobile, per permettere il tiro della fune alla tensione iniziale di progetto e l'aggiustaggio della medesima. Infine, è necessario predisporre, durante il montaggio (e talvolta per tutta la vita della struttura), apparecchi per misurare le forze, le lunghezze e le deformazioni in gioco, allo scopo di controllare l'assetto geometrico e statico della struttura ed intervenire, se necessario, con provvedimenti adeguati.



**Tav. 7.7** Ancoraggi per strutture pneumatiche (7.10).

**Fig. 7.29** Schemi riassuntivi delle fasi di montaggio di una tensostruttura piana (7.9).

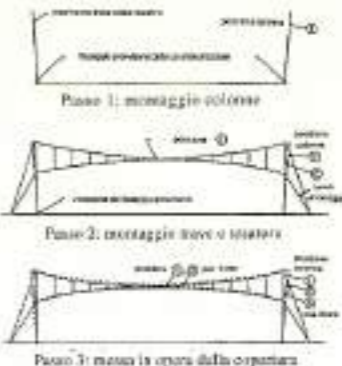


**Fig. 7.30** Alcune fasi di montaggio: messa in opera dei cavalletti (a) e montaggio sul terreno delle travi di funi (b); tesatura (c) e messa in opera della copertura (d).

**7.7.1 Strutture piane**

L'ordine delle operazioni nel montaggio di una tensostruttura non può essere generalizzato ma, solitamente, si procede come segue. Le funi, una volta giunte in cantiere, vengono srotolate con apposite sbobinatrici e vengono applicati gli eventuali giunti ad attrito; poi, sempre a terra, vengono fissati i collegamenti tra fune inferiore e superiore (stabilizzante e portante). In pratica, già sul terreno la struttura portante della copertura viene ad assumere una forma simile a quella definitiva. Completata la fase di fissaggio dei collegamenti, che è la più importante, ma anche quella più agevole per il fatto che si svolge a terra, l'intera struttura viene agganciata per i capicorda, sollevata e messa in posizione negli appositi ancoraggi predisposti nella struttura.

L'ultima operazione, prima dell'applicazione del manto di copertura, è quella della messa in tensione delle funi. Essa richiede l'ausilio di un martinetto idraulico e di speciali strumenti di misurazione. Quando le travi funicolari sono disposte parallelamente, la tesatura può avvenire singolarmente, in quanto non vi è interazione tra loro. In fig. 7.29, sono schematizzati tre momenti del montaggio di una tensostruttura piana, mentre in fig. 7.30 è illustrata una breve sequenza delle operazioni durante la messa in opera pratica di una tensostruttura tipo Jawerth. Per il montaggio della copertura del palazzo dello sport Victor Hugo, a Bordeaux, si è adottata la tecnica qui sopra esposta. Lo stato di coazione è stato introdotto per mezzo di martinetti

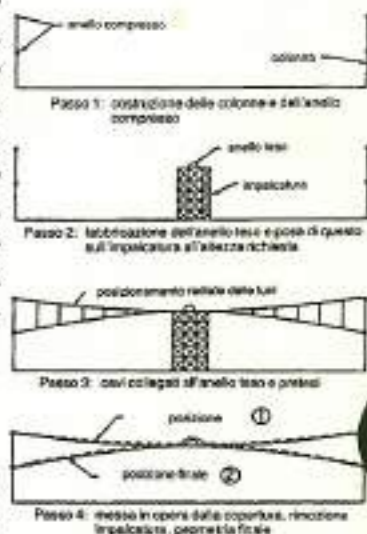
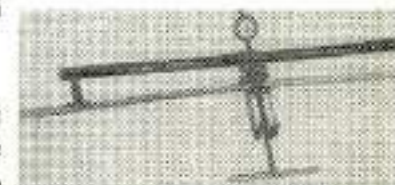


idraulici ed infine sono state registrate le funi (fig. 7.31). Lo stato tensionale nelle funi è stato controllato con tecniche diverse:

- in base a letture dei manometri dei martinetti, all'atto della tesatura;
- in base a rilievi geometrici dei nodi della trave;
- in base a misure dirette degli sforzi nelle aste diagonali.

Queste ultime misurazioni sono state effettuate mediante un «ponte di misura» costituito da un tubo di 80 cm di lunghezza, poggiante alle sue estremità sulle aste diagonali. Una piastrina solidale al tubo, contrasta l'asta diagonale nel suo tentativo di disporsi rettilinea e, perciò, trasferisce al tubo una forza proporzionale alla tensione nell'asta diagonale. Un flessimetro misura lo spostamento della piastrina e, di conseguenza, si può risalire alla tensione nell'asta diagonale che lo ha provocato (fig. 7.32).

**Fig. 7.32** Strumento di misura per il rilevamento degli sforzi nelle travi diagonali.



**7.7.2 Strutture radiali**

Schematicamente, le fasi di montaggio di una tensostruttura radiale sono illustrate in fig. 7.33. In questo caso, le travi funicolari interagiscono tra loro, per cui non è più possibile tesare separatamente gli elementi della raggera. L'ideale sarebbe poter tesare tutte le funi simultaneamente, ma ciò è, praticamente, impossibile. Supponendo che si possano tesare quattro tra-

**Fig. 7.33** Schemi riassuntivi delle fasi di montaggio di una tensostruttura radiale (7.9).

**Fig. 7.31** Fase di montaggio delle tensostrutture per il palazzo dello sport V. Hugo a Bruxelles.

vate contemporaneamente, la fig. 7.34 suggerisce una sequenza del piano di tesatura.

OPERAZIONE	STRUTTURE COLLEGATE
1	1, 4, 16, 24
2	4, 12, 20, 28
3	2, 14, 18, 30
4	4, 16, 22, 26
5	3, 15, 17, 29
6	5, 13, 19, 27
7	7, 11, 21, 25
8	9, 23

Fig. 7.34 Sequenza di tesatura per una tensostruttura radiale.

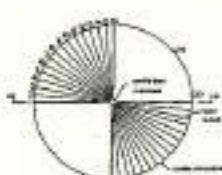
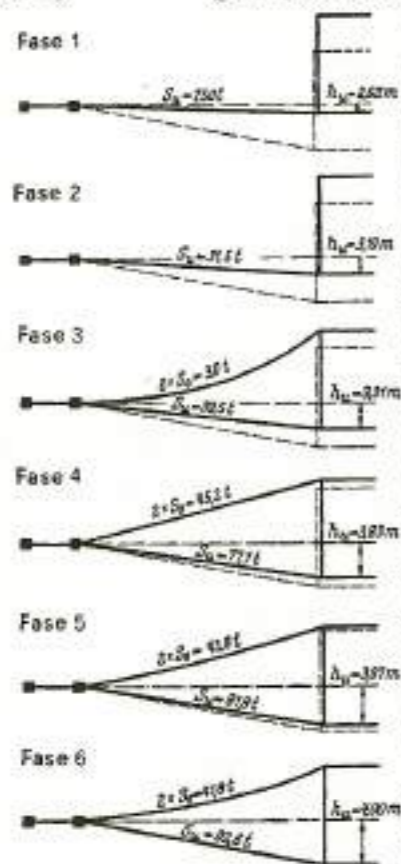


Fig. 7.35 Fasi di montaggio del padiglione USA a Bruxelles.

1) montaggio della raggera inferiore. La posizione iniziale dell'anello è più alta di 1,38 m rispetto alla posizione finale (fase 1);  
 2) disarmo dell'anello. In questa fase le funi dello strato inferiore raggiungono il tiro di 375 kN e l'anello è sorretto solo da esse (fase 2);  
 3) montaggio della raggera superiore e tesatura in due tempi di questa, agendo contemporaneamente su funi intervallate di 45° per rendere più basso possibile lo stato di sollecitazione flessionale nei due anelli (fasi 3, 4, 5, 6).



In altri casi di tensostrutture radiali (ad esempio quella del palasport di Genova), il disarmo dell'anello centrale è avvenuto in maniera automatica, tramite la tesatura delle funi della raggera inferiore poiché, nella prima fase l'anello era stato posizionato ad una quota inferiore a quella finale voluta (a differenza, quindi, di quanto era stato fatto per il padiglione USA, in cui la quota iniziale dell'anello centrale era superiore a quella finale).

7.7.3 Strutture a rete di funi

Si descrivono qui, ora, brevemente, due procedimenti in cui sono state adottate due tecniche piuttosto diverse.

Il primo è relativo al palasport di Milano. La struttura di bordo è costituita da un anello di acciaio circolare in pianta, ma con andamento altimetrico a forma di sella. Inizialmente sono state montate le funi stabilizzanti, che hanno, in questa fase, curvatura opposta a quella finale.

Quindi, sono state montate le funi portanti, che sorreggono quelle stabilizzanti. Sono state, poi, condotte le operazioni di tesatura e di posizionamento dei morsetti. In particolare, la pretesione nelle funi stabilizzanti è stata introdotta per mezzo di coppie di martinetti mentre il controllo sulla entità della coazione è stato condotto con misure geometriche sull'osservazione dell'anello di bordo, cioè si è verificato che le misure rilevate coincidessero con quelle teoriche.

Il secondo esempio riguarda il montaggio della rete del

parco Olimpico di Monaco. Dapprima tutta la rete è stata assemblata a terra, fissando i morsetti in posizione opportuna.

In particolare, il posizionamento dei morsetti è stato molto rapido essendo la rete a maglie quadrate (di conseguenza una semplice tachettatura delle funi, a distanze sempre uguali e pari al lato del quadrato, è stata sufficiente ad indicare le posizioni dei morsetti).

Completato l'assemblaggio a terra delle

funi (fig. 7.36), la rete è stata messa in opera innalzando i cosiddetti punti alti, mentre i punti bassi, collegati a stralli di ancoraggio, sono stati portati nelle posizioni finali introducendo trazioni opportune proprio nelle funi di ancoraggio.



Fig. 7.36 Preparazione a terra della rete di funi relativa alla copertura del parco Olimpico di Monaco (7.15).

Il montaggio delle strutture di copertura dello stadio olimpico è stato eseguito seguendo una procedura che comprende quattro fasi successive, illustrate in fig. 7.37.

- FASE 1 - La colonna principale viene posizionata con l'angolo di progetto. La rete viene distesa sulle gradinate e la fune di bordo principale viene sostenuta in posizione mediante incastratura provvisoria.
- FASE 2 - Si collega, nei punti previsti la rete alla fune di bordo e si tendono parzialmente le funi ausiliarie di montaggio.
- FASE 3 - Le funi portanti a strallo vengono collegate ai punti di ancoraggio sulla testa delle colonne e si procede alla tesatura definitiva della rete.

Le tecniche costruttive sono in rapida evoluzione, in virtù del continuo progresso tecnologico, che interessa la lavorazione degli elementi strutturali in genere e di quelli relativi alle coperture realizzate con travi funicolari o reti di funi in particolare.

Inoltre, le esigenze del montaggio, che rappresenta una delle fasi più delicate, importanti e costose dell'intero ciclo di lavoro, costringono a perfezionamenti continui, si che le metodologie descritte, anche se aggiornate, costituiscono, probabilmente, solo un termine di confronto con quanto verrà attuato in un futuro assai prossimo.

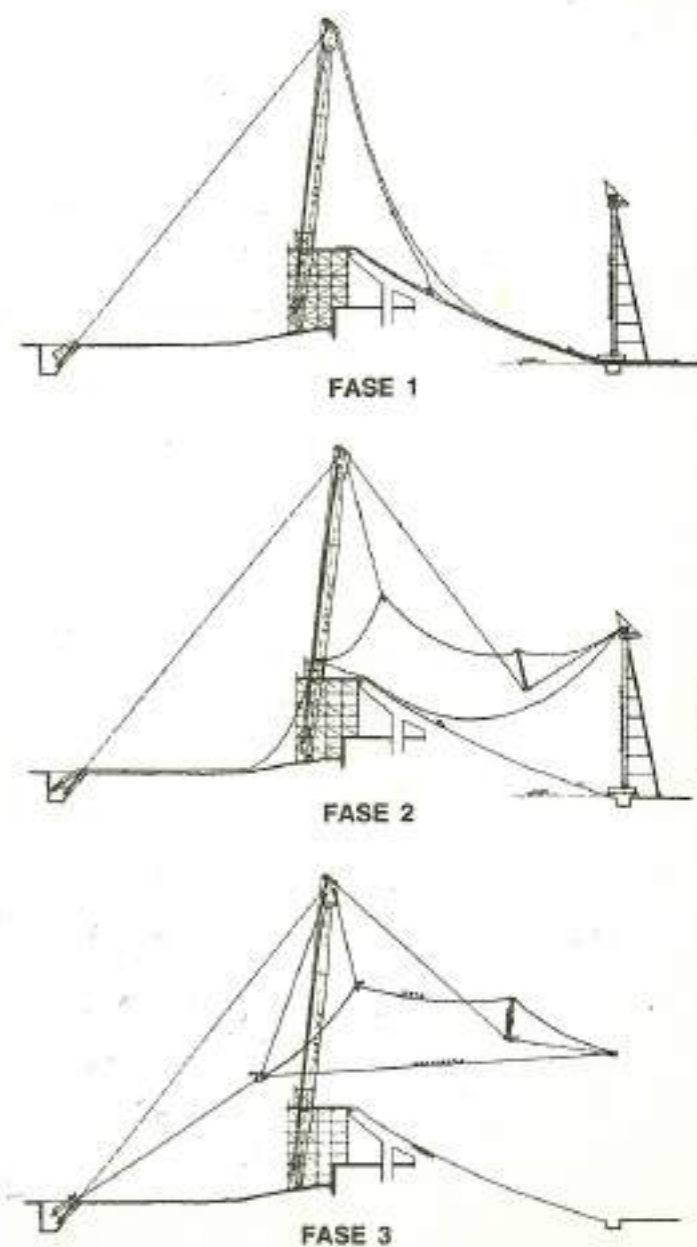


Fig. 7.37 Dati di progetto.

## BIBLIOGRAFIA

- [7.1] E. DAL PONT, V. NASCE:  
*Tecniche di montaggio*. CISIA, Milano 1975.
- [7.2] CABLE ROOF STRUCTURES.  
*Bethlehem Steel*, February 1968.
- [7.3] W. PODOLNY, J.B. SCALZI:  
*Construction design of cable stayed bridges*. John Wiley & Sons, New York 1976.
- [7.4] NETZE IN NATUR UND TECHNIK.  
*Institat für leichte Flachentragwerke (IL 8)*. Universität Stuttgart, 1975.
- [7.5] F. SELLERI, P. SPINELLI:  
*Coperture a funi pretese: tipologie, metodi di calcolo ed aspetti costruttivi*.  
Nota 3, aspetti costruttivi e tecniche di montaggio.  
*Bollettino degli Ingegneri* n. 4-1980.
- [7.6] P. SPINELLI:  
*Materiali e particolari costruttivi per membrane e pneumostrutture*. Politecnico di Milano, 25-27 maggio 1983.
- [7.7] C. BORRI, A. CHIARUGI, P. SPINELLI:  
*Alcuni risultati relativi a prove simulate di strappo in tessuti con ordito bidirezionale*.  
UFIST 10/82.
- [7.8] G.G. MAVERHOF:  
*The ultimate bearing capacity of foundations*. Geotechnique, London, vol. 2.
- [7.9] P. KRISHNA:  
*Cable-suspended roofs*. Mc. Graw-Hill, New York 1978.
- [7.10] T. HERZOG:  
*Pneumatic Structures: a handbook for the architect and engineer*. Crosby Lockwood Staples, London 1976.
- [7.11] M. ECKOUT:  
*Frei Otto and the Munich Olympic Games*. Zodiac n. 21.
- [7.12] J. WEBB:  
*The synthesis of stress-strain characteristics for woven, single ply fabrics*. Cranfield Institute of Technology n. 16/1970.
- [7.13] *Maximum performance standard for single wall air supported structures - Canvas Products association International*. St. Paul MI, USA.
- [7.14] H. RÜHLE:  
*Räumliche Dachtragwerke Konstruktion und Ausführung*. VEB, Berlino 1970.
- [7.15] *Bauten für Olympia '72*.  
C.H. Harbeck, München 1972.

## CAPITOLO 8

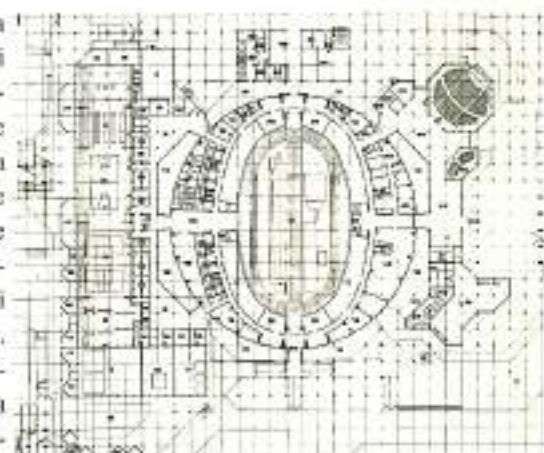


## ILLUSTRAZIONE DI ALCUNI PROGETTI ESECUTIVI



Fig. 8.1 Vista generale del progetto

Fig. 8.2 Pianta distributiva del palazzo dello sport.



### 8.1 PREMESSA

L'obiettivo principale di questo capitolo è di fornire, a chi non abbia esperienze progettuali e/o realizzative in campo tensostrutturale, alcuni esempi di progetti esecutivi utili a l'impostazione ed alla verifica di realizzazioni simili.

A questo scopo, sono stati scelti per la loro chiara individuazione tipologica e per la completezza della documentazione tecnica a disposizione, i progetti strutturali esecutivi relativi alle seguenti costruzioni:

- Il Palazzo dello Sport di Atene
- Fiera di Milano realizzato nel 1992
- Stadio delle Alpi di Torino (1990)
- Stadio Olimpico di Roma (1990).

### 8.2 IL PALAZZO DELLO SPORT DI ATENE

#### 8.2.1 Generalità

Il palazzo dello sport di Atene sorge su un'area la cui superficie totale è di circa 250.000 m<sup>2</sup>, situata in prossimità della costa. Nell'area suddetta, il progetto generale (fig. 8.1), oltre all'edificio in

oggetto, prevede la costruzione di altri impianti ed attrezzature sportive, come ad esempio una piscina olimpica e un porticciolo per le imbarcazioni partecipanti alle gare di vela e motonautica. Il palasport, in questa ottica, funge da fulcro, ossia è l'espressione massima di questo «agglomerato sportivo» e, perciò, si trova al centro dello stesso, come è rilevabile dalla pianta di fig. 8.3.

Le attrezzature e gli impianti che lo circondano possono essere suddivisi sostanzialmente in due zone. C'è una parte destra, nella quale sono ubicate le strutture per la maggior parte destinate ad uso del pubblico, tanto per quanto riguarda l'accesso al palasport quanto per i servizi ad esso relativi. (In tale contesto è prevista anche la costruzione di un edificio di forma ottagonale nel quale sarà allestita una sala per congressi e conferenze). Nella zona di sinistra, sono invece previsti altri impianti



Fig. 8.3



#### Progetto ed esecuzione:

Comittente: Segretariato

Generale dello Sport, Atene

Progetto architettonico: Studio T.

Papayianis e Associati, Atene

Arch. T. Papayianis, I. Balas-

A. Gamiri-M. Koutsouna.

Progetto strutturale: Studio

d'Ingegneria Dr. D. Bairaktaris,

Atene Ingg. D. Bairaktaris-F.

Coydakis-F. Sotiriopoulos.

Progetto delle strutture di copertura: Ingg. R. Alessi-M.

Majowiecki-F. Zoulas Bologna.

Main Contractors dell'intera

copertura:

Joint-Venture Teo S.p.A., Psytiki

Hellados S.A.

Consulenti per la tensostruttura:

Ingg. M. Majowiecki-F. Zoulas,

Bologna.

Main contractor delle opere civili

ed impianti del Palazzo dello

Sport: Archirodon Hellas S.A.,

Atene.

#### Fig. 8.4 Sezioni principali

sportivi per la pratica di sport quali: tennis, basket, pallavolo, box, nonché una palestra per gli allenamenti degli atleti. Per quanto riguarda il palazzo dello sport vero e proprio, esso è stato progettato per una capienza di circa 15.000 spettatori. In pianta, il suo perimetro descrive una curva circolare, e al suo interno, oltre allo spazio centrale, destinato ad ospitare le principali specialità agonistiche indoor, trova posto tutta una serie di locali, la cui dislocazione è stata accuratamente studiata sotto il profilo tecnico-architettonico e funzionale, tenendo conto delle diverse e molteplici esigenze a cui una costruzione siffatta deve rispondere. L'invaso ha, grosso modo, la forma di un tronco di cono capovolto. La sua geometria deriva dalle soluzioni adottate per risolvere nel migliore dei modi il problema della visibilità.

Esteriormente, l'edificio si presenta come in fig. 8.3, nella quale sono illustrati i prospetti principali. Una buona visione dell'interno del palazzo dello sport è offerta dalle sezioni di fig. 8.4, dalla quale è possibile anche ricavare le caratteristiche principali della struttura portante e di copertura. Esse sono essenzialmente individuate nella tensostruttura utilizzata come elemento portante della copertura, nell'anello perimetrale di ancoraggio della stessa e nei cavalletti di sostegno dell'anello.

Non ci soffermiamo oltre sulle scelte architettoniche operate, concedendo più attenzione alle caratteristiche tecniche ed alle procedure analitiche necessarie in sede di progetto alla realizzazione dell'opera ed in particolare, alla tensostruttura e al relativo anello di ancoraggio.



### 8.2.2 Caratteristiche geometriche e meccaniche della struttura a rete

La copertura sospesa consiste in una rete di cavi disposti ortogonalmente, la cui superficie media può essere definita geometricamente come una superficie a sella con curvatura totale negativa, molto simile a quella di un paraboloide iperbolico. I dati principali della tensostruttura sono i seguenti.

- Diametro della superficie coperta dalla tensostruttura: 113,96 m

( $R = 56,98$  m).

- Diametro delle funi portanti:  $\varnothing 60$  mm ( $A_p = 21,106$  cm<sup>2</sup>); formazione 127x4,6 spiroidale;  $\sigma_p = 1600$  N/mm<sup>2</sup>; zincatura 3,5 N/m<sup>2</sup>.

- Diametro delle funi stabilizzanti:  $\varnothing 46$  mm ( $A_s = 12,784$  cm<sup>2</sup>); formazione 127x3,6 spiroidale;  $\sigma_s = 1600$  N/mm<sup>2</sup>; zincatura 3,5 N/m<sup>2</sup>.

- Modulo di elasticità delle funi:

$E = 165$  kN/mm<sup>2</sup>.

- Dimensioni in pianta delle maglie della rete: 4 x 4 m.

#### 8.2.2.1 Equazione del bordo della rete

La struttura di bordo, intesa come la linea degli ancoraggi delle funi, è geometricamente definita dalla intersezione tra un cilindro verticale a base circolare di diametro 113,96 m e un paraboloide iperbolico ad esso coassiale. Il luogo dei punti teorici d'ancoraggio della tensostruttura è espresso analiticamente dalle:

$$\begin{cases} \frac{0,15}{56,98^2} (x^2 - y^2) + 28,74 = z \\ x^2 + y^2 = 56,98^2 \end{cases}$$

Sull'anello, vengono così determinate le coordinate geometriche dei punti discreti d'ancoraggio delle funi, secondo un sistema di assi cartesiani aventi le seguenti caratteristiche:

asse X diretto verso i punti alti (altezza = + 34,89)

asse Y diretto verso i punti bassi (altezza = + 22,59)

asse Z diretto dal basso verso l'alto.

Fig. 8.35 Pianta parziale e sezioni dell'anello perimetrale di ancoraggio in c.a.p.

**8.2.3 La maglia della rete - Analisi comparativa dei costi**

La distribuzione strutturale della rete di cavi, in pianta, è stata definita in base ad una accurata analisi dei costi:

- costi di fornitura dei materiali di copertura;
- costi relativi alle operazioni di montaggio;

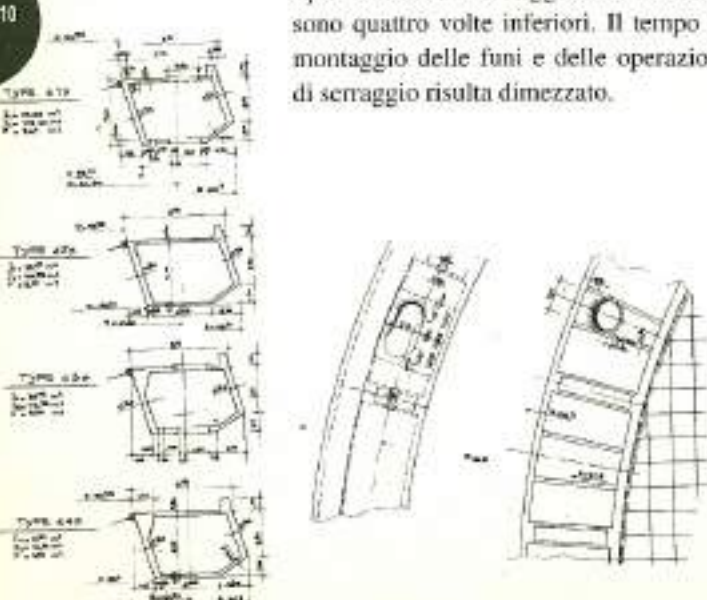
Soluzione	Fornitura cavi	Copertura (fornitura, montaggio)	Montaggio e tesatura della rete
2x2	1,05	0,923	2+2,5
4x4	1	1	1

Tab. 81 Tabella comparativa dei costi della copertura

- costi relativi alla tesatura dei cavi. Sulla base di queste considerazioni, è stata scelta la maglia di 4 x 4 m.

Nella tabella 8.1 sono riportati i risultati di una analisi economica comparata tra le due soluzioni, a maglie 4x4 m e 2x2 m (in pianta). Considerando come comparativo il prezzo unitario della soluzione 4x4m, dalla tabella 8.1 è possibile dedurre che, fino a quando il costo totale della fornitura per i materiali di copertura è compreso, le due soluzioni sono equivalenti. Ciononostante, una diversità notevole emerge esaminando i costi di montaggio e le operazioni riguardanti la tesatura della tensostruttura. Infatti, con una maglia 4x4 m, sebbene il costo di acciaio per le funi ed il costo della copertura rimangano quasi invariati, le operazioni di montaggio dei morsetti sono quattro volte inferiori. Il tempo di montaggio delle funi e delle operazioni di serraggio risulta dimezzato.

Fig. 83 Pianta parziale e sezioni dell'anello perimetrale di ancoraggio in c.a.p.



**8.2.4 L'anello di bordo**

La struttura di bordo, a cui è ancorata la rete, consiste in una trave perimetrale a pianta circolare a sezione scatolare in c.a.p., che segue l'andamento della curva di bordo. L'anello è sostenuto da 32 cavalletti verticali. Il massimo gradiente tra i punti della linea di bordo, che definisce la struttura di ancoraggio, è di 12,3 m, equivalenti a circa l'11% della luce libera.

Il momento d'inerzia e l'area della sezione dell'anello sono variabili, in conseguenza della modificazione dello spessore delle pareti da cui l'anello è composto. In figura 8.5 sono illustrate le quattro sezioni-tipo, che compongono i vari conci dell'anello.

Le caratteristiche principali dell'anello di bordo sono:

**sezione A: (senza aperture)**

$F = 9,0705 \text{ m}^3$   
 $J_r = 34,427 \text{ m}^4$   
 $J_z = 103,6281 \text{ m}^4$   
 $J_d = 63,0817 \text{ m}^4$

**sezione B: (con aperture)**

$F = 8,9219 \text{ m}^3$   
 $J_r = 32,59444 \text{ m}^4$   
 $J_z = 104,08146 \text{ m}^4$   
 $J_d = 63,0817 \text{ m}^4$

**sezione A: (elementi tra i supporti 7-8-8-7)**

$F = 10,5913 \text{ m}^3$   
 $J_r = 39,7864 \text{ m}^4$   
 $J_z = 121,7072 \text{ m}^4$   
 $J_d = 63,0817 \text{ m}^4$

**Materiali:**

- Cemento: B450
- Modulo di elasticità:  $E=35 \text{ kN/mm}^2$
- Modulo di elasticità a taglio:  $G=15 \text{ kN/mm}^2$
- Rapporto di Poisson:  $\nu=0,167$

**8.2.4.1 Sistema di sostegno dell'anello**

I sostegni, o supporti, sono posizionati in corrispondenza delle pareti della trave scatolare. Queste pareti sono, in pianta, disposte radialmente rispetto al centro della costruzione, ad una distanza angolare di 11,25° e sono realizzate in c.a.p.

La loro altezza è variabile, rispettando l'andamento altimetrico della trave di bordo. La massima differenza di altezza è di 5,45 m. Il sistema di sostegno è, inoltre, equipaggiato da martinetti idraulici, che consentono gli spostamenti orizzontali dovuti alle deformazioni elastiche ed ostacolano gli eventuali movimenti del corpo rigido dell'anello, dovuti, principalmente, ad azioni sismiche.

I coefficienti di flessibilità dei supporti sono:

supporto 1:		
$W_1 = 6,6757 \times 10^3$	m/1000 kN	
supporto 2:		
$W_2 = 9,0127 \times 10^3$	m/1000 kN	
supporto 3:		
$W_3 = 7,2191 \times 10^3$	m/1000 kN	
supporto 4:		
$W_4 = 5,2207 \times 10^3$	m/1000 kN	
supporto 5:		
$W_5 = 3,7959 \times 10^3$	m/1000 kN	
supporto 6:		
$W_6 = 2,7205 \times 10^3$	m/1000 kN	
supporto 7:		
$W_7 = 1,7006 \times 10^3$	m/1000 kN	
supporto 8:		
$W_8 = 0,6432 \times 10^3$	m/1000 kN	
Il cedimento assoluto dei supporti è:		
	W MAX	W MIN
supporto 1	$-1,095 \times 10^3 \text{ m}$	$+0,2944 \times 10^3 \text{ m}$
supporto 2	$-2,359 \times 10^3 \text{ m}$	$+0,1366 \times 10^3 \text{ m}$
supporto 3	$-1,9517 \times 10^3 \text{ m}$	$+0,0787 \times 10^3 \text{ m}$
supporto 4	$-1,3280 \times 10^3 \text{ m}$	—
supporto 5	$-0,8161 \times 10^3 \text{ m}$	—
supporto 6	$-5,202 \times 10^3 \text{ m}$	—
supporto 7	$-0,2634 \times 10^3 \text{ m}$	—
supporto 8	—	—

**8.2.5 Analisi dei carichi**

**Tensostruttura:**

- peso proprio delle funi 90 kN/m<sup>2</sup> [a]
- peso proprio della copertura e carichi permanenti addizionali 360 kN/m<sup>2</sup> [b]

- carico da neve 650 kN/m<sup>2</sup> [c]
- carico da vento per  $c=-0,8$  1100 kN/m<sup>2</sup> [d]
- Anello di bordo:**
- peso proprio dell'anello 216 kN/m [e]
- precompressione variabile per conci (vedi tabella 8.2) [f]
- carichi permanenti addizionali 14 kN/m [g]
- carichi accidentali 48,5 kN/m [h]

Numero elemento	Forza assiale di pretensione	Eccentricità orizzontale	Eccentricità verticale
1	33,50	0,93	1,08
2	33,50	0,93	1,08
3	30,00	0,775	0,90
4	23,00	0,465	0,54
5	12,50	0	0
6	26,00	-0,2	0,50
7	35,00	-0,3	0,84
8	39,50	-0,4	1,04
9	39,50	-0,4	1,01

**8.2.5.1 Combinazione dei carichi**

Le combinazioni dei carichi, scelte per condurre le verifiche statiche definitive delle strutture di copertura, sono state determinate in funzione della ricerca delle massime sollecitazioni e deformazioni ed anche in funzione delle varie fasi costruttive, in accordo con un prestabilito programma di montaggio (time-schedule). In accordo con il time-schedule, illustrato in tabella 8.2bis, è stata debitamente considerata l'influenza delle deformazioni reologiche  $E(t)$  dell'anello perimetrale per le varie possibili combinazioni di carico.

Tab. 82

Tabella degli sforzi di precompressione dell'anello in c.a.p.

Tab. 8.2 bis

Messa	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Costruzione dell'anello	■	■	■	■					
Precompressione dell'anello					■	■	■	■	■
Montaggio tensostruttura						■	■	■	■
Preaffollazione tensostruttura							■	■	■
Costruzione della copertura									■

Le combinazioni dei carichi statici considerate sono:

- 1) [c]
- 2) [e] + [f]
- 3) [e] + [f] + [a]
- 4) [e] + [f] + [g] + [a] + [b]
- 5) [e] + [f] + [g] + [h] + [a] + [b] + [c]
- 6) [e] + [f] + [g] + [a] + [b] + [c]

Associate alle condizioni di carico massime 5 e 6, sono state prese in esame le variazioni termiche, in accordo con i seguenti gruppi:

GRUPPO I: differenza di temperatura tra le facce inferiore e superiore dell'anello

$$t_p - t_{ip} = -15^\circ\text{C}$$

differenza di temperatura tra faccia interna e faccia esterna

$$t_i - t_{ie} = -15^\circ\text{C}$$

differenza di temperatura agente sulla tensostruttura

$$\Delta t = -10^\circ\text{C}$$

GRUPPO II:

$$t_e - t_{ie} = +15^\circ\text{C}$$

$$t_i - t_{ie} = +15^\circ\text{C}$$

$$\Delta t = +10^\circ\text{C}$$

GRUPPO III:

effetto del ritiro per la struttura in c.a.:

$$t_s = -15^\circ\text{C} (\Delta t \text{ equivalente})$$

### 8.2.6 Lo schema strutturale e il modello matematico

Sfruttando i due assi di simmetria, è stato considerato solo un quarto d'anello, il quale è stato discretizzato come una poligonale spaziale. I nodi di questa poligonale sono stati, principalmente, definiti in corrispondenza degli ancoraggi delle funi, inizio e fine della variazione della sezione dell'anello ed in corrispondenza dei suoi appoggi, costituiti da telai reggistrubine. Tali appoggi, elasticamente e rigidamente cedevoli, sono eccentrici rispetto all'asse baricentrico dell'anello.

Gli ancoraggi delle funi sono posizionati all'estradosso dell'anello.

La tensostruttura è schematizzata come un insieme di nodi e di aste, con possibilità di trasmettere solo sforzi di trazione

( $S > 0$ ) ed è formata da 167 nodi interni a tre gradi di libertà, da 130 nodi di frontiera e 358 aste (fig. 8.6). Lo schema strutturale di calcolo prevede l'interazione elastica della tensostruttura con l'anello di bordo, per tutte le condizioni di carico. Per ottenere migliori informazioni circa l'attuale distribuzione degli sforzi, l'anello è stato verificato con una analisi agli elementi finiti. Nella fig. 8.7a,b sono illustrate la pianta e l'assonometria della maglia agli elementi finiti, pianta ed assonometria schematizzanti l'attuale struttura di bordo.

L'organizzazione del programma globale di calcolo prevede tre gruppi principali (routines) di risoluzione formati da:

- programma RETE, per la ricerca dello «stato 0»;

- programma TENSO/TENSODIN, per l'analisi statica e dinamica della tensostruttura;

- programma per l'analisi delle strutture a telaio (SFA: space frame analysis o agli elementi finiti (FEM), per l'analisi statica dell'anello di bordo.

Il programma RETE, data la interazione della tensostruttura con la struttura d'ancoraggio, prevede la possibilità di ottenere lo stato «0» (stato geometrico tensionale di deformazione) considerando la deformazione elastica dell'anello di bordo (vedi Capitolo 3).

Lo stato di deformazione della struttura di bordo, calcolato con un programma di «frame analysis» viene considerato per via iterativa (vedere definizione dello stato «0»). L'azione dei carichi sulla tensostruttura viene elaborata dal programma TENSO, il quale risolve il problema dell'equilibrio elastico non lineare, (cfr. Capitolo 5 e Appendice A).

In questo caso, il metodo di risoluzione è semi-incrementale per quanto riguarda l'applicazione dei carichi, la non linearità materiale e la interazione con la struttura di bordo, mentre è iterativo, per quanto riguarda la non linearità geometrica. Dopo aver ottenuto dalle varie combinazioni di carico gli stati di sollecitazione più gravosi, tanto per la tensostruttura, quanto per la struttura di bordo, sono

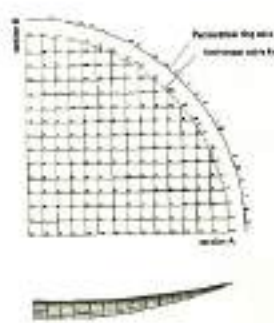


Fig. 8.6 Modello matematico del sistema strutturale rete + anello.

Tab. 8.7 Modello agli elementi finiti di un quarto di anello.



state eseguite delle verifiche tensionali locali mediante l'impiego della tecnica ad elementi finiti.

#### 8.2.6.1 Lo stato «0»

La combinazione di carico numero 3 è stata scelta per la definizione dello stato «0» del sistema strutturale, anello + tensostruttura, corrispondente alla fase di pretensione della tensostruttura. Considerando, in un primo momento, la superficie definita dalla rete di funi assimilabile ad un paraboloide iperbolico, le componenti orizzontali degli sforzi nelle funi portanti e stabilizzanti sono state fissate, in regime di pretensione in:

$$H_p = 581,9 \text{ kN} \quad H_s = 615,3 \text{ kN}$$

Dati questi valori delle componenti orizzontali agli ancoraggi delle funi, lo stato «0» del sistema anello-rete è stato trovato considerando l'interazione con l'anello di ancoraggio. Partendo da una prima fase di calcolo e considerando l'anello in posizione indeformata, è stato eseguito un procedimento iterativo tra il calcolo di ricerca dello stato «0» della rete e l'assetto deformato dell'anello perimetrale. La deformazione prodotta dalle forze di pretensione, nei cavi ancorati all'anello perimetrale, cambia le condizioni geometriche al contorno, per la ricerca della geometria equilibrata dell'insieme astenodi, che schematizza la rete di funi.

Si controlla, quindi, se la geometria della rete risulta modificata in modo da raggiungere un nuovo stato geometrico-tensionale equilibrato. Gli sforzi agli ancoraggi sono diversi da quelli già trovati e, perciò, occorre cercare nuovamente lo stato di deformazione dell'anello, che non sarà più compatibile con l'ultimo stato della rete. Lo stato geometrico tensionale definitivo, che costituisce lo stato «0» della struttura formata dall'insieme interagente anello-rete, è ottenuto per successive iterazioni, fino a che la differenza tra le mutue azioni dei due stati successivi risulti minore di un valore prefissato.

Il metodo per la ricerca della forma della tensostruttura è illustrato nel diagramma di flusso di fig. 8.38.

Dopo avere introdotto i dati geometrici, costituiti dalle coordinate iniziali dei punti d'ancoraggio sull'anello di bordo e dallo stato di sollecitazione per effetto della pretensione desiderata in presenza o meno di carichi applicati ai nodi, si passa, opportunamente guidati dai dati parametrici, alla ricerca dell'equilibrio dei nodi interni. Per iterazioni successive (parametro NSTOP) e dopo aver raggiunto l'equilibrio, si ottiene una prima configurazione a vincoli fissi.

Controllata l'esistenza o meno della struttura di bordo, ed ottenuta risposta affermativa, si passa al calcolo degli spostamenti in corrispondenza dei nodi d'ancoraggio, in base al programma FEM oppure SFA.

Gli spostamenti ora ottenuti modificano le coordinate dei punti d'ancoraggio instaurando una sequenza iterativa (parametro NGBR) fino al raggiungimento della convergenza mediante il controllo della differenza, tra due valori successivi, degli spostamenti della struttura d'ancoraggio.

#### 8.2.6.2 Stati di caricamento - Definizione dello stato «0»

Per eseguire una valutazione al maggior grado possibile prossima alla realtà costruttiva, in relazione agli effetti prodotti dai carichi da neve e vento, è stato deciso di verificare un nuovo stato geometrico-tensionale.

Il nuovo stato (stato «0»), viene definito considerando come situazione di fatto la combinazione dei carichi n. 4 che corrisponde alla presenza di tutti i carichi permanenti sull'anello e sulla tensostruttura. Prendendo questa situazione come base incrementale di calcolo, si è considerata la modificazione sullo stato di sollecitazione in funzione delle deformazioni reologiche, a tempo infinito, della struttura d'ancoraggio perimetrale in c.a.p.

È stata esaminata la condizione di carico corrispondente alla presenza del manto di copertura (questa condizione è presente

nella maggior parte della vita della struttura) e, riallacciandoci allo stato «0» iniziale, è stato considerato per la 4ª combinazione di carico il modulo elastico del calcestruzzo a tempo infinito, con la relativa perdita di precompressione.

Eseguito il calcolo statico con questi dati, è stato ottenuto, quale output, un nuovo stato geometrico tensionale, utile come base di partenza per la valutazione degli effetti prodotti dai carichi accidentali.

Il calcolo suddetto è stato eseguito seguendo la procedura sintetizzata nel diagramma di flusso di fig. 8.8.

Introdotta il vettore di carico, come sopra accennato, vengono valutati gli stati di sollecitazione e deformazione della tensostruttura, considerando nulli gli spostamenti degli ancoraggi (RNA = Rope Net Analysis). Raggiunto l'equilibrio (NSTOP), viene presa in considerazione l'eventualità o meno dell'esistenza della struttura di ancoraggio. A risposta affermativa, come nel nostro caso, mediante il programma di strutture a telaio (SFA = Space Frame Analysis) o ad elementi finiti (FEM = Finite Element Method), strutture considerate quali subroutine del programma principale (MAIN), vengono calcolati gli spostamenti della struttura ad anello, in corrispondenza degli attacchi delle funi. Un loop iterativo fra RNA ed SFA o FEA viene così, instaurato (parametro NGB), in modo da soddisfare la compatibilità di movimenti fra la tensostruttura e la sua struttura d'ancoraggio. Per una maggiore precisione del calcolo, in funzione della intensità dei carichi, è stata prevista la possibilità di agire per via incrementale (NSTEP), richiedendo ad ogni step di caricamento lo stato geometrico tensionale. Questa opzione di

calcolo permette, con notevole facilità, la definizione del nuovo stato «0».

Le variazioni di freccia ( $\Delta f$ ) al centro della rete (nodo n. 154) e lo spostamento  $\delta$  di un nodo di bordo (n. 168) sono visualizzati nel diagramma di fig. 8.39. In esso, è possibile osservare il meccanismo di convergenza durante la sequenza iterativa, per la condizione di carico da neve, allo scopo di ottenere la necessaria compatibilità tra rete ed anello. La interazione tra le strutture dovuta alla ovalizzazione dell'anello, può essere studiata e determinata solo con quattro o cinque cicli iterativi.

calcolo permette, con notevole facilità, la definizione del nuovo stato «0».

Le variazioni di freccia ( $\Delta f$ ) al centro della rete (nodo n. 154) e lo spostamento  $\delta$  di un nodo di bordo (n. 168) sono visualizzati nel diagramma di fig. 8.39.

In esso, è possibile osservare il meccanismo di convergenza durante la sequenza iterativa, per la condizione di carico da neve, allo scopo di ottenere la necessaria compatibilità tra rete ed anello. La interazione tra le strutture dovuta alla ovalizzazione dell'anello, può essere studiata e determinata solo con quattro o cinque cicli iterativi.

zione tra le strutture dovuta alla ovalizzazione dell'anello, può essere studiata e determinata solo con quattro o cinque cicli iterativi.

### 8.2.6.3 Verifiche del massimo stato di tensione e deformazione

Le combinazioni di carico 5 e 6 corrispondono, rispettivamente, al carico della neve ed all'azione del vento sulla copertura. L'anello è stato progettato in modo da

adottare la migliore distribuzione della flessione permessa dal vincolo, rappresentata dalla limitazione di spostamento pari a  $\Delta f \leq 0,005 L$ , dove con  $L$  è indicata la massima luce libera. La massima tensione indotta nella fune portante dal carico da neve è di 1210 kN, mentre, nel caso di carico da vento, la massima tensione indotta nella fune stabilizzante è pari a 810 kN.

In fig. 8.40 è illustrato il plottaggio finale per le forze assiali, taglio e momento, per la condizione del carico da neve (e vi è stata associata una casistica di variazioni termiche in un quarto di anello) ottenuto come output di un programma

Fig. 8.8 Flow-chart del programma di analisi strutturale

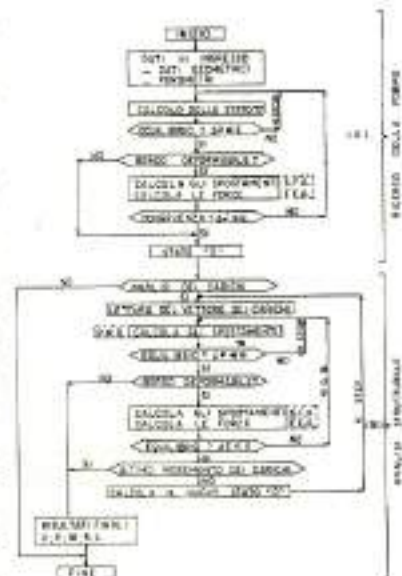


Fig. 8.9 Diagrammi di controllo di convergenza

$\Delta f$  = variazione di freccia nel nodo centrale della rete.  
 $\delta$  = spostamento massimo dell'anello.

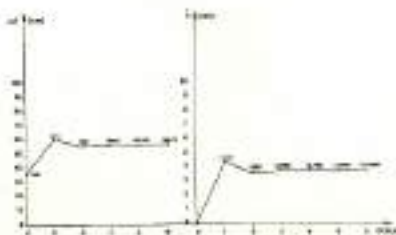
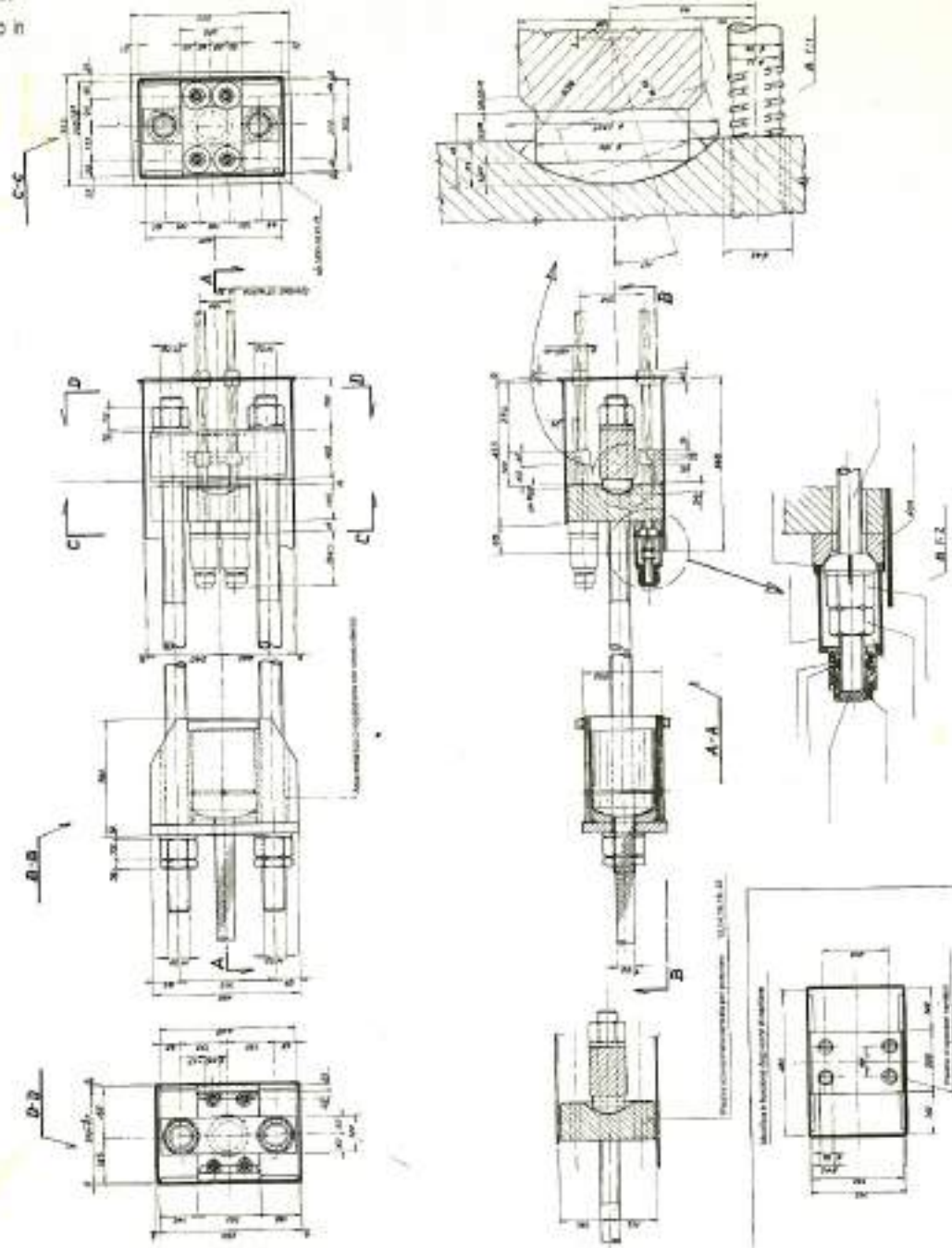


Fig. 8.10 Particolare d'ancoraggio regolabile delle funi sull'anello in c.a.p.



di telai spaziali.

Dalle sollecitazioni riscontrate per le varie situazioni di carico, sono state effettuate le verifiche delle tensioni sulla sezione in c.a.p. dell'anello. In fig. 8.12 è possibile osservare la variazione del centro di pressione e dell'asse neutro, per sollecitazioni singole e composte nella sezione più sollecitata dell'anello.

Le verifiche sono state elaborate interattivamente con il programma di analisi

delle tensioni su sezioni presso inflesse.

Le tensioni massime computate sono state comparate con l'analisi più precisa ricavata attraverso la procedura agli elementi finiti, ottenendo così un controllo ottimale dei risultati ed una informazione dettagliata sullo stato di tensione attorno ai numerosi fori e a carichi concentrati, presenti nell'anello.

Nella 2ª situazione di carico sono stati trovati i seguenti valori massimi:

$$\sigma_c = 12,5 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_f = 14,2 \text{ N/mm}^2$$

Fig. 8.10 Diagramma delle sollecitazioni sviluppate su un quarto d'anello con S.F.A. per carico accidentale massimo.

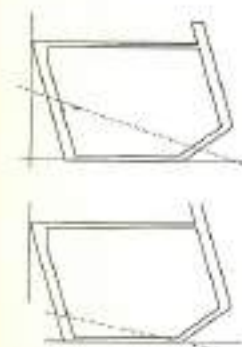
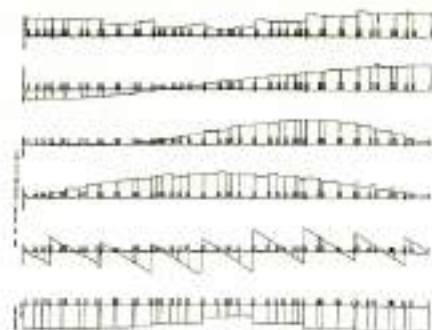


Fig. 8.12 Variazione del centro di pressione e dell'asse neutro: a) con l'effetto della precompressione; b) senza l'effetto della precompressione.

8.2.7 Particolari costruttivi

Ancoraggio delle funi

Le funi trasmettono le forze d'ancoraggio all'anello periferico, attraverso quattro barre Dywidag sulla lastra superiore dell'anello.

Il particolare d'attacco fune-barre Dywidag deve permettere:

- a) una facile regolazione in modo da eliminare errori geometrici di esecuzione;
- b) la possibilità di attacco di martinetti idraulici per l'introduzione delle forze di stato «0»;
- c) la rotazione sferica del nodo d'ancoraggio, per adattarsi alle variazioni angolari prodotte dalle situazioni di carico.

Per raggiungere questi obiettivi, è stato progettato il particolare illustrato in fig. 8.42. Le parti componenti il particolare d'ancoraggio della fune (fig. 8.15) sono state provate sperimentalmente a rottura. I coefficienti di sicurezza riscontrati sono molto alti, volendo ottenere anche una notevole rigidità del particolare, in modo da minimizzare le deformazioni sotto tiro.

Attacco fune-fune

Il particolare fune-fune ha il compito di assorbire gli sforzi tangenziali per attrito. Questi ultimi sono molto modesti e si risolvono con un particolare costruttivo molto semplice, realizzato in alluminio (fig. 8.16).

La copertura

Una cura particolare è stata usata nel progetto esecutivo del manto di copertura,

che è composto da:

- lamiera grecata di altezza 106 mm e spessore 10/10 mm verniciata inferiormente e zincata superiormente di passo 750 mm, appoggiata alle funi stabilizzanti ogni 4 m. La lamiera è collegata alle funi con cavallotti ad U cadmiati;
- barriera a vapore;
- isolante termico rigido di spessore 6 cm, garante di coefficiente di conducibilità termica  $\alpha = 0,6 \text{ Kcal/h m}^2$ ;
- membrana impermeabilizzante sintetica in poliestere e PEC;
- viti di collegamento alla lamiera grecata degli strati coibenti ed impermeabilizzanti.

I disegni esecutivi dei particolari sono indicati nelle figure 8.13 e 8.14 sintetica tipo CPE.

8.2.8 Montaggio e messa in opera della tensostruttura

Le funi portanti sono state posizionate secondo lo schema di fig. 8.17, impiegando delle gru per ottenere una diminuzione di sforzi orizzontali ai verricelli. Le funi stabilizzanti vengono sistemate nella loro posizione facendole scivolare sopra le funi portanti, con il metodo illustrato in fig. 8.18.

8.2.8.1 Operazioni di pre-tensionamento

Le operazioni di prestiratura della rete di funi hanno l'obiettivo di raggiungere lo stato geometrico e tensionale previsto, in sede teorica, quale stato «0».

Durante la messa in opera delle funi, sono state previste le seguenti operazioni:

- posizionamento delle funi stabilizzanti secondo i risultati teorici;
- posizionamento delle teste d'ancoraggio delle funi portanti sulle barre filettate, in un punto noto.

Lo stato di sollecitazione, previsto per la rete di funi nello stato «0», è stato ottenuto mediante procedimento di pretensionamento iterativo per fasi successive, qui di seguito indicate:

FASE 1 - Rimozione dei grandi spostamenti cinematici agendo sulle teste regolabili delle funi portanti.

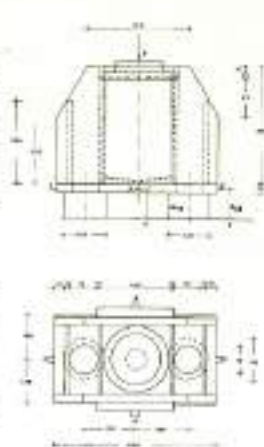


Fig. 8.15 Schema di carico per la prova di laboratorio eseguita sulla testa della fune portante

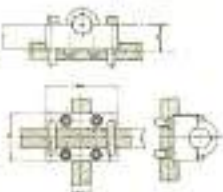


Fig. 8.16 Nodo di collegamento fune-fune

Fig. 8.17 Schema di montaggio delle funi portanti.

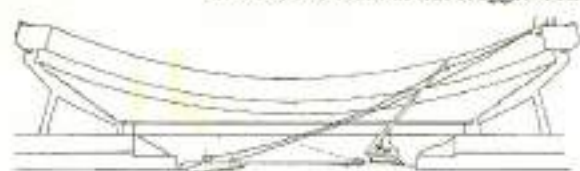


Fig. 8.18 Schema di montaggio delle funi stabilizzanti

Fig. 8.19 Diagramma di pretensione sequenziale per le funi portanti.

Fig. 8.21

FASE 2 - Controllo ottico del posizionamento delle teste di ancoraggio delle funi

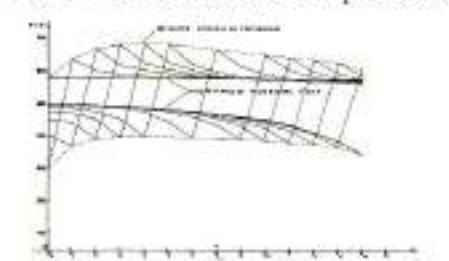


stabilizzanti; controllo e quantizzazione degli errori di posizionamento delle scatole d'ancoraggio; verifica del posizionamento delle teste delle funi stabilizzanti

in funzione dei suddetti errori. (Nota: la correzione può avvenire solamente lungo la direzione della fune; nessuna correzione è possibile trasversalmente ad essa).

- Introduzione di un primo livello di sollecitazione (prima fase elastica), in accordo con i risultati teorici.

FASE 4 - Rilievo ottico delle posizioni



attuale delle teste regolabili delle funi portanti; controllo e quantizzazione degli spostamenti delle teste delle funi portanti, da apportare nelle fasi successive.

FASE 5 - Introduzione di un secondo



livello di sollecitazione (seconda fase elastica), in accordo con i risultati teorici.

FASE 6 - Intervento locale su alcune funi per minimizzare l'influenza degli errori al contorno, longitudinali e trasversali, nel posizionamento dei punti di ancoraggio.

Gli step di pretensione sono stati simulati numericamente con lo stesso programma di calcolo illustrato «per rilassamento» delle funi, secondo una sequenza prestabilita. In questo modo sono state ottenute

le «tabelle di pretensione» riportate nelle tabelle 8.4 e 8.5, che possono essere espresse graficamente con il diagramma di fig. 8.19. In caso di variazioni termiche, rilevate in cantiere, rispetto alla temperatura media di taglio delle funi, con una opportuna tabella (tab. 8.6a,b), sono state fatte le dovute variazioni degli sforzi di pretensione. È importante notare che la tesatura è stata eseguita solo sulle funi portanti, mentre sulle teste delle funi stabilizzanti, anch'esse regolabili, è stato eseguito il controllo delle forze e le correzioni relative agli errori di esecuzione dell'anello. In questo modo, è stato possibile rendere minima la dipendenza sugli sforzi della variazione aleatoria relativa alla variabile lunghezza globale della fune  $L_s$ .

Fig. 8.20 Diagramma PERT.

Lista delle attività:

- A. Misura delle coordinate degli ancoraggi.
- B. Esecuzione di disegni.
- B1. Approvazione disegni esecutivi.
- C. Ordinazione delle materie prime.
- C1. Funi.
- C2. Sistemi d'ancoraggio.
- C3. Lamiere grecate.
- C4. Materiale isolante.
- C5. Manto impermeabile.
- D. Arrivo materiale in cantiere.
- D1. Funi.
- D2. Sistema d'ancoraggio.
- D3. Lamiere grecate.
- D4. Materiale isolante.
- D5. Manto impermeabile.
- E. Operazioni di montaggio.
- E1. Sistemi d'ancoraggio.
- E2. Funi - pretensione della rete.
- E3. Supporti terminali delle lamiere.
- E4. Lamiere grecate.
- E5. Barriera a vapore e isolante.
- E6. Manto impermeabile.
- E7. Rifiniture.

Sforzi di pretensione

Step 1 e Step 7

Tab. 8.5 Matrice degli sforzi di pretensione per le funi portanti

FUNI PORTANTI														
Step 1	P14	P13	P12	P11	P10	P9	P8	P7	P6	P5	P4	P3	P2	P1
da	14,5	20,5	23,4	26,2	27,5	28,8	29,7	30,5	31,0	31,4	31,5	31,5	29,6	21,6
a	39,6	44,1	48,5	50,7	52,9	54,5	56,1	57,3	58,4	58,9	59,4	58,4	55,1	49,4
da	530	518	509	503	498	491	484	484	478	478	487	486	486	486
a	587	541	537	534	533	528	524	525	522	522	531	531	531	531
$\Delta l$	17	23	31	35		37	40	41	44	44	44	45	45	45

Step 2	P14	P13	P12	P11	P10	P9	P8	P7	P6	P5	P4	P3	P2	P1
da	34,6	36,8	37,9	38,4	39,9	39,1	39,3	39,5	39,6	39,7	39,8	39,2	37,2	29,4
a	60,9	62,7	63,6	64,3	65,2	66,2	67,1	67,6	68,5	68,5	68,2	67,0	63,7	58,0
da	547	541	537	534	533	528	524	525	522	522	531	531	531	531
a	563	565	564	565	567	564	563	566	565	565	575	575	575	575
$\Delta l$	16	24	27	31	34	36	39	41	43	43	44	44	44	44

SEQUENZA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5 = Forza di pretensione (ton)														
$\Delta l$ = Allungamento elastico														

Step 2 FORZE DI PRESOLLECITAZIONE NELLE FUNI PORTANTI

Sequenza di pretensione	P14	P13	P12	P11	P10	P9	P8	P7	P6	P5	P4	P3	P2	P1	Z
0	34,6	38,6	41,6	43,5	45,1	46,1	46,7	47,8	47,9	48,8	49,0	49,2	49,4	49,4	27,82
1	60,9	36,8	40,8	43,1	44,8	46,0	46,7	47,8	47,9	48,8	49,0	49,2	49,5	49,4	27,82
2	57,2	59,4	63,6	38,4	42,7	44,8	46,1	47,6	47,9	48,9	49,3	49,6	49,8	49,6	27,82
3	57,5	59,4	63,6	38,4	42,7	44,8	46,1	47,6	47,9	48,9	49,3	49,6	49,8	49,6	27,81
4	56,8	57,9	59,9	64,3	39,9	43,2	45,2	47,2	47,7	49,0	49,4	49,7	49,9	50,0	27,81
5	56,4	56,9	58,2	60,3	65,2	39,1	43,5	46,2	47,3	48,8	49,4	49,8	50,1	50,0	27,81
6	56,3	56,6	57,3	58,7	60,9	66,2	39,3	44,0	46,8	48,0	49,2	49,8	50,0	50,0	27,81
7	56,1	56,3	56,7	57,6	59,1	61,4	67,1	39,5	44,5	47,3	48,7	49,5	50,1	50,2	27,81
8	56,1	56,2	56,6	57,1	58,1	59,6	61,9	67,8	39,6	45,0	47,4	48,7	49,2	49,9	27,82
9	56,2	56,2	56,4	56,8	57,5	58,5	60,1	62,3	68,5	39,7	45,5	47,5	48,7	49,0	28,82
10	56,4	56,4	56,5	56,8	57,3	58,0	59,0	60,4	62,8	68,5	39,8	45,3	47,0	47,4	27,85
11	56,5	56,6	56,6	56,9	57,2	57,7	58,4	59,3	60,8	62,7	68,2	39,2	44,1	45,0	27,87
12	56,6	56,7	56,8	57,0	57,3	57,6	58,1	58,5	59,5	60,5	62,5	67,0	37,2	40,6	27,90
13	56,8	57,0	57,2	57,3	57,4	57,6	57,9	58,0	58,5	58,8	59,3	60,1	63,7	29,4	27,97
14	56,8	57,0	57,2	57,3	57,5	57,6	57,8	57,8	58,0	58,0	58,0	58,0	58,0	58,0	28,00

Tab. 8.6 a

FUNI PORTANTI

$\Delta t$	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	f(cm)
$\pm 5^\circ$	1,38	1,38	1,38	1,38	1,38	1,40	1,42	1,44	1,48	1,49	1,59	1,67	1,78	1,91	0,7
$\pm 10^\circ$	2,76	2,78	2,77	2,80	2,82	2,85	2,88	2,93	3,00	3,09	3,19	3,43	3,55	3,84	1,5
$\pm 15^\circ$	4,17	4,18	4,18	4,21	4,24	4,30	4,34	4,42	4,53	4,65	4,82	5,09	5,35	5,78	2,2
$\pm 20^\circ$	5,58	5,58	5,59	5,62	5,67	5,67	5,76	5,81	5,91	6,06	6,21	6,75	7,14	7,71	2,9
$\pm 30^\circ$	8,40	8,41	8,42	8,49	8,55	8,66	8,76	8,93	9,13	9,37	9,72	10,18	10,76	11,59	4,4

$\Delta t$  = Variazione di temperatura rispetto alla temperatura di taglio delle hni

FUNI STABILIZZANTI

$\Delta t$	S14	S13	S12	S11	S10	S9	S8	S7	S6	S5	S4	S3	S2	S1
$\pm 5^\circ$	1,70	1,73	1,72	1,71	1,70	1,68	1,65	1,63	1,60	1,55	1,51	1,47	1,42	1,35
$\pm 10^\circ$	3,41	3,41	3,40	3,39	3,36	3,33	3,28	3,23	3,16	3,10	3,01	2,93	2,83	2,71
$\pm 15^\circ$	5,09	5,1	5,08	5,06	5,02	4,98	4,91	4,84	4,74	4,65	4,52	4,39	4,25	4,07
$\pm 20^\circ$	6,78	6,78	6,76	6,73	6,68	6,63	6,53	6,44	6,31	6,19	6,02	5,85	5,66	5,42
$\pm 30^\circ$	10,16	10,15	10,12	10,07	10,00	9,92	9,76	9,63	9,45	9,25	9,02	8,77	8,48	8,13

$\Delta t$  = Variazione di temperatura rispetto alla temperatura di taglio delle hni

Introdotta nel sistema l'energia globale di pretensione, rimane soltanto da controllare l'influenza locale sugli sforzi della variazione aleatoria sulle lunghezze parziali (aste), in fase di marcatura. Per abbattere la dispersione relativa della variabile SK (sforzo nell'asta generica) rispetto alla dispersione della variabile IK (lunghezza dell'asta) sono stati liberati i

morsetti di collegamento, tra la prima e la seconda fase di pretensione.

Il montaggio e la preteensione della rete di funi di cui sono illustrate alcune fasi, nelle figg. 8. 50a,b,c,d si è concluso nel mese di agosto 1983, in perfetto accordo con il diagramma dei tempi o PERT

### 8.3 LA TENSOSTRUTTURA PER LA FIERA DI MILANO

In occasione della Grande Fiera d'Aprile 1986, l'Ente autonomo Fiera di Milano decise di commissionare la progettazione ed esecuzione della copertura di Piazzale Italia. Le ipotesi progettuali individuate nella fase di analisi di fattibilità imponevano di raggiungere i seguenti obiettivi: la



Fig. 8.22 Vista aerea. La tensostruttura della Grande Fiera d'Aprile a Milano

possibilità di coprire globalmente il piazzale senza ostacoli intermedi, forte immagine e caratterizzazione architettonica accompagnata ad una relativa leggerezza fisica strutturale, convertibilità, rapidità ed esecuzione e montaggio.

Con le sudette ipotesi vincolanti di progetto è stato indetto un Concorso per idee. Il progetto vincente, scelto dall'Ente Fiera, sintetizzato formalmente in un modello architettonico (fig. 8.22), proponeva come soluzione del problema progettuale una tipologia strutturale leggera. Si tratta di una tensostruttura che è assunta quale nuova immagine della manifestazione espositiva 1986.

Con la costruzione eseguita per la Fiera di Milano si è voluto, indirettamente, cogliere l'occasione di comunicare un'immagine rappresentativa dell'innovazione tecnologica o, ancor meglio, di una nascente tradizione «leggera» nel costruire, caratteristica e caratterizzante il nostro tempo, in antitesi con la dominante tradizione «massiva».

#### 8.3.1 Descrizione del sistema

La copertura di Piazzale Italia ha una proiezione in pianta di circa 6 000 m<sup>2</sup> e presenta una configurazione perimetrale molto varia eseguita con tratti

curvi. La copertura è dotata di un asse di simmetria trasversale e si estende, collegandosi ad essi, tra il Piazzale delle Nazioni e il Palazzo Nervi delimitanti il Palazzo Italia, superando una distanza di circa 80 m.

L'asse longitudinale della copertura, parallelo al viale dell'Industria, è di 105 m di lunghezza.

La struttura portante principale è costituita da una tensostruttura piana formata da quattro funi portanti e quattro funi stabilizzanti a curvature contrapposte. Le funi portanti hanno una luce libera di 122 m ed una freccia di 14 m circa; le funi stabilizzanti, di 105 m di luce, hanno una freccia di 22 m. (Fig.8.24)

Tutte le funi portanti e stabilizzanti hanno un diametro nominale di 3,2 mm, resistenza a rottura minima di 1 600 N/mm<sup>2</sup> e protezione anticorrosione mediante zincatura su tutti i fili elementari di tipo B. Il collegamento tra funi portanti e stabilizzanti è costituito da tiranti doppi realizzati con funi  $\phi$  12 mm fissate ad esse mediante speciali giunti ed attrito. La tensostruttura principale è dotata di un sistema strutturale d'ancoraggio a cavalletto formato da due colonne d'acciaio Fe 510B, disposte a V, con vertice verso l'alto e 10 m d'apertura alla base, di diametro esterno 900 mm, 12 mm di spessore. Il cavalletto è stabilizzato dal tirante esterno che parte dal vertice e si ancora a terra a 50 m di distanza. Questo tirante, esecutivamente, è formato dalle stesse funi portanti che proseguono, senza interruzione materiale, disponendosi in corri-

Fig. 8.23 Modello architettonico



spondenza della testa del cavalletto su una sella di 85 cm di raggio.

Le teste d'ancoraggio delle funi portanti e stabilizzanti sono di tipo regolabile a barra filettata per permettere l'introduzione mediante martinetti idraulici, nel sistema tensostrutturale, dello stato di pretensione iniziale (stato "0") (fig. 8.25).

La superficie della membrana, di copertura, eseguita con un materiale

- Fe 360  $\sigma_{amm} \leq 160 \text{ N/mm}^2$
- Acciaio per carpenteria:
- Fe 510  $\sigma_{amm} \leq 240 \text{ N/mm}^2$
- Collegamenti bullonati:
  - { viti classe 8-8 secondo UNI 3740
  - { dadi classe 6.5
- Funi in acciaio spirodali zincate: classe B  $\sigma \geq 1600 \text{ N/mm}^2$
- Membrana di copertura:
  - natura del supporto:
  - PES (Poliestere) DIN 60001

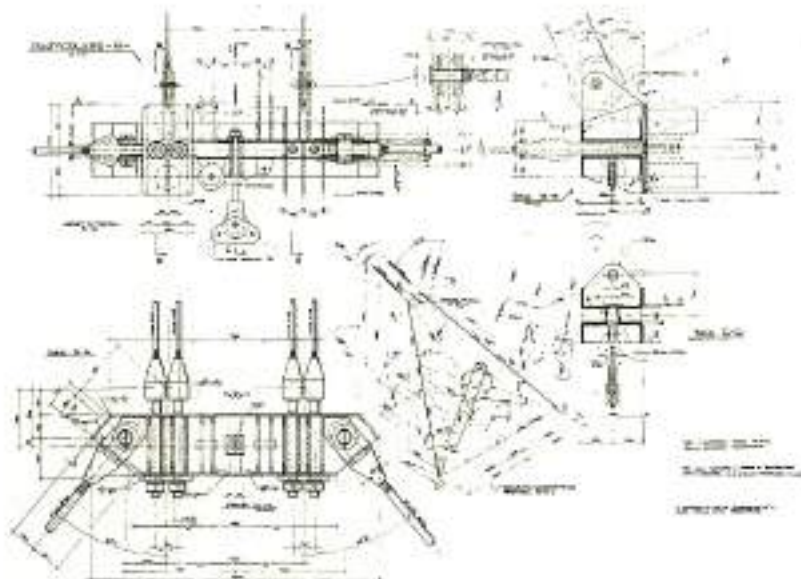


Fig. 8.25 Particolari costruttivi: ancoraggio della fune stabilizzante.

sintetico, è dotata di curvatura totale o gaussiana negativa e la configurazione geometrica è stata ottenuta imponendo: l'equilibrio di ogni suo punto in stato di presollecitazione e le condizioni di vincolo geometrico al contor-

- tipo di tessitura: P 2/2 DIN 61101
- peso del supporto: 370  $\text{gr/m}^2$  DIN 53854
- natura della spalmatura: 2 - facce PVC DIN 4102
- peso totale: 1050  $\text{gr/m}^2$  DIN 53352
- resistenza alla trazione in trama: 5750  $\text{N/5 cm}$  DIN 53354
- protezione al fuoco: classe I DIN 4102 B1

per quanto riguarda la legge costitutiva del materiale ci si è avvalsi dei seguenti diagrammi  $\sigma - \epsilon$  ottenuti con prove biassiali. (Fig. 8.27)

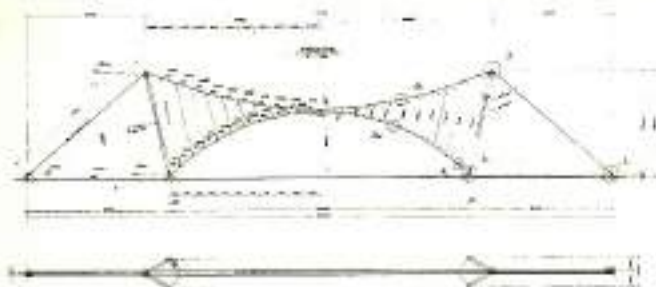
### 8.3.3 Analisi dei carichi

E inoltre importante notare che la costruzione è soggetta esclusivamente al carico del vento intendendo la copertura ad uso estivo in accordo col punto 6.3 della CNR-1001 2-85.

### 8.3.2 I materiali

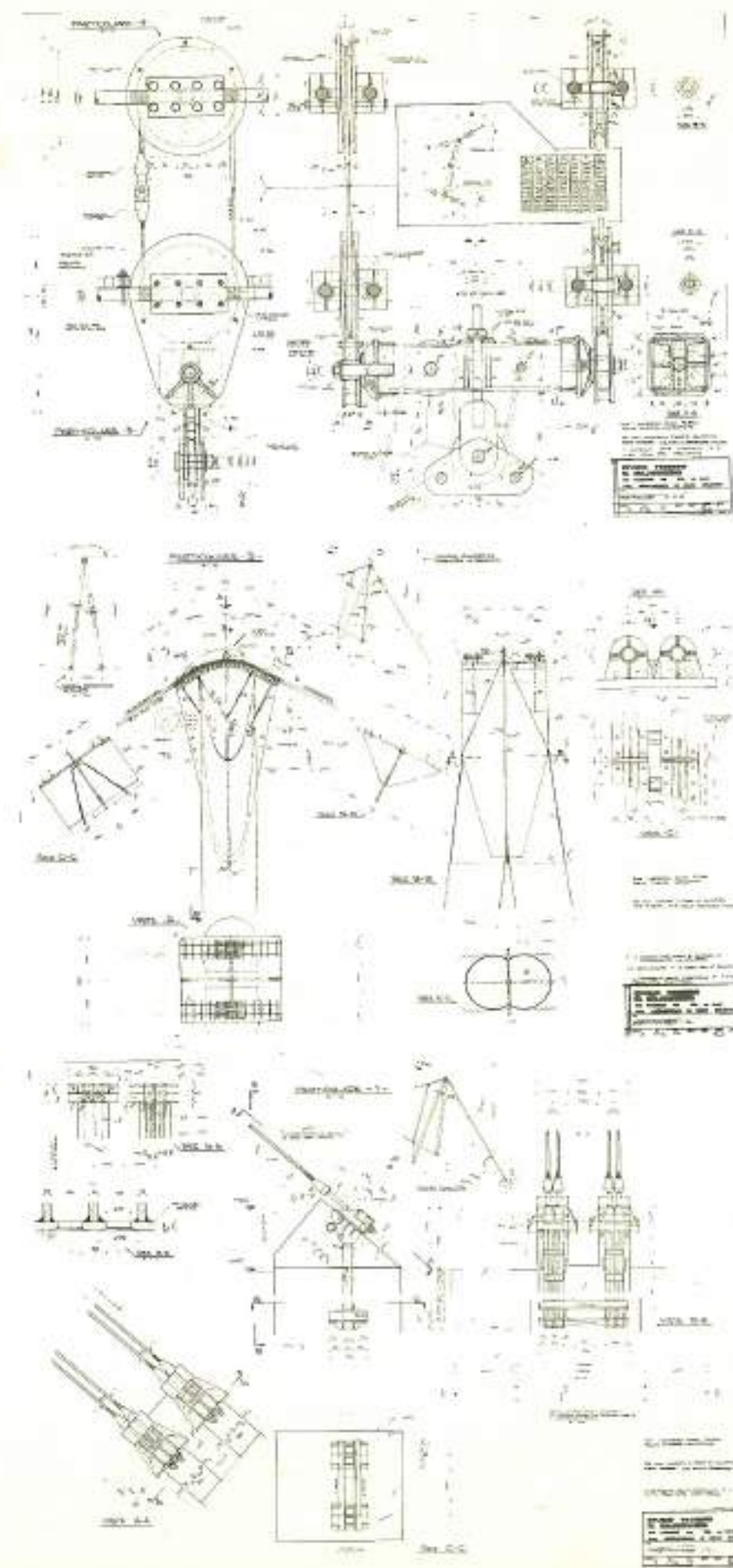
- Acciaio per carpenteria:

Fig. 8.24 Fronte e pianta della tensostruttura longitudinale



no. Questi vincoli sono rappresentati dalle quote degli attacchi disposti all'intradosso della tensostruttura centrale ed agli ancoraggi disposti sul Palazzo Italia, Nervi ed a terra.

Fig. 8.26 Disegni esecutivi



**Carichi permanenti**

Peso proprio copertura: 20 N/m<sup>2</sup>

**Carichi accidentali**

Carico accidentale aleatorio gravitazionale equivalente: 300 N/m<sup>2</sup>  
 Vento (pressione base): 800 N/m<sup>2</sup>  
 Coefficiente aerodinamico medio:  
 C = -0,8

**Azioni termiche**

ΔT = +25°C.

**8.3.4 Condizioni e combinazioni di carico**

Le condizioni di carico considerate per la membrana di copertura sono:

1. Pretensione
2. Peso proprio della copertura
3. Carico accidentale gravitazionale equivalente
4. Carico del vento.

Le condizioni di carico per la tensostruttura sono:

1. Pretensione
2. Peso proprio della copertura + tensostruttura
3. Carico accidentale gravitazionale equivalente
4. Carico del vento.
5. Variazioni termiche: a) 0°C; b) 25°C.

Le combinazioni di carico per la membrana sono:

- A-1
- B-1+2+3
- C-1+2+4

Le combinazioni di carico per la tensostruttura sono:

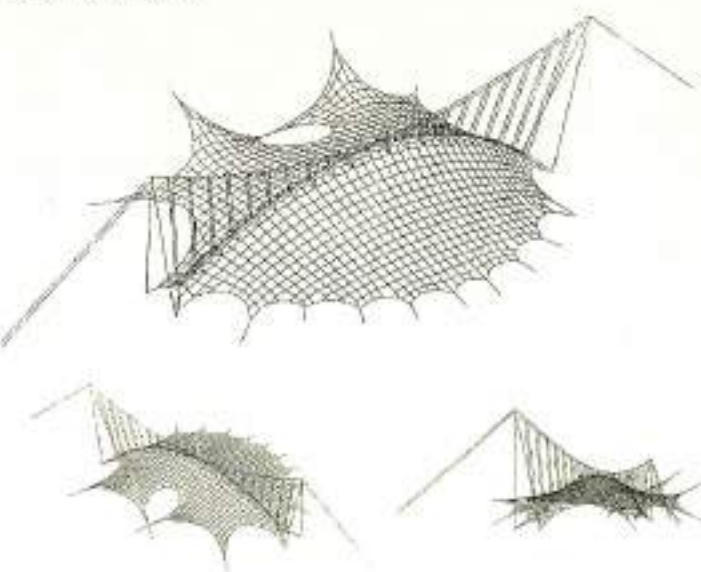


Fig. 8.28 Sequenza iterativa di progetto

- A - 1
- B - 1 + 2 + 3 + 5a
- C - 1 + 2 + 3 + 5b
- D - 1 + 2 + 4 + 5a
- E - 1 + 2 + 4 + 5b

**8.3.4.1 Lo stato "0"**

La ricerca di questo stato iniziale di partenza viene fatta usufruendo delle condizioni di equilibrio scritte per ogni nodo della schematizzazione nodi-aste della struttura continua, in accordo con la teoria illustrata nel volume cui si fa riferimento nella nota della Premessa.

La ricerca di stato «0» ha richiesto una modellazione strutturale con 1320 nodi a 3 G.D.L. e 2468 aste. Con il programma interattivo grafico RETE sono stati ottenuti e graficati i risultati della sequenza interattiva di progetto (fig. 8.28).

Fig. 8.29 Montaggio del sistema strutturale principale: tensostruttura e cavaletti di ancoraggio.

Fig. 8.30 Sollevamento centrale della membrana

Fig. 8.31 Collegamento della membrana in corrispondenza dei punti di ancoraggio sul Palazzo delle Nazioni.

Fig. 8.32 Particolare di ancoraggio delle funi portanti.

Fig. 8.33

Fig. 8.33

**8.3.4.2 Lo stato di caricamento.**

La variazione di stato di sollecitazione nella tensostruttura, in conseguenza delle varie fasi di carico considerando, è stata ottenuta mediante il programma TENSO che risolve il modello matematico basato sul metodo dell'equilibrio seguendo la procedura iterativa alla Newton-Raphson.

La modellazione strutturale per l'analisi statica è stata eseguita su una mesh ridotta usufruendo, quando possibile, delle condizioni di simmetria. La configurazione hardware sulla quale sono stati implementati i programmi interattivi di analisi strutturale è la seguente:

CPU Olivetti - AT & AT mini computer  
 Video Display Olivetti - AT & T DMD 5620  
 Plotter Calcomp 1042

**8.3.4.3 I risultati di calcolo**

I risultati di calcolo, ottenuti per le combinazioni di carico considerate, sono qualitativamente valutabili, in termini deformativi, dalle graficazioni di figura 8.10.

Allo scopo di svolgere le verifiche di

resistenza si raccolgono nella seguente tabella gli sforzi massimi ottenuti negli elementi strutturali: dove:

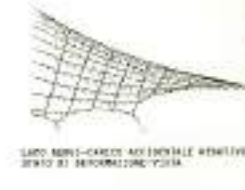
Tab. 8.7

Combinazione	SP [kN]	SS [kN]	SS' [kN]	ST [kN]	SC [kN]
A	2 305	1 296	890	96	-1 163
B	2 644	197	135	127	-1 319
D	2 316	1 330	914	95	-1 176

SP=Sforzo fune portante nell'asta N. 35  
 SS= Sforzo fune stabilizzante nell'asta N. 34  
 SS'=Sforzo nell'asta di collegamento tra fune stabilizzante e ancoraggio (L=Locale)  
 ST=Sforzo nei tiranti di collegamento  
 SC=Sforzo nella colonna(L=Locale).

Nelle foto di questa pagina è possibile seguire la sequenza costruttiva e di montaggio, ed è inoltre illustrativo il risultato finale che ha pienamente rispettato gli obiettivi previsti nelle ipotesi iniziali di progetto.

Fig. 8.34







**Fig. 8.11** Tensostruttura per la Fiera di Milano.

La soluzione adottata riprende la tecnica costruttiva dei ponti sospesi. La membrana della copertura è infatti appesa ad un ordito di cavi contrapposti e presollecitati, che a loro volta gravano su un sistema di ancoraggio contrapposto di due coppie di piloni in tubi di acciaio.

La tensostruttura copre i 6 000 m<sup>2</sup> del Piazzale Italia.

**Progetto ed esecuzione:**

Committente:

Ente Autonomo per la Fiera di Milano.

Progetto vincente del Concorso per idee:

Studio tecnico Majowiecki & Asadati,

Bologna.

Plasteco S.p.A., Milano.

Progettazione strutturale:

ing. Luigi Antonietti (c.a.), Milano - prof. ing.

M. Majowiecki (strutture metalliche e tensostrutture).

Direzione lavori:

ing. Luigi Antonietti.

Coordinatore per conto dell'Ente Fiera:

arch. Luciano Sgalbuzzi, Milano.

Collaudatore statico:

prof. ing. Pietro Matildi, Bologna.

Appaltatore generale e costruttore della membrana:

Canobbio S.p.A., Milano (Consulente: H. Mühlberger).

Tensostrutture: Rodaeli Tecna S.p.A., Cologno Monzese (Milano).

Installazione: Tensotec S.r.l., Cologno Monzese (Milano).

Tubi saldati per le due coppie di piloni:

Nuova Italsider, Genova (produzione Taranto).

Carpenteria metallica:

CO.ME.F. Pretalibrati S.r.l., Garbagnate Milanese (Milano).

Materiale di copertura:

Nazil (Plastivetel).

## 8.4 COPERTURA DEL NUOVO STADIO DI TORINO

### 8.4.1 Il sistema strutturale

Il sistema tensostrutturale di copertura adottato per la costruzione del nuovo stadio di Torino è costituito essenzialmente da:

- una ordinatura radiale di tensostrutture piane;
- un anello interno circolare bilobato di contrasto;
- due reti di funi a superfici iperboliche;
- un sistema d'ancoraggio esterno strallato;
- un sistema fondazionale a gravità.

$x$  ed  $y$  sono generate con un angolo al centro costante di circa  $2^{\circ},54$ . Le tensoallineate con i fili 7-14 hanno un angolo generatore relativo di  $7^{\circ},22$ .

In funzione dello stato di sollecitazione e deformazione le tensostrutture piane sono state dimensionate diversamente e riunite in due gruppi.

Le caratteristiche geometriche e meccaniche principali del sistema tensostrutturale sono illustrate nelle figg. 8.1.a-b.

Tutte le funi sono di formazione spiroidale chiuse e/o aperte, zincate (classe B), con resistenza elementare dei fili a «Z» esterni maggiore di  $1570 \text{ N/mm}^2$  e di quelli circolari interni maggiore di  $1770 \text{ N/mm}^2$ .

Al sistema di orditura radiale delle ten-



#### 8.4.1.1. Tensostrutture piane

Le tensostrutture di tipo piano sono costituite da due funi portanti, due funi stabilizzanti ed un sistema di collegamento di parete in fune ad andamento quasi parallelo e sono ordinate in direzione radiale rispetto ai centri  $C_1$  e  $C_2$  delle curve policentriche, omotetiche, generatrici dello schema geometrico generale dello stadio.

Le tensostrutture corrispondenti agli allineamenti da 1 a 6 e simmetriche secondo

sostrutture piane è associata l'orditura secondaria di supporto del manto di copertura. Le travi, sospese al livello della fune stabilizzante, vincolate in semplice appoggio, sono realizzate con un traliccio a sezione triangolare. Il manto di copertura (Deck) appoggiato e collegato all'estradosso delle travi secondarie, è costituito da lamiera grecata con  $H = 200$  mm di altezza e di spessore  $s = 12/10$  mm, da uno strato di coibentazione e da un manto di impermeabilizzazione di estradosso realizzato con



Fig. 8.37

Modello architettonico.  
Prospetto ovest.

Fig. 8.35

due lamine di alluminio vincolate meccanicamente alle lamiere grecate di intradosso.

#### 8.4.1.2. Anello interno circolare

L'anello interno, che ha la funzione principale di equilibrare in un sistema locale chiuso gli sforzi orizzontali trasmessi dalle tenso radiali, è configurato geometricamente in pianta da quattro archi di cerchio aventi  $56,468$  m di raggio. Per minimizzare il raggio di curvatura e, conseguentemente, lo sforzo dell'anello, è stato necessario introdurre un tirante trasversale che caratterizza la configurazione policentrica bilobata dell'anello di contrasto. L'anello è formato da 6 funi,

+31,5148, a quota +26,00 m ed in fondazione a quota +8,215 m. La copertura di queste zone raccorda la copertura generale in un settore di stadio mancante del terzo livello di tribune. La copertura, in corrispondenza della rete di funi, è realizzata in P.T.F.E. (Teflon) con il 60% di traslucidità. La membrana è fissata alla rete per linee e/o punti mediante collegamenti meccanici.

#### 8.4.1.4. Sistemi di ancoraggio

Il sistema di ancoraggio delle tensostrutture piane e spaziali è quello di cavalletti esterni strallati, eseguiti con colonne tubolari di acciaio e funi di

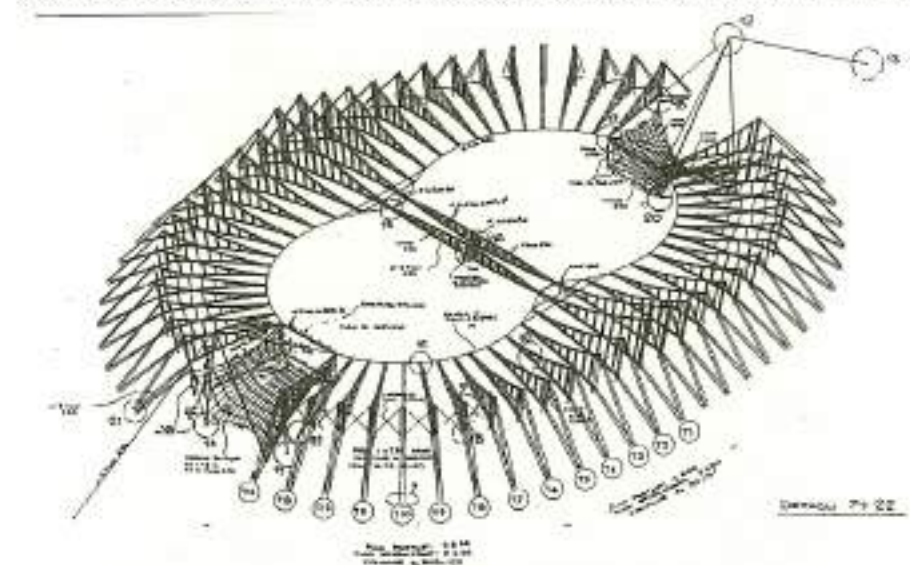


Fig. 8.36

$\varnothing 84$  mm, a formazione spiroidale, zincate, chiuse, disposte su piani orizzontali a quota +41,00 m distanziate tra loro verticalmente allo scopo di permettere un funzionale collegamento con le tenso radiali. Le funi del tirante interno sono realizzate con  $2 \times 6 \varnothing 66$  mm, della stessa formazione delle funi precedenti.

#### 8.4.1.3. Reti di funi

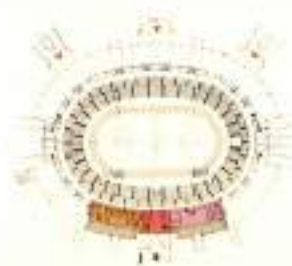
Due reti di funi a maglia quadrangolare con superfici a curvatura negativa (a sella) sono disposte nelle zone centrali delle curve Nord-Sud. La rete di funi si ancora all'anello centrale a quota +41,21 m, alla struttura portante del terzo livello di tribune a quota

strallo. Per quanto riguarda le zone in rettilineo, i cavalletti di ancoraggio si appoggiano alle strutture delle tribune di terzo livello ad una quota variabile tra +35,539 e +35,556 m. Le sommità delle colonne si trovano a quote comprese tra +50,868 m e +60,834 m. Gli ancoraggi degli stralli sono impostati a quota +21,05 m. I tubolari in acciaio sono realizzati con diametri compresi tra 508 mm e 762 mm e spessori tra 10 mm e 14,2 mm. La qualità del materiale è Fe 510 C. Gli stralli superiori ed inferiori sono realizzati con le stesse funi adottate per le funi portanti e stabilizzanti. Anche il sistema di ancoraggio delle reti di funi e dell'anello in curva è costituito da un



Fig. 8.39 Stadio delle Alpi di Torino

Progetto ed esecuzione:  
 Progetto:  
 arch. Sergio Hutter,  
 arch. Toni Cordera,  
 ing. Massimo Majowiecki, Bologna  
 ing. Francesco Osola, Torino;  
 Direzione lavori strutture:  
 ing. M. Majowiecki,  
 ing. F. Osola -  
 Collaudo in corso d'opera:  
 ing. E. Castiglia, Torino -  
 Imprese: Costruzioni Generali  
 Prefabbricate S.p.A., Milano, CGE-  
 CO S.p.A., Roma,  
 CTP S.p.A., Roma -  
 Coperture:  
 Kaefar Isolertechnik, Bremen,  
 Hoeoovers, Koblenz -  
 Montaggio: Decalift S.D.A., Torino.



cavalletto di ancoraggio formato da due colonne tubolari di 1600 mm di diametro e 28 mm di spessore posizionati a V e inclinate di 10° verso l'esterno rispetto alla verticale: il vertice della V è a 73,5296 m di altezza e la base, di 35,8 m, è impostata a quota + 9,90 m. Gli stralli, realizzati con 4 funi Ø 80, sono ancorati sul diametro longitudinale del campo a 237,5 m dal centro, ed a quota + 15,00 m.

**8.4.1.5. Sistema di fondazione a gravità**

Le fondazioni relative agli sforzi di trazione trasmessi dalle tensostrutture (ancoraggi) sono previste del tipo a gravità. In corrispondenza di queste fondazioni sono previsti tutti i collegamenti regolabili atti ad introdurre gli sforzi di pre-tensione.

**8.4.2. Analisi dei carichi**

*Carichi permanenti*

Peso proprio funi + morsetti:	75 N/m <sup>2</sup>
Particolari costruttivi (per ogni tensostruttura):	15 kN
Copertura:	250 N/m <sup>2</sup>
Arcaiecci:	120 N/m <sup>2</sup>
Carichi tecnologici concentrati (4 x 3 per ogni tensostruttura):	12 kN
Imprevisti:	80 N/m <sup>2</sup>

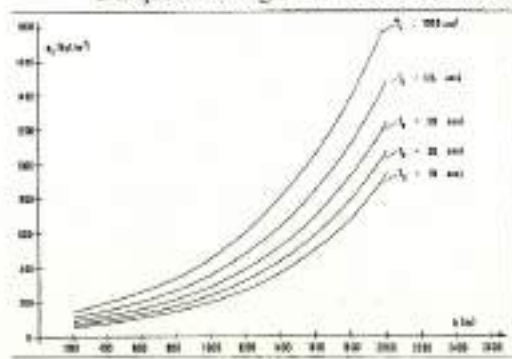
**8.4.2.1 Carichi accidentali**

**Analisi statistica del carico neve q<sub>s</sub>**

A questo proposito è stata eseguita un'analisi statistica sul carico della neve da assumere in fase di progetto per una località del Piemonte situata ad una quota attorno ai 300 m s.l.m. [1].

Da questa indagine il valore caratteristico

Fig. 8.40 Valore caratteristico del carico neve al suolo per un determinato periodo di ritorno T<sub>0</sub>.



co del carico della neve al suolo, definito quale valore argomentale «q<sub>10</sub>» con un

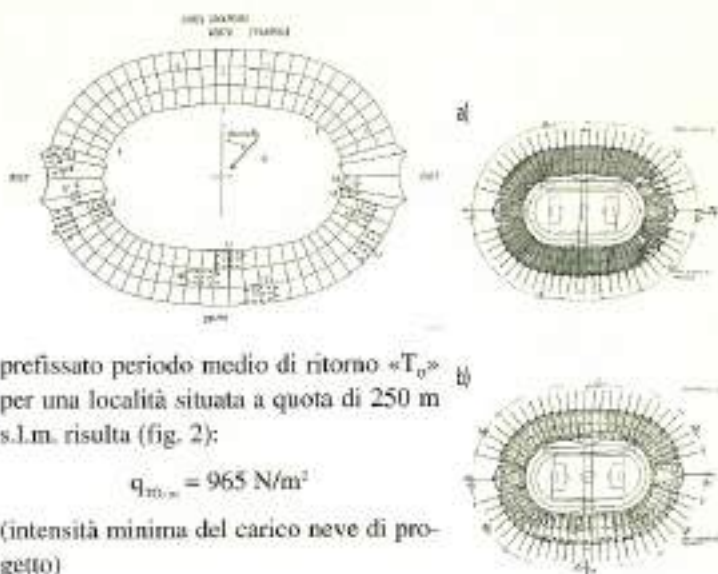


Fig. 8.41 Posizionamento dei punti di misura sul modello rigido.

prefissato periodo medio di ritorno «T<sub>0</sub>» per una località situata a quota di 250 m s.l.m. risulta (fig. 2):

$$q_{10,0} = 965 \text{ N/m}^2$$

(intensità minima del carico neve di progetto)

$$q_{10,90} = 1220 \text{ N/m}^2$$

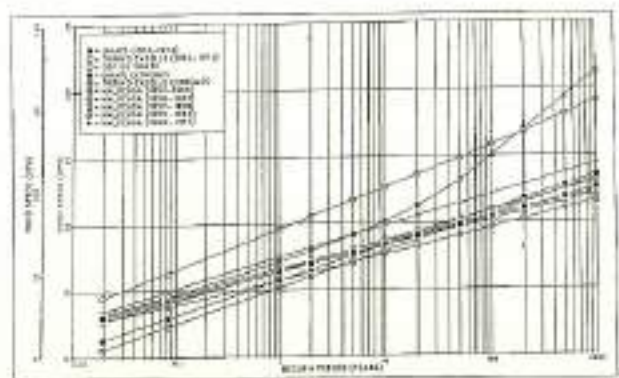
(intensità di progetto adottata in funzione delle richieste caratteristiche di durabilità del sistema strutturale principale). Il coefficiente di esposizione adottabile in funzione della forma della copertura è  $\mu = 0,8$ , in accordo con le CNR-UNI 10012/85 e le Règles N° 84 Francesi. Data l'estensione della copertura, i coefficienti di esposizione e distribuzione sono stati determinati più accuratamente mediante l'analisi sperimentale illustrata di seguito.

Fig. 8.42 a) Distribuzione della neve per effetto del vento diretto da 0° (CESTP) [2].  
b) Distribuzione della neve per effetto del vento diretto da 90° (CESTP) [2].

**8.4.2.2 Analisi sperimentale della distribuzione del carico neve in funzione della direzione del vento**

Data l'inusuale dimensione dell'opera è stata eseguita un'indagine sperimentale relativa all'individuazione della

Fig. 8.43 Analisi statistica della velocità media di riferimento del vento (Torino-Casale).

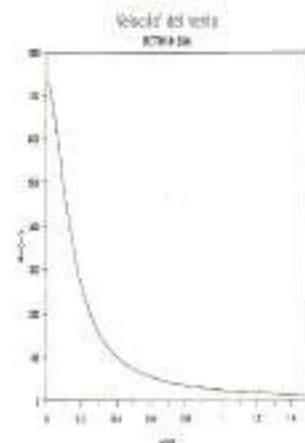


distribuzione della neve in funzione di una intensità e durata prefissata del vento e per tre differenti direzioni di provenienza.

Le indagini sperimentali sono state eseguite con il B.E.A.N. (Banc d'Essais d'Accumulation de la Neige due au vent) presso il C.E.B.T.P. a Saint Remy les Chevreuse.

Per le analisi statiche e dinamiche sono state adottate le distribuzioni illustrate nelle figure 3a-3b per direzioni di incidenza del vento  $\theta = 0^\circ$  e  $\theta = 90^\circ$ .

Fig. 8.44 Funzione di densità spettrale di potenza D.S.P. in accordo con il modello di Esdu.



**8.4.2.3 Analisi statistica della velocità di riferimento del vento V<sub>ref</sub>**

L'importanza dell'opera e le caratteristiche del sistema strutturale di copertura concorrono all'esigenza di un accurato esame degli effetti prodotti dal vento.

Per un tale esame è richiesta un'attendibile definizione di un «modello locale del vento» che comprende:

- la valutazione della struttura del vento indisturbato
- la determinazione della distribuzione delle pressioni esercitate dal vento sulla costruzione.

La struttura del vento risulta univocamente determinata dal profilo della velocità media e dalla densità spettrale di potenza incrociata della turbolenza atmosferica.

La velocità media del vento è a sua volta definita dalla intensità della velocità e della forma del profilo.

I criteri per la determinazione della

struttura del vento sono, in forma molto semplificata, ufficializzati nella più recente normativa specifica nazionale: le Istruzioni del C.N.R. 10012/85 «Azioni sulle costruzioni». A queste si è fatto riferimento per i valori numerici di alcuni parametri che definiscono il modello del vento. La velocità media del vento V<sub>s</sub> (in m/s) è espressa dalla relazione (CNR-UNI 10012/85 sulle «Azioni sulle costruzioni»):

$$V_s = V_{ref} \cdot \alpha \cdot \alpha_s$$

dove per V<sub>ref</sub>, valore della velocità media del vento in un intervallo di 10 minuti primi misurata a 10 m dal suolo, la normativa assume per ogni direzione un valore di 30 m/s, che per il sito in esame appare troppo elevato. A questo proposito sono state eseguite le necessarie indagini statistiche relative all'intensità e direzione del vento per il sito di costruzione, avvalendosi dei dati forniti dal «Centro nazionale di meteorologia e climatologia aeronautica» dell'Aeronautica Militare per la Stazione di Torino Caselle (distante 20 km). I dati di ventosità rilevati nel periodo 1951-1978 relativi ai valori massimi annuali V<sub>50</sub> (m/s) della velocità media del vento con settori di provenienza di 30° di ampiezza sono stati sottoposti ad analisi statistica, attribuendo alla variabile campionata V<sub>50</sub> la legge distributiva cumulativa di Gumbel

$$F(V_{50}) = \exp \{ -\exp [ -(VM-U)/a ] \}$$

dalla quale si deduce la relazione tra il generico evento massimo annuale V<sub>t</sub> ed il corrispondente periodo di ritorno t (in anni)

$$V_t = U - a \ln [ -\ln (1 - 1/t) ]$$

In funzione della qualità e quantità di registrazioni relativamente esigue, l'analisi statistica è stata correlata con l'analisi cosiddetta «parent» su misure mensili e giornaliere ottenute ad intervalli di 6 ore. I risultati ottenuti forniscono per T<sub>0</sub> = 50 anni il valore (fig. 8.44)

$$V_{ref} = 23,50 \text{ m/s}$$

Fig. 8.45 a) Modellazione solida della copertura.  
b) Modello matematico della zona in curva.

In accordo con le CN R-UNI 10012/85 si adotta:

$\alpha_z$  (coefficiente di topografia) = 1  
 $\alpha_r$  (coefficiente di ritorno) = 1  
 mentre per il coefficiente di profilo  $\alpha_z$  si considera la struttura appartenente alla categoria 2 per direzioni del vento: 0°, 30°, 60°, 90°. Si considera la struttura appartenente alla categoria 4 per direzioni del vento: 120°, 150°, 180°. Considerando  $Z_{ref} = 34,50$  m (a favore della sicurezza), dalla relazione:

$$\alpha_z = K \ln(z/z_0)$$

si ottiene:

$$\alpha_z \begin{cases} 1,242 \text{ (2ª categoria } K = 0,19 - z_0 = 0,05) \\ 0,247 \text{ (4ª categoria } K = 0,27 - z_0 = 1,50) \end{cases}$$

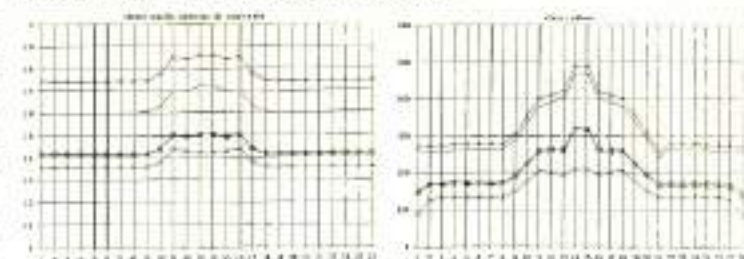
Finalmente si giunge ad ottenere i seguenti valori di progetto:

- velocità cinetica media  
 $V_{z=29,187}$  m/s (2ª categoria)  
 $V_{z=19,904}$  m/s (4ª categoria)
- pressione cinetica media  
 $P_{z=532}$  N/m² (2ª categoria)  
 $P_{z=248}$  N/m² (4ª categoria)

#### 8.4.2.4 Analisi sperimentale della distribuzione del vento-determinazione dei coefficienti di pressione $C_p$

Per ottenere indicazioni sufficientemente realistiche dell'effettivo campo delle pressioni, non ottenibili dalla normativa esistente in materia, sono state eseguite le relative indagini sperimentali in galleria del vento con un modello dello stadio che comprende l'ambiente circostante. La determinazione delle pressioni statiche medie locali temporali sull'estradosso e l'intradosso della copertura è stata eseguita su un modello rigido in scala 1/300. Il modello è stato realizzato in materiale plastico ed in legno. I punti di misura 242 posizionati su 19 pannelli (estradosso ed intradosso), permettono di ottenere le misure delle pressioni medie statiche locali per 7 incidenze del vento ogni 30° su 180°: le incidenze  $I = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  sono associate

alla rugosità del suolo caratterizzata da  $k = 0,22$  (area suburbana industriale), mentre le incidenze  $I = 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ$  sono associate ad una



rugosità caratterizzata da  $k = 0,27$  (aree urbane nelle quali almeno il 50% degli edifici abbia altezza superiore a 15 m) I gradienti verticali tipici della velocità media sono determinati e simulati secondo la legge:

$$\bar{V}_z/V_z = (\bar{z}/z_g)^\alpha$$

dove:

- $\bar{V}_z$  = velocità media a livello  $z$
- $V_z$  = velocità a livello  $z_g$  dove  $V$  diviene costante
- $z_g$  = altezza caratteristica
- $\alpha$  = esponente il cui valore dipende dal tipo di rugosità.

L'intensità della turbolenza al livello  $z$  è definita dall'espressione:

$$I_z = \sigma/\bar{V}$$

dove  $\sigma$  è la deviazione standard della componente fluttuante della velocità del vento  $\bar{V}$  è la velocità media al livello  $z$ . Le prove sono state eseguite nella galleria a regime turbolento dell'Università del Western Ontario. I risultati forniscono i coefficienti di pressione puntuali (peak local coefficient) e superficiali (average area coefficient). Il segno positivo indica che il carico indotto è diretto verso il basso. In fig. 6a-b sono illustrati i coefficienti di pressioni  $C_p$  locali di picco e quello medio spaziale su un'area di circa 200 m². I coefficienti di picco sono utilizzati per il dimensionamento dei collegamenti locali del materiale di copertura, mentre le medie spaziali su aree comprese tra 100-200 m² sono adottate per il dimensionamento delle strutture

Fig. 6.40

- a) Distribuzione degli sforzi sulle colonne.
- b) Distribuzione delle forze sulla nastro centrale.
- c) Distribuzione delle forze sugli strati delle funi portanti per combinazioni simmetriche ed asimmetriche di carico.

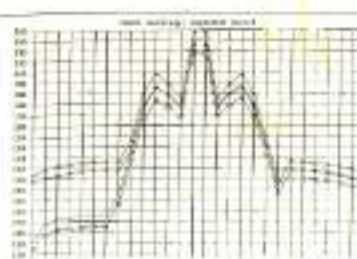


Fig. 6.41

- a) Coefficienti puntuali di pressione (PEAK LOADS).
- b) Coefficienti mediati spazialmente (AREA LOADS).

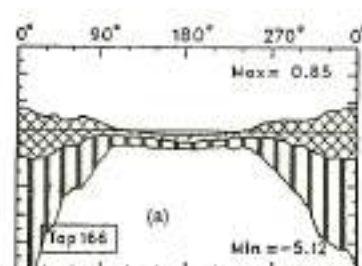
Fig. 6.42 Funzione di densità spettrale di potenza D.S.P. in accordo con il modello di Esdu.

secondarie. E' da notare che il valore adottato risulta conservativo data la non contemporaneità dei massimi e considerando che la distribuzione uniforme su tutta la copertura porta a considerare un valore di pressione molto maggiore nei pannelli dove i massimi si ottengono per incidenze azimutali del vento differenti. La pressione media equivalente elaborata dai dati sperimentali è:

$$p_{equiv} = 470 \text{ N/m}^2$$

che appare appropriata considerando la grande estensione della copertura.

#### 8.4.2.5 Azioni dinamiche



Il sistema strutturale di copertura è soggetto ad azioni dinamiche indotte dal sisma e dal vento. E da notare che, data la modesta sismicità della zona in cui è sito il cantiere, l'azione dinamica prodotta dall'azione fluttuante del vento è predominante ai fini delle verifiche strutturali.

#### 8.4.2.6 Azione del vento

Il modello di impiego pressoché universale per l'analisi dinamica degli effetti del vento sulle costruzioni consiste nell'esprimere la velocità del vento in un punto e lungo una direzione assegnati quale somma dei termini:

$$V(t) = \bar{V} + v'(t)$$

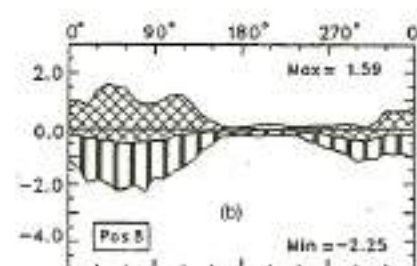
Le grandezze di risposta (deformazioni e sollecitazioni in termini probabilistici da usare ai fini delle verifiche) sono stati stabiliti, in accordo con le CNR-UNI 10012/85, quale somma degli effetti della componente «statica» del vento ( $\bar{V}$ ), avente un periodo medio

di ritorno pari a 50 anni, e di quelli dinamici prodotti dalla componente turbolenta ( $v'(t)$ ) in direzione di  $\bar{V}$ .

#### 8.4.2.7 Modello della componente turbolenta del vento $v'(t)$

Nel modello matematico si descrive la sola componente codiretta con  $\bar{V}$ . La funzione scalare  $v'(t)$ , variabile nel tempo e nello spazio, trova una classica modellazione nei termini di un campo stocastico, gaussiano ed ergodico. Il campo stocastico ipotizzato risulta completamente definito dalla sua funzione di densità spettrale di potenza:

$$S_v(n|D)$$



dove  $n$  è la frequenza (Hz) e  $|D|$  il modulo della distanza relativa tra due punti. La forma più diffusa nella letteratura tecnica per  $S_v(n, |D|)$  è la seguente:

$$S_v(n, |D|) = S_v(n) \sqrt{C_{oh}(n, D)}$$

La funzione  $S_v(n)$  sono diagrammate per  $V = 29,187$  m/sec in fig. 7.

#### 8.4.2.8 Azioni indirette

In accordo con le CNR-UNI 10012/85 si assume uno scarto di temperatura rispetto a quella media locale di  $\Delta t = \pm 25^\circ\text{C}$  (per strutture metalliche esposte direttamente alle azioni atmosferiche). La variazione di temperatura viene considerata uniforme non essendo prevedibili differenze sensibili di temperatura fra i singoli elementi per diversità di esposizione. Il coefficiente di dilatazione termica è:

$$\alpha_T = 0,000012^\circ\text{C}^{-1}$$

8.4.2.9 Le condizioni di carico statiche

Le condizioni di carico statiche considerate sono:

- Stato di pre-tensione
- Stato di pre-tensione + carichi permanenti (Stato «0»)
- Azione della neve
  - $q_s (T_0 = 50) = 965 \text{ N/m}^2$
  - $q_s (T_0 = 175) = 1220 \text{ N/m}^2$
- Azione del vento pseudostatica
  - $q_v = 532 \text{ N/m}^2$ ;  $C_F = -0,8$  ( $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ )
  - $q_v = 248 \text{ N/m}^2$ ;  $C_F = -0,8$  ( $120^\circ, 150^\circ, 180^\circ$ ).
- Variazioni di temperatura  $DT = \pm 25^\circ \text{ C}$
- Le condizioni di carico dinamiche
- Azione dinamica del vento direzione  $\phi = 0^\circ$
- Azione dinamica del vento direzione  $\phi = 90^\circ$ .

8.4.3 Modello geometrico-meccanico

La modellazione geometrica è stata ottenuta, sfruttando gli assi di simmetria della struttura, per un quarto della struttura mediante il metodo classico di ricerca dello Stato «0» tipico delle tensostrutture. Fissato un certo livello di pre-sollecitazione su un insieme di nodi e aste interconnesse, la ricerca della configurazione geometrico-tensionale iniziale viene eseguita usufruendo delle condizioni di equilibrio per ogni nodo interno secondo il modello matematico seguente:

$$\sum \bar{S}_{ki} + P_k = 0$$

dove:

$\bar{S}_{ki}$  = sforzo nell'asta  $ki$  generica in Stato «0»  
 $P_k$  = carico applicato al nodo  $k$  in Stato «0».

La sommatoria è estesa a tutte le aste concorrenti in  $k$ . La configurazione geometrica finale è stata visualizzata in fig. 8 mediante uno speciale programma di analisi interattiva grafica dedicato alle tensostrutture (RETE).

combinazione di carico

- A pretensione + permanenti
- B pretensione + permanenti + neve
- C pretensione + permanenti + neve - di
- D pretensione + vento (5)
- E pretensione + vento (6)
- F pretensione + vento (7)
- G pretensione + vento (8)
- H pretensione

combinazione	us[cm]			
	max	nodo	min	nodo
B	19.16	21	-10.70	30
C	17.60	21	-10.71	30
D	3.62	30	-9.56	21
E	3.55	30	-8.25	21
F	3.63	30	-9.54	21
G	3.56	30	-8.36	21

combinazione	max			
	nodo	min	nodo	
B	8.79	245	-8.16	255
C	8.36	261	-7.84	255
D	2.80	255	-4.66	261
E	3.11	255	-4.48	261
F	3.14	255	-4.01	261
G	3.67	262	-3.70	245

combinazione	max			
	nodo	min	nodo	
B	10.77	1	-73.11	21
C	19.02	1	-69.14	21
D	32.53	21	-19.75	1
E	31.09	21	-1.43	30
F	32.51	21	-19.67	1
G	31.36	21	-1.44	30

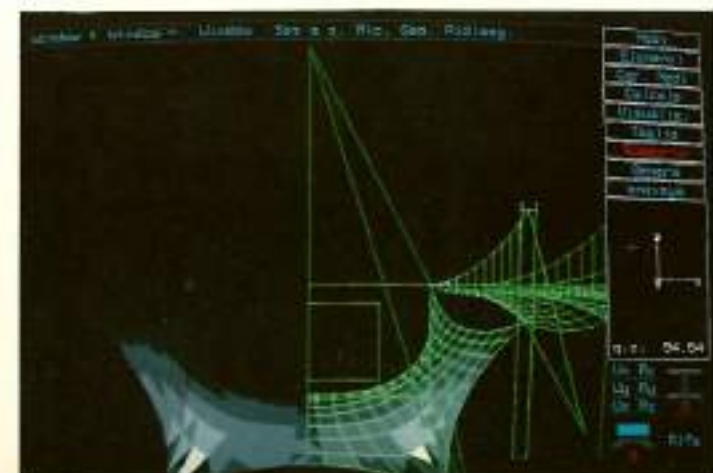
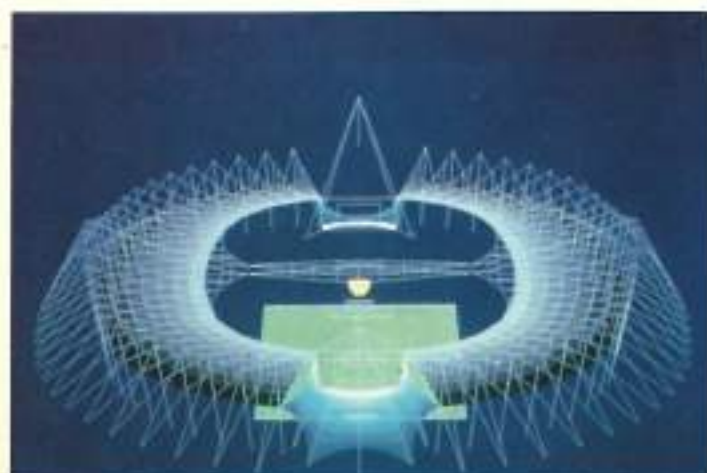
Tab. 8.8 Tabella degli spostamenti massimi



Fig. 8.49 Ponte sospeso Tirante trasversale

Fig. 8.50 Modello spaziale in profili tubolari di acciaio della tribuna a quota +18 m.

Fig. 8.51 a) Modellazione solida della copertura. b) Modello matematico della zona in curva.



8.4.4. Le variazioni di stato: il modello matematico

8.4.4.1 L'analisi statica

Il modello matematico implementato nel programma TENSO prevede l'analisi in campo di non linearità geometrica dello schema topologico di aste interconnesse a rete mediante il metodo dell'equilibrio seguendo quanto espresso in forma sintetica della:

$$[K] \cdot \{\delta_k\}' = \{P_k\} - \{P_k\}'$$

dove:

- $[K]$  = matrice di rigidità globale ( $[K] = [K_g] + [K_e]$ )
- $\{\delta_k\}'$  = vettori degli spostamenti ottenuti alla  $n$ -esima iterazione
- $\{P_k\}$  = carico applicato al nodo  $k$
- $\{P_k\}'$  = carico fittizio dei termini non lineari.

ti più importanti delle analisi statiche relative alle varie combinazioni di carico ed agli schemi topologici ad esse associati. Nelle figure 9a - b - c sono riportati i valori delle sollecitazioni, per le varie combinazioni di carico, relativi alle posizioni delle tensostrutture (da 1-28), per i piloni, l'anello centrale e gli ancoraggi superiori.

8.4.5. L'analisi dinamica

8.4.5.1 Ricerca delle caratteristiche dinamiche della struttura - Analisi frequenziale

Per ottenere le caratteristiche dinamiche della struttura è stata eseguita una preliminare analisi frequenziale con la tecnica SUB-SPACE ITERATION. L'equazione di frequenza senza smorzamento utilizzata è:

$$\|(K_e + K_g) - \Omega^2 M\| = 0$$

dove:

8.4.4.2 Lo stato di deformazione



Fig. 8.29 Cavalletto d'ancoraggio longitudinale.

Per ogni combinazione di carico considerata è stato calcolato lo stato di deformazione. Risultati sintetici più significativi sono illustrati nella tabella 8.8.

8.4.4.3 Lo stato di sollecitazione

Analogamente allo stato di deformazione sono di seguito illustrati i risulta-

$K_e$  = matrice di rigidità elastica  
 $K_g$  = matrice di rigidità geometrica  
 $M$  = matrice delle masse.

Sono stati considerati i primi 8 autovalori e modi di vibrare corrispondenti. L'analisi frequenziale è stata eseguita per tre differenti casi corrispondenti alla presenza dello 0%, 30%, 50% della massa relativa al carico neve.

Fig. 8.34 Vista della zona curva con il telaio predisposto per l'inserimento del tabellone elettronico.



Fig. 8.25 Cavalletto d'ancoraggio longitudinale.

8.4.5.2 Analisi della risposta strutturale  
Analisi dinamica aleatoria nel dominio delle frequenze

fornito dalla:  
 $S_{ij}(P_1, P_2, n) = C^2 p^i V^2 S_v(P_1, P_2, n)$ .

Per eseguire un controllo completo delle caratteristiche dinamiche della struttura è stata elaborata l'analisi

La DSP in termini di forze nodali è espressa dalla:  
 $S_{ij}(P_1, P_2, n) = S_p(P_1, P_2, n) A_j^2$ .



dinamica aleatoria modale nel dominio delle frequenze in campo di linearità geometrica. Questo metodo di analisi dinamica prevede la determinazione della densità spettrale di potenza della parte fluttuante del vento all'altezza della copertura in esame. In accordo con lo spettro di ESDU si ha:

$S_v(n) = 30.85 \cdot V / [1 + 337500 (n/V)^2]^{1.5}$   
dove:

$n$  = frequenza.  
L'espressione della densità spettrale correlata (funzione di intercorrelazione spaziale) è:

$S_{vj}(p_1, p_2, n) = S_v(20, n) \text{Coh}(p_1, p_2, n)$

Il passaggio alla densità spettrale di potenza della pressione dinamica è

La matrice  $S_{ij}$  risulta essere una matrice  $N \times N$  per ogni frequenza considerata, con  
 $A_j$  = area di influenza del nodo  $j$ .

8.4.5.3 Densità spettrale di potenza delle eccitazioni modali

Facendo uso dell'analisi modale e prendendo in considerazione i primi modi di vibrare si ha:

$[S\phi(n)] = [\phi]^T [S_i][\phi]$

dove le colonne di  $[\phi]$  contengono gli  $N$  modi di vibrare presi in considerazione; per ciascun nodo, le componenti verticali degli  $N$  nodi della copertura.

Le dimensioni della  $[S\phi(n)]$  sono  $m \times m$ .

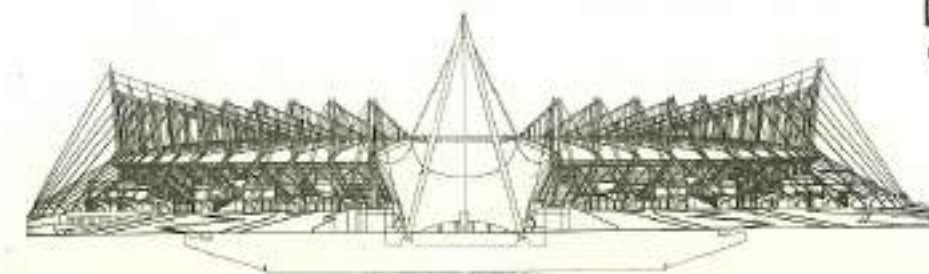


Fig. 8.56 Prospetto esterno curva nord

Fig. 8.55 La zona della curva nord con una delle due tensori strutturali sovrastanti gli ingressi

8.4.5.4 Densità di potenza degli spostamenti

Il passaggio dalla DSP dell'eccitazione modale alla DSP degli spostamenti nodali è fornito dalla:

$[S\delta(n)]_{\text{mod}} = [H^*(n)][S\phi(n)][H(n)]$   
dove  $H(n)$  è una matrice diagonale contenente le funzioni complesse di risposta in frequenza dei diversi modi considerati e  $H^*(n)$  è la sua complessa coniugata.

L'espressione delle risposte in frequenza è:

$H(i\Omega) = 1 / [K_m [1 + 2 i D_m (n/n_m) - (n/n_m)^2]]$   
 $H^*(-i\Omega) = 1 / [K_m [1 - 2 i D_m (n/n_m) - (n/n_m)^2]]$

8.4.5.5 Risposta generalizzata - spostamenti - sollecitazioni

La risposta generalizzata degli spostamenti si ottiene passando dal rango  $m \times m$  a quello dei gradi di libertà globali  $3N \times 3N$ . Si ha così per gli spostamenti reali:

$[S\sigma(n)] = [\phi][S_i(n)][\phi]^T$   
dove in  $[\phi]$  sono contenuti tutti i modi.

La risposta generalizzata sulle sollecitazioni in un numero generico di elementi si ottiene eseguendo l'operazione matriciale:

$[S\sigma_e(n)] = [K_e][S\sigma(n)][K_e]^T$

nella quale  $[S\sigma(n)]^e$  è una sottomatrice elementare della  $[S\sigma(n)]$ .

8.4.5.6 Massimi della risposta dinamica

L'ipotesi che le fluttuazioni della pressione siano assimilabili ad un processo aleatorio stazionario e gaussiano con-

seste di trattare come tale anche il processo di risposta. Nota, infatti, la matrice delle densità spettrali di potenza  $[S\phi(n)]$  delle componenti di movimento, le grandezze statistiche afferenti queste ultime si valutano come segue:



Fig. 8.57 Il sistema tensori strutturale di copertura adottato per il nuovo stadio di Torino a lavori ultimati.

- deviazione standard:

$\sigma_{\sigma} = \left\{ \int_0^{\infty} S_{\sigma\sigma}(n) dn \right\}^{1/2}$

- fattore di picco:

$g_{\sigma} = \sqrt{2 \ln(v_{\sigma} T) + 0.5772 / \sqrt{2 \ln(v_{\sigma} T)}}$   
essendo  $T = 10$  min la durata convenzionale dell'azione del vento sulla copertura;  $v_{\sigma}$  è la «frequenza attesa» del processo di risposta e vale

$v_{\sigma} = \left[ \int_0^{\infty} n^2 S_{\sigma\sigma}(n) dn \right]^{1/2} \left[ \int_0^{\infty} S_{\sigma\sigma}(n) dn \right]^{-1/2}$

la parte fluttuante degli spostamenti mediamente probabili è data da:

$\{G\}_i = \pm g_{\sigma} \sigma_{\sigma}$

Fig. 8.58 Sezione prospettica rettilinea ovest



il valore medio dei massimi dinamici per  $DT = 10$  min, sommato alla risposta statica relativa alla pressione media, costituisce il valore di verifica per lo stato di esercizio.

**8.4.5.7 Analisi dinamica sperimentale**

Tenendo conto che i modelli ad oggi sviluppati per la descrizione della struttura del vento e della sua distribuzione su superfici sub-orizzontali sono incompleti e l'affidabilità dei risultati non ancora completamente dimostrata, a questo scopo è stata eseguita un'analisi integrativa sperimentale su modello aeroelastico, in galleria del vento a regime turbolento e sul sistema strutturale reale. Il controllo dell'azione



Fig. 8.59 La copertura metallica.

turbolenta globale del vento e dei risultati del modello matematico è stato eseguito analizzando comparativamente i risultati sperimentali ottenuti: nella galleria del vento, dall'Università del Western Ontario e dal laboratorio ISMES di Bergamo, sulla realtà costruttiva. Il primo importante risultato sperimentale riguarda il controllo dell'azione turbolenta globale del vento. Infatti è possibile osservare una notevole differenza, in contenuto d'ampiezza e di frequenza, tra le Densità Spettrali di Potenza (DSP) della struttura del vento secondo il modello di Esdu e quello rilevato sperimentalmente sulla copertura. L'analisi frequenziale teorica e quelle sperimentali su modello aeroelastico e sulla realtà costruttiva, hanno permesso di ottenere ottime informazioni sulle caratteristiche di rigidità e smorzamento del sistema strutturale. La frequenza naturale teorica è di 0,71 Hz, mentre la prima frequenza ottenuta su modello è di 0,55 Hz. Misure effettuate direttamente sulla copertura indicano

una frequenza principale di 0,667 Hz. Per quanto riguarda il comportamento aerodinamico, dalle prove su modello in galleria del vento, eseguite ad una velocità di riferimento di 20,50 m/sec, si può osservare che la risposta è dominata da vortici, formati dalla presenza della copertura a sopravento. Questi vortici hanno una frequenza di circa 0,1 Hz alla velocità di progetto e colpiscono la zona di copertura sottovento dopo avere attraversato la zona scoperta. Il regime dinamico di spostamento più marcato si ha in corrispondenza dei punti interni della copertura sull'asse trasversale, con massimi di 0,22 m verso l'alto e di 0,15 m verso il basso. I risultati sperimentali, inoltre, non indicano nessuna amplificazione risonante

dagli spostamenti né nessun altro tipo di instabilità di tipo aeroelastico. È interessante notare che durante la sperimentazione eseguita sulla struttura reale è stato possibile registrare vibrazioni indotte da un vento «forte» con raffiche di circa 25 m/sec. L'elaborazione di questi dati ha permesso di ottenere significative informazioni sul comportamento dinamico reale della struttura e di confermare le proprie caratteristiche di stabilità aeroelastica.

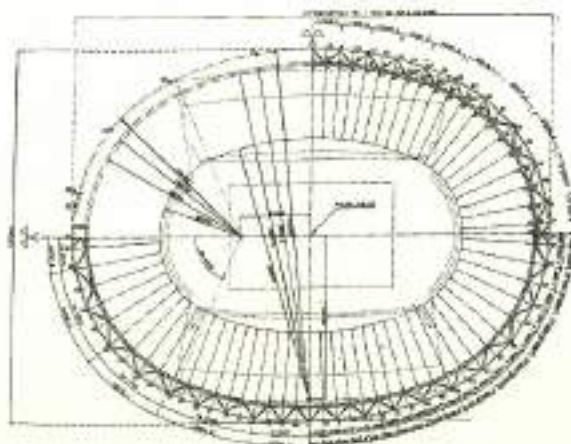


Fig. 8.60 Vista in pianta dello schema unifilare con indicazione dei parametri generatori della geometria del sistema strutturale di copertura.

**8.5 STADIO OLIMPICO 90: UNA COPERTURA SOSPESA**

**8.5.1 Criteri di progettazione**

Il sistema tensostrutturale di copertura, adottato per la copertura del nuovo stadio Olimpico in Roma, è costituito essenzialmente da (fig. 8.62):



Fig. 8.61 Vista aerea di una zona della copertura dello Stadio Olimpico dove si possono notare i vari elementi costitutivi del sistema costruttivo: l'anello esterno reticolare, le tensostrutture radiali, l'anello interno in funi ed i moduli di copertura in Teflon.

- un'orditura radiale di tensostrutture piane
- un anello interno policentrico di contrasto
- un sistema d'ancoraggio esterno anulare policentrico reticolare spaziale.

**8.5.1.1 Tensostrutture piane**

Le tensostrutture di tipo piano, costituite da funi portanti, funi stabilizzanti e da un sistema di collegamento di parete in fune ad andamento quasi parallelo, sono ordite in direzione radiale rispetto ai

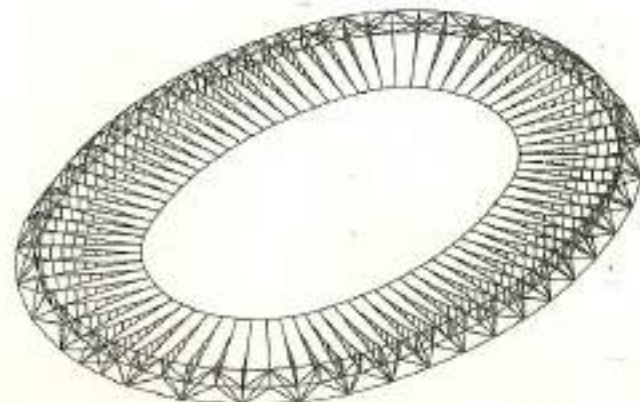


Fig. 8.62 Vista assonometrica del modello geometrico-matematico utilizzato per l'analisi statica e dinamica del sistema strutturale di copertura.

centri  $C_1$  e  $C_2$  delle curve policentriche omotetiche, generatrici dello schema geometrico generale dello stadio (fig. 8.61). Dalla fig. 8.61 è possibile osservare che le tensostrutture corrispondenti agli allineamenti da 1 a 5 e simmetriche secondo  $x$  ed  $y$  sono generate con un angolo al centro costante di circa  $2^{\circ}.3'$ . Le tenso allineate con i fili 6-15 hanno

un angolo generatore relativo variabile tra  $2^{\circ}.36'$  e  $6^{\circ}.87'$ , mentre da 15 a 20 l'angolo è costante, pari a  $7^{\circ}.6'$  circa. In funzione dello stato di sollecitazione e deformazione le tensostrutture piane sono state dimensionate diversamente e riunite in due gruppi.

Le caratteristiche geometriche e meccaniche principali del sistema tensostrutturale sono illustrate nel paragrafo seguente.

Tutte le funi sono di formazione spiroidale chiuse e/o aperte, zincate (classe B), con resistenza elementare dei fili maggiore di  $1600 \text{ N/mm}^2$ .

Al sistema di orditura radiale delle tensostrutture piane è associata l'orditura secondaria di supporto del manto di copertura. Le travi sono sospese al livello della fune stabilizzante, vincolate in semplice appoggio, e sono realizzate con un traliccio reticolare. Il manto di copertura appoggiato e collegato all'estradosso delle travi secondarie tubolari ad orditura parallela è costituito da una membrana in fibra di vetro spalmata con P.T.F.E. (Teflon).



Fig. 8.54 Vista interna dello Stadio Olimpico, Roma.



**Progetto ed esecuzione**

**Ente Appaltante:**

Comitato Olimpico Nazionale Italiano (CONI).

**Progetto architettonico guida:**

arch. M. Clerici, ing. M. Michetti, ing. P. Teresi, arch. A. Vitellozzi.

**Progettazione:**

Sezione Architettura: arch. P. e J. Zucker E.C.S., Engineering Consulting Services.

Sezione Strutture: ing. G. Calosci (Italprogetti s.r.l.),

prof. M. Majowiecki.

Sezioni Impianti tecnologici: Sinate S.p.A.; Bektra S.p.A.

Direzione Lavori: ing. G. Valle.

Collaudi in corso d'opera:

Sezione Strutture: prof. L. Firsi, ing. G. Chiucini, prof. A.

Castellani.

Sezione Impianti Tecnologici: prof. A. Fantini.



**Appaltatore:**

Associazione Temporanea fra le Imprese:

Cogelar Impresit S.p.A. (Mandatari): Consorzio Cooperative Costruzioni, Cooperativa Gran Sasso, C.P.C.IGA S.p.a.; Elektra, Società per Impianti Elettrici Industriali e Civili S.p.A.; IM.CO., Impresa Centrale di Costruzioni S.p.A.

**Subappaltatori strutture metalliche:**

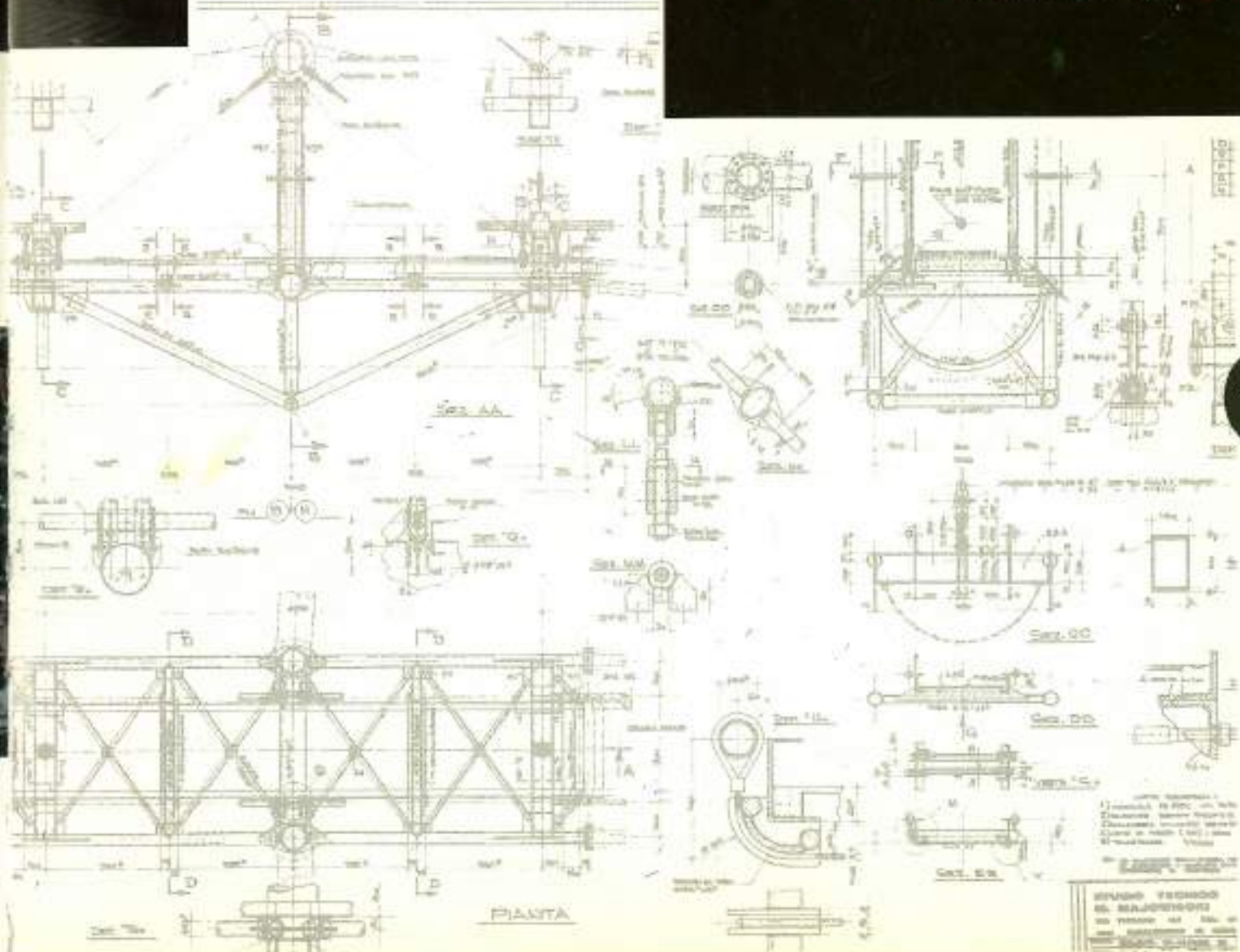
Tensostrutture: Redaelli-tecna, Milano, Tenostedi, Milano.

Carpenteria metallica principale: Belletti, Mantova.

Carpenteria metallica secondaria: Cimola, DOWI, IMPA, RM, OVI-Sud.

Ammortizzatori: L'Alfako-Ansari.

Fig. 8.55 Lo Stadio Olimpico di Roma.



8.5.1.2 Anello interno circolare policoncentrico

L'anello interno, che ha la funzione principale di equilibrare, in un sistema locale chiuso, gli sforzi orizzontali trasmessi dalle tenso radiali, è configurato geometricamente in pianta da due archi di cerchio aventi rispettivamente 165,89 m e 52,69 m di raggio. L'anello è costituito da 12 funi Ø 87 mm a formazione spiroidale, zincate, chiuse, disposte su un piano orizzontale a quota + 29 m, distanziate tra loro in modo da disporre, in sezione, la traccia dei loro baricentri su una linea circolare di circa 1 m di diametro, allo scopo di permettere un funzionale collegamento con le tenso radiali.

Fig. 8.55 Dettaglio della copertura dall'interno



8.5.1.3 Anello esterno di ancoraggio

Le funi portanti e stabilizzanti si ancorano esternamente su un anello reticolare spaziale a configurazione circolare policoncentrica in pianta, di dimensioni massime esterne di 307,94 m per il diametro maggiore e 237,28 m per il diametro minore.

La sezione, triangolare, è formata da un corrente superiore in tubolare di acciai

Fig. 8.3 Elenco dimensionamento esecutivo della tensostruttura

Pos.	Ø mm	A[cm <sup>2</sup> ]	L fune[m]	N. pezzi	p[kg/m]	P <sub>st</sub> t	Capocorda
Port./L. 1+10	64	27.50	55.20	38	23.01	48.26	F+R
Port./L. 11+20	87	52.11	55.20	40	43.50	96.05	F+R
Stab. 1+10	47	14.77	52.80	38	12.33	24.74	F+R
Stab. 11+20	74	37.91	52.80	40	31.77	67.10	F+R
Anello	N°12-87	625	116.50	4	522	243.21	F+F
Pendini	2 Ø 19	3.94	media 4.00	1248	4	19.97	F+F

F = Fisso/Fixed      R = Regolabile/Adjustable      P<sub>st</sub> = 500 t

Fe 510 C di 1400 mm, di diametro e spessore variabile tra 70 e 60 mm, disposto a quota + 36,49 m e da correnti inferiori a quote + 23,99 m e + 25,89 m, realizzati con tubolari di 1000 mm di diametro e di spessore variabile tra 16 e 18 mm. Le dimensioni di ingombro del triangolo, misurate agli assi, sono di 10,50 m alla base e di 12,50 m in altezza.

Spazialmente l'anello è reticularizzato nelle sue facce mediante aste di parete (montanti e diagonali). Diagonali e montanti sono realizzati con tubi di 609,6 - 409,8 mm di diametro e di spessore 10 e 8 mm rispettivamente.

I raggi generatori in pianta sono:

$$R_1 = 212,10 \text{ m}, R_2 = 222,60 \text{ m}, R_3 = 98,90 \text{ m}, R_4 =$$

8.5.1.4 Modello geometrico meccanico: lo Stato «0»

La modellazione geometrica è stata ottenuta, sfruttando gli assi di simmetria della struttura, per un quarto della struttura mediante il metodo classico di ricerca dello Stato «0», tipico delle tensostrutture. Le caratteristiche geometriche e meccaniche delle tensostrutture formanti un quarto d'anello sono contenute nella Tabella 1. Per le combinazioni di carico simmetriche viene considerato un modello geometrico di 114 di struttura (nodi e aste). Per le combinazioni non simmetriche si considera 1/2 di struttura (con simmetria secondo l'asse x e secondo l'asse y) (fig. 8.4.6).

8.5.2 Interazione strutturale - Il programma calcolo

Per quanto riguarda l'interazione elastica

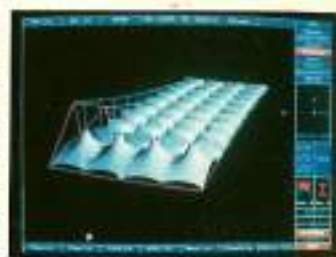
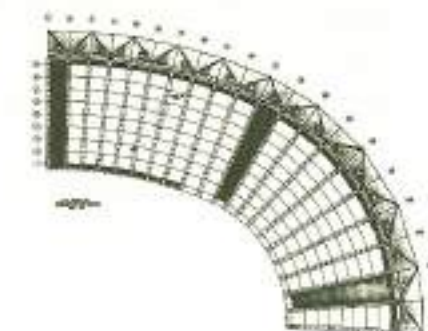


Fig. 8.57

Fig. 8.68 Vista in pianta del quadrante superiore destro del sistema di copertura



8.5.2.1 L'analisi dinamica

Ricerca delle caratteristiche dinamiche della struttura - Analisi frequenziale

Per ottenere le caratteristiche dinamiche della struttura è stata eseguita una preliminare analisi frequenziale con la tecnica SUB-SPACE ITERATION. L'equazione di frequenza senza smorzamento utilizzata è:

$$\|(K_e + K_g) - \Omega^2 M\| = 0$$

dove:

K<sub>e</sub> = matrice di rigidità elastica

K<sub>g</sub> = matrice di rigidità geometrica

M = matrice delle masse.

Sono stati considerati i primi 8 autovalori e modi di vibrare corrispondenti.

L'analisi frequenziale è stata eseguita per tre differenti casi corrispondenti alla presenza dello 0%, 30%, 50% della massa rela-

Fig. 8.69 Vista prospettica del sistema di copertura



Fig. 8.70 Elementi costruttivi principali del sistema di copertura: Anello reticolare, sistema tensostrutturale, sistema di copertura in P.T.F.E. (Teflon)

ed anelastica il sistema tensostrutturale e le strutture d'ancoraggio (anello reticolare) si è adottato il metodo di risoluzione della sottostruttura.

Mediante questo metodo è possibile risolvere i due sistemi strutturali interagenti separatamente.

tiva al carico neve.

la parte fluttuante degli spostamenti mediamente probabili è data da:

$$\{G\}f_i = \pm g_0 \sigma_0$$

Il valore medio dei massimi dinamici per DT = 10 min, sommato alla risposta statistica relativa alla pressione media, costituisce il valore di verifica per lo stato di esercizio.

Utilizzo degli spettri sperimentali

Non essendo note le espressioni analitiche degli spettri (pressioni) sperimentali di ingresso del vento, si è ritenuta lecita la seguente approssimazione: considerato il ramo discendente della curva sperimentale relativo al campo di funzionamento meccanico della struttura, si è costruita una curva approssimante detto ramo del tipo essendo x la variabile frequenza, a e b sono coefficienti numerici che definiscono, in coordinate bilogaritmiche, la retta di approssimazione. Ad esempio, considerato un angolo di ingresso del vento di 0°, lo spettro relativo al campo di frequenze 0.1-1.0 Hz viene sostituito dalla curva:

$$f_x S(n) = 330 \times 10^{-6} f^{-1.0}$$

Analoghe considerazioni valgono per la zona compresa fra 0,01 e 0,1 Hz.

Tutti gli spettri sono forniti a meno di una costante moltiplicativa che è pari a (1/2 ρV)<sup>2</sup>, che nel caso in esame vale 2,73 x 10<sup>6</sup>.

Gli spettri sperimentali sono 30. Così ad esempio, considerato nuovamente il caso di ingresso del vento di 0°, si conoscono 15 spettri relativi alla parte di copertura sottostante l'asse x-x ed altri 15 situati sopra detto asse, ma relativi ad un angolo di ingresso pari a

180°. L'intera copertura è stata suddivisa in 78 pannelli. Per i pannelli privi di informazione è stata effettuata un'interpolazione con pannelli contigui.

**Controllo sperimentale della DSP delle forze generalizzate**

È noto che il modello teorico d'analisi aleatoria nel dominio della frequenza presenta diverse limitazioni riguardanti la definizione dell'azione del vento sulla struttura.

In fatti, a meno di notevoli complicazioni numeriche, è impossibile considerare l'azione  $W(t)$  normale alla direzione del vento che nel caso di strutture sub-orizzontali non è trascurabile. Inoltre la funzione di coerenza ottenibile dalla letteratura tecnica appare non utilizzabile per coperture molto estese.

Per ovviare ai suddetti inconvenienti è stata richiesta un'adeguata indagine sperimentale, eseguite nella Galleria del Vento dell'Università Western Ontario.

Le funzioni sperimentali delle DSP e della coerenza sono state diagrammate per 8 settori della copertura. I dati elaborati sono stati utilizzati per l'analisi dinamica.

In fig. 8.71a è possibile comparare la DSP teorica e quella sperimentale per un pannello tipico di copertura.

Dal confronto fra lo spettro di ESDU e quelli sperimentali si può dedurre che il primo ha un picco, funzione della velocità del vento, che nel

nostro caso è situato a 0,05 Hz; i secondi, invece, presentano un picco a 0,1 Hz.

Il grafico dello spettro di ESDU, riportato in fig. 8.71a, si presenta già moltiplicato per la funzione di correlazione  $\text{coh}(P_1, P_2, f)$ , che è di tipo esponenziale, essendo  $P_1$  e  $P_2$  nodi appartenenti ad un medesimo pannello della copertura. I coefficienti di decadimento sono stati assunti pari a

2 e 16, con l'intento di indicare un maggiore smorzamento della correlazione in direzione normale alla direzione del flusso medio rispetto alla componente secondo la direzione del flusso stesso.

I risultati numerici dell'analisi dinamica e alcuni spettri ad essi relativi evidenziano che gli effetti dinamici si traducono, sulla copertura in esame, essenzialmente, in pressioni di tipo pseudostatico.

In altri termini, la quasi totalità dell'energia prodotta dal vento viene spesa lontano dalla zona di funzionamento meccanico della struttura. Ciò è confermato anche dagli spettri forniti dagli sperimentatori relativi al modello aeroelastico.

I risultati numerici forniscono per lo spostamento verticale del nodo 1

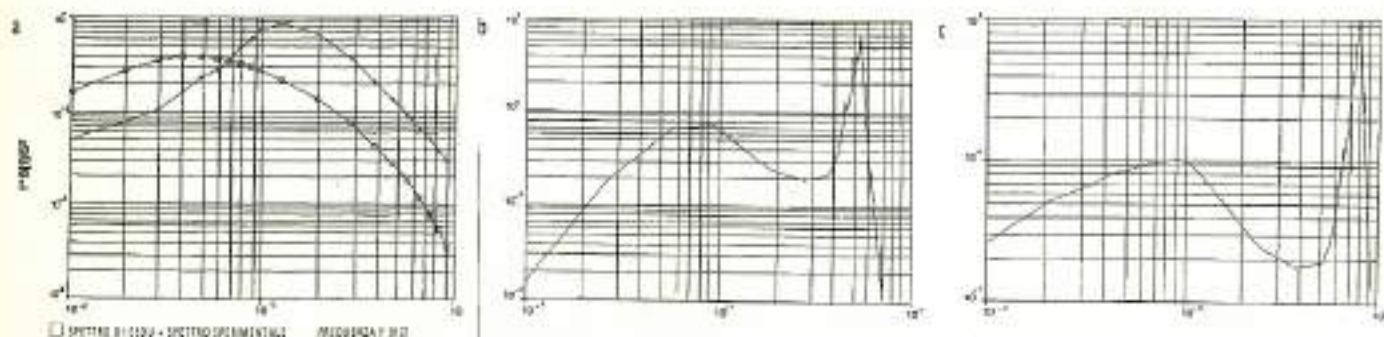


Fig. 8.71 Confronto fra spettri teorici e sperimentali del vento (a). Risposta dello spostamento verticale nel modo 1 (b). Spettro di risposta dello sforzo normale di una fune portante (c).

Fig. 8.11

Modo	Autovalore	Frequenza	Periodo
1	9.79224783e + 00	3.12925675e + 00	2.007884
2	1.17491108e + 01	3.42769760e + 00	1.833063
3	1.34743432e + 01	3.67074151e + 00	1.711694
4	1.41655563e + 01	3.76371575e + 00	1.669410
5	1.59285180e + 01	3.99105475e + 00	1.574317
6	1.77308570e + 01	4.21080242e + 00	1.492159
7	2.21803711e + 01	4.70960413e + 00	1.334122
8	2.41319230e + 01	4.91242537e + 00	1.279039
9	2.61072114e + 01	5.10952165e + 00	1.229701
10	2.75590618e + 01	5.24967254e + 00	1.196872

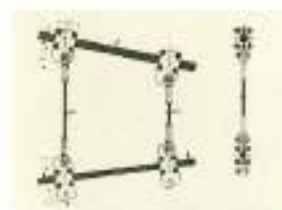


Fig. 8.12 Sistema di collegamento di parete tra funi portanti e stabilizzanti mediante pendini verticali e morsetti ad anello. In corrispondenza della fune inferiore è predisposto il collegamento per le strutture secondarie sospese.



(equivalente alla locazione 5, definita dagli sperimentatori) un valore della varianza di 0,033 m che, per fattore di picco di 3,51, porta ad un valore della parte fluttuante dello spostamento pari a 0,116 m.

Gli spettri di risposta riportati, dedotti dall'analisi dinamica, si discostano da quelli sperimentali, specie nel campo 0,1-1,0 Hz. Ciò è dovuto all'aver trascurato, nella nostra indagine, l'interazione fluido-struttura e aver assunto, a favor di sicurezza, nullo lo smorzamento aerodinamico indipendentemente dalla frequenza. Di seguito sono stati diagrammati gli spettri di risposta di spostamenti e sollecitazioni in posizioni significative della struttura (figg. 8.71 b e c).

**8.5.3 Le caratteristiche strutturali della copertura e la sua costruzione**

Ing. Mauro Nanni (\*)

**8.5.3.1 Caratteristiche geometriche e strutturali**

- Sviluppo massimo della struttura di bordo: 870 m.
- Sezione trasversale: triangolo non regolare.
- Ingombro sezione agli assi: base 12,50 m, altezza 10,50 m.
- Dimensioni correnti tubolari: superiore Ø 1400 mm, spessore variabile da 60 - 70 mm; inferiore Ø 1000 mm, spessore variabile da 16-18 mm.
- Dimensioni aste di parete: montanti e diagonali Ø variabile da 408 a 609 mm; spessori variabili da 8 a 10 mm.
- Piastre di collegamento ed irrigidimento nodi: spessori variati fino a 30 mm.
- Pilastri portanti in acciaio (n. 12): altezza 24 m, Ø 2000 mm, spessore 40 mm.
- Peso totale dell'anello: circa 5 000 t. 1.3

**8.5.3.2 Caratteristiche dei materiali**

- Acciai FE 510 C (tubi), e FE 430 CB
- Saldature eseguite secondo specifiche tecniche e sotto il controllo del Istituto Italiano della Saldatura di Genova.
- Bulloni: in acciaio C40 quelli speciali, per la giunzione dei correnti viti UNI 5137 - 8.8; dadi UNI 5588 - 6.5; rondelle UNI 6592 - 3.6.
- Trattamenti superficiali:
  - Carpenteria: sabbionatura SA 2,5; una mano di zincante inorganico x 75 µ; una mano intermedia epossidica x 40 µ; una mano a finire poliuretano x 50 µ.
  - Bulloni: elettrozincatura.

Fig. 8.13 Elaborazione grafica assistita da computer (C.A.D.) del nodo tipico in corrispondenza del corrente inferiore esterno dell'anello reticolare.

Fig. 8.14 Vista del modulo di copertura in P.T.F.E. in corrispondenza dell'anello reticolare.

8.5.3.3 Prove sui materiali

Tutti i materiali sono stati prodotti con riferimento alla normativa UNI, secondo procedure codificate dal Manuale di Controllo Qualità. Tutte le saldature sono state eseguite secondo specifiche tecniche che ne definiscono procedure e tolleranze, elaborate dall'Istituto Italiano della Saldatura e sottoposte a controlli radiografici e magnetoscopici direttamente dall'I.I.S. presso le officine di lavorazione, prima dei relativi assemblaggi.

8.5.4 Le tensostrutture radiali e l'anello teso interno

8.5.4.1 Generalità

La necessità di adottare un sistema strutturale di facile realizzazione, rapida costruzione e montaggio, con la maggior leggerezza formale possibile, ha portato alla realizzazione della tensostruttura di copertura dell'Olimpico. I vincoli esterni che rendono impossibile l'interazione della copertura con le strutture esistenti e quindi la necessità di realizzare un sistema strutturale «chiuso» localmente in se stesso, unito all'esigenza di una struttura con elevatissimo grado di sicurezza interno, in caso di rotture accidentali degli elementi strutturali tesi, hanno imposto l'adozione di un sistema tensostrutturale ad anello a «ruota di bicicletta» dove gli elementi tesi sono in funi d'acciaio, essenzialmente modulari, sostanzialmente sostituibili anche in esercizio, di facile controllo, regolazione e manutenzione. L'ordito è costituito da 78 tensostrutture piane, radiali, collegate ad un anello teso centrale, omotetico e con regime statico corrispondente all'anello esterno.

8.5.4.2 Caratteristiche geometriche e strutturali

- Sviluppo massimo dell'anello centrale: 530 m.
- Numero e tipo delle funi dell'anello: n. 12 Ø 87 mm.
- Tensostrutture radiali: - luce circa 46 m



- di tipo piano con funi portanti, stabilizzanti e pendini di parete
- dimensione funi (in relazione al diverso regime di sollecitazione tra zone a maggiore o minore curvatura): portanti Ø 64 e Ø 87 mm stabilizzanti Ø 47 e Ø 74 mm pendini di collegamento - Ø19mm.

Fig. 8.76 Formazione di una fune portante con capicorda di tipo open bridge socket.

- Tipologia degli attacchi terminali:
  - realizzati con capicorda cilindrici filettati, a testa fusa in zinco, regolabili sugli attacchi esterni, completi di dado e rondella sferica
  - realizzati con capicorda tipo aperto con perno, nelle giunzioni all'anello centrale.
- Sforzo massimo sull'anello teso centrale: circa 50 000 KN.

Fig. 8.77 Esecuzione di controlli sulle saldature di un nodo tipico d'ancoraggio delle funi già preassemblato.

8.5.4.3 Specifiche tecniche delle funi

Funi di tipo spinoidale zincato chiuso.  
 Tolleranza in peso: ± 2%  
 Modulo elastico dopo prestratura: 155 kN/mm<sup>2</sup>  
 Tolleranza sul modulo elastico: ± 5 kN/mm<sup>2</sup>  
 Min. tensione di rottura: del fili a 2 1470 N/mm<sup>2</sup>; dei fili tondi 1570 N/mm<sup>2</sup>  
 Marking: tolleranza ± 2 mm.  
 Taglio funi: tolleranza +0.1/1000 per funi non regolabili tolleranza +0.2/1000 per funi regolabili  
 Temperatura di taglio e marking: +15°C  
 Sforzo prestratura per stabilizzazione del modulo elastico: 50% circa del carico di rottura nominale.  
 Codi di prestratura: n. 3 minimo  
 Norma di riferimento: UNI 7690-77  
 Zincatura: secondo ASTM S95603 - classe A

Caratteristiche delle funi:		47	64	74	87
Diametro nominale mm		47	64	74	87
costruzione		1x129	1x199	1x241	1x283
carico rottura minimo		2125kN	3819	5242	7407
area metallica sezione		1469 mm <sup>2</sup>	2739	3779	5172
peso		12,33 kg/m	23,01	31,77	43,50



Fig. 8.78 Banco di pre-stratura delle funi strutturali per stabilizzazione del modulo elastico.

8.5.4.3 Specifiche dei capicorda e delle teste fuse

Specifiche capicorda:  
 Capicorda cilindrici filettati:  
 - costruiti con materiale per getti di elevata resistenza (UNI 4010 FeG70)  
 - caratteristiche meccaniche non inferiori a:

R<sub>m</sub> = 690 N/mm<sup>2</sup>  
 R<sub>s</sub> = 440 N/mm<sup>2</sup>  
 A% = 12  
 KV-20°C = 27J

inferiori a:

- zincatura elettrolitica tipo: F Zn 12 ||| UNI 4721-74 con trattamento di cromatazione.

Le filettature sono state successivamente ingrassate con AGIP GRPV2-filettatura metrica eseguita mediante lavorazione meccanica: tolleranza 6 h (UNI 5341)

- trattamento termico: bonifica  
 - identificazione con marchio del fabbricante

- controllo magnetoscopico sul 100% dei pezzi, rilievo caratteristiche meccaniche e KV - 20°C, esame visivo e dimensionale; esami radiografici sul 20% dei pezzi ed a campione.

8.5.4.3.1 Capicorda aperti:

- materiale come al precedente punto 1  
 - caratteristiche meccaniche come al precedente punto 1  
 - zincatura a caldo per immersione con peso di zinco non inferiore a 300 g/m<sup>2</sup>  
 - trattamento termico: bonifica  
 - identificazione: marchio del fabbricante  
 - collaudo con esame magnetoscopico prima della zincatura al 100% dei pezzi ed ultrasuoni a campione nei punti di attacco delle ali sul cono di tenuta fune.

Rilievo caratteristiche meccaniche e KV - 20°C. Esame visivo dopo zincatura e controllo dimensionale; esami radiografici a campione.



Fig. 8.80 Vista interna allo stadio

Fig. 8.79 Vista in pianta e sezione di una tensostruttura radiale tipica e del sistema ad orditura radiale e parallelo delle strutture secondarie tubolari di sostegno del sistema di copertura

8.5.4.3.2 Perni per capicorda aperti:

- costruiti con laminato 39 NiCrMo3 UNI 7845 bonificato  
 - caratteristiche meccaniche non inferiori a:

R<sub>m</sub> = 690 N/mm<sup>2</sup>  
 R<sub>s</sub> = 440 N/mm<sup>2</sup>  
 A% = 14  
 KV - 20°C = 27J

- zincatura come capicorda aperti  
 - identificazione: marchio del fabbricante

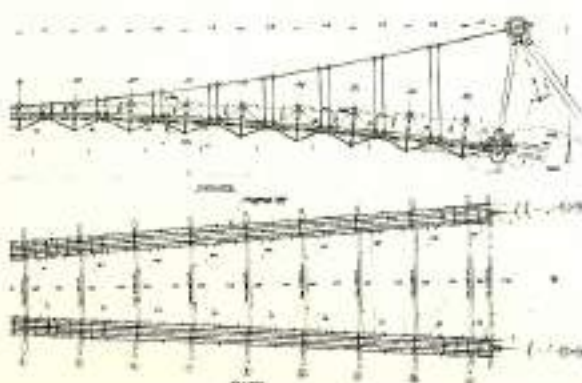


Fig. 8.75 Lavorazione del terminale d'ancoraggio della fune



cante  
- collaudo con esame magnetoscopico a campione prima della zincatura. Rilievo prova di trazione. Rilievo caratteristiche meccaniche e KV - 20°C. Esame visivo e controllo dimensionale.

I capicorda sono muniti di aste di regolazione che consentono la regolazione delle lunghezze, l'introduzione della presollecitazione delle strutture e l'eventuale controllo e ripresa della stessa nel tempo.

Le funi chiuse sono collegate ai capicorda mediante una fusione di zinco, eseguita in sede conica a conchiglia, previa sfioccatura, decappaggio e preparazione dell'estremità della fune, secondo quanto raccomandato dalle norme DIN 3092/79, con un riscaldamento dello zinco a 490 +/- 10°C. Lo zinco per la fusione è di tipo elettrolitico, puro al 99.9%.

fissaggio, bulloni generalmente Classe 8.8 ed opportunamente dimensionati

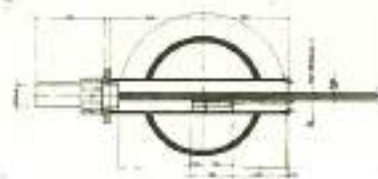
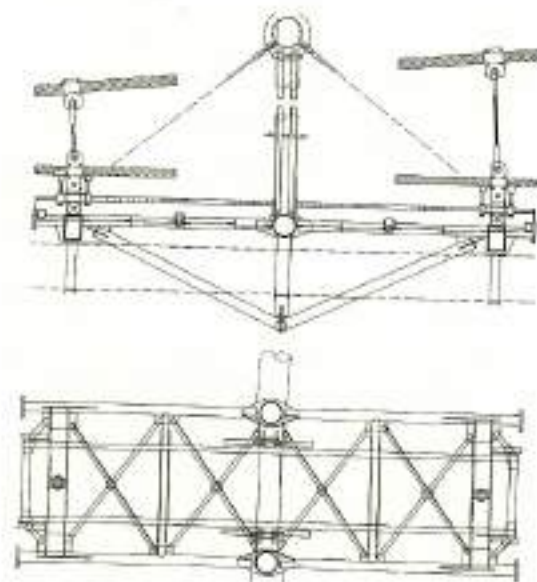


Fig. 8.80 Sella di rinvio per funi.

secondo la loro destinazione. Trattamento superficiale con zincatura a caldo secondo UNI 5744/66 (min. 300 gr/m<sup>2</sup>). Sono forniti i certificati d'origine dei materiali e le caratteristiche meccaniche ricavate da prova di trazione e resilienza su provini scelti a campione, nonché controlli sulle principali saldature con liquidi penetranti o esami magnetoscopici. Il dato essenziale per il loro dimensionamento è la forza d'attrito che li sollecita.

Sono stati dimensionati per una solle-

Fig. 8.80 Modulo base con travi ad omega e sistemi di collegamento alla tensostruttura.



### 8.5.5 Specifiche dei morsetti di fissaggio delle funi

Sono costruiti in acciaio tipo Fe 510 C o Fe 360 C secondo la necessità in una o più parti sagomate, tali da permettere l'alloggiamento ed il serraggio delle funi ed il collegamento delle stesse agli elementi di parete.

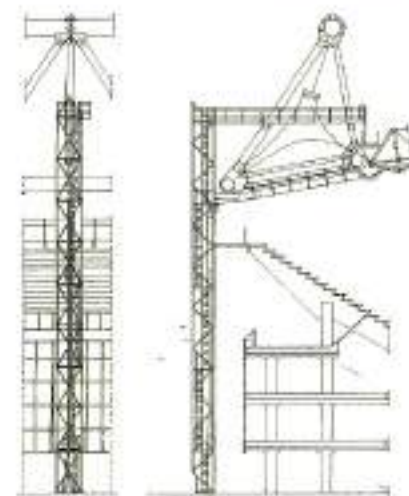
Sono completi di ogni accessorio di

citazione globale di 90 t/cad. Per limitare le pressioni massime che vengono esercitate sulle funi, coerentemente a quanto suggerito dalle più avanzate normative internazionali (AISI e DIN), la loro dimensione trasversale non può scendere sotto i 300 mm (per le 90 t di attrito e 360 t di sforzo max nelle funi portanti).

Fig. 8.81 Vista in pianta e sezione di una tensostruttura radiale tipica e del sistema ad orbita radiale e parallela delle strutture secondarie tubolari di sostegno del sistema di copertura.



Fig. 8.83 Sezione in corrispondenza delle colonne tecnologiche dove è posizionato il passaggio delle linee elettriche, i tubi di evacuazione delle acque meteoriche e le passerelle d'accesso per l'ispezione e manutenzione copertura



tra lo 0.4 e lo 0.1 del carico di rottura stesso.

3 - Carico di rottura dello spezzone di fune.

4 - Collaudi sui fili delle funi.

Le norme di riferimento sono UNI 7690/77, UNI 7304/74 e conformemente a DIN 3051 Blatt 1-4/72.

### 8.5.6 Prove di qualità e garanzia delle funi

Tutte le funi ed accessori sono stati allestiti in regime di Garanzia di Qualità e secondo uno specifico Manuale Controllo Qualità. Tutte le lavorazioni in officina sono state sottoposte a controlli da parte dell'I.I.S. di Genova, curando in particolare tutti i seguenti collaudi presso laboratori ufficiali.

Per ogni diametro di fune si è prelevato uno spezzone a caso da spezzoni o bobine da cui sono state ricavate le funi da impiegare.

Gli spezzoni sono stati predisposti con le teste identiche a quelle impiegate in opera e su di essi si è determinato:

1- Diametro della fune ad 1/10 del carico di rottura.

2- Modulo elastico apparente E della fune secondo UNI 7690/77, effettuato dopo 3 cicli di carico e scarico tra 0.1 e 0.4 del carico di rottura, con lettura nell'ultimo scarico nel tratto compreso



Fig. 8.84 Modello in plexiglass di controllo geometrico e della sequenza di montaggio dei componenti elementari

### 8.5.7 Pretensione, marcatura delle funi e loro protezione

Ogni fune è stata pretesa al fine di elevarne e stabilizzarne il modulo di elasticità apparente.

La pretensione è stata eseguita con le stesse modalità impiegate per la determinazione del modulo E sottoponendo le funi a tre cicli di carico della durata di 15 minuti ciascuno e variabili dal 10% al 50% del carico di rottura nominale minimo, ottenendo così un modulo elastico apparente

$$E = 150 \text{ kN/mm}^2 \pm 4,2\%$$

Al termine dell'ultimo ciclo del cari-

Fig. 8.85 Vista assonometrica della geometria dei moduli di membrana posizionati all'intorno dell'anello esterno con l'illustrazione dei particolari di unione, mediante giunti in alluminio.

Fig. 8.86 Sezione trasversale dell'anello reticolare esterno e posizionamento interno relativo del modulo di copertura pseudoconic.

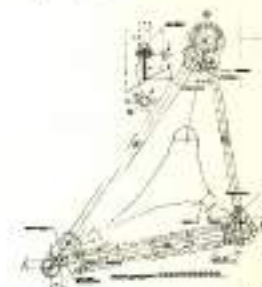
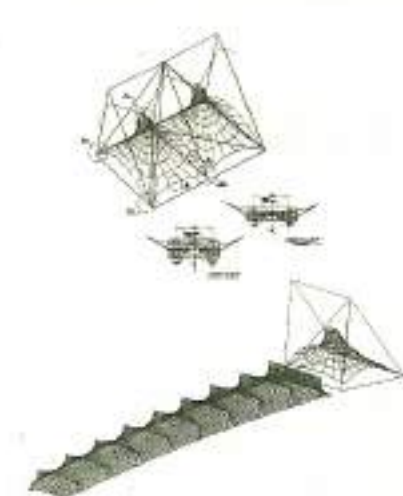
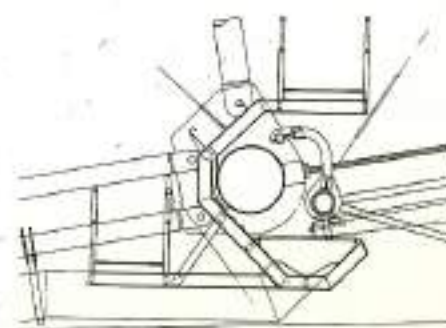


Fig. 8.87 Vista assonometrica di un modulo radiale completo e di un modulo pseudoconic.

Fig. 8.88 Fig. 14. Particolare costruttivo del sistema di raccolta dell'acqua in policarbonato e passerelle di servizio ed ispezione.



co, la fune è stata sottoposta al carico di lavoro (stabilito dai calcoli), misurata e marcata sotto carico, nei punti di applicazione dei morsetti, considerando le correzioni per la temperatura e con una tolleranza sulla lunghezza dello 0.05 per mille.

Si è preceduto, infine, alla predisposizione dei terminali di ancoraggio definitivi nelle posizioni misurate.

Tutte le funi sono tamponate internamente col prodotto SACI 200A della WITCO, ed esternamente col protettivo esterno SACI 500, pigmentato con alluminio e reso più duro con l'aggiunta di resine particolari.

**8.5.8 Strutture secondarie di sostegno**

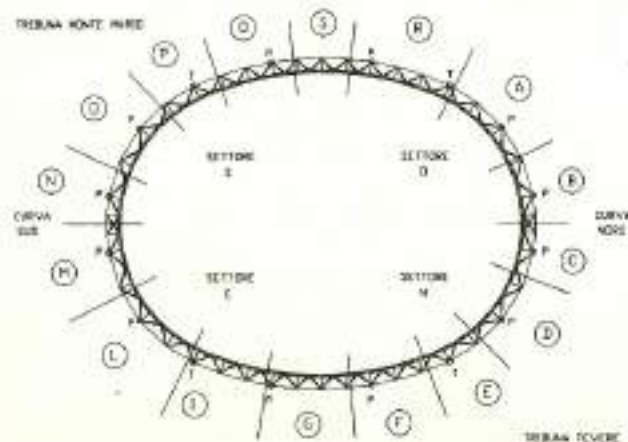
**8.5.8.1 Generalità**

In considerazione di tutti gli aspetti tecnici e pratici legati al montaggio delle strutture, nonché ad una facile manutenzione delle stesse prolungata nel tempo, si è decisa l'introduzione di una struttura secondaria in carpenteria metallica, disposta radialmente ed in posizione corrispondente alle tensostrutture piane, inferiormente alle stesse.

In tale struttura vengono così concentrate le varie funzioni tecnologiche legate alla copertura, consentendo la realizzazione di:

- Passerella pedonale di manutenzione, in griglia metallica zincata.
- Passaggio delle condutture elettriche per l'impianto di illuminazione, sonoro

Fig. 8.87 Trave reticolare esterna. Pianta schematica dei 16 concetti principali di montaggio. T = ton in ca.



- e TV.
- Il collegamento con la trave di fune per mezzo di un opportuno sistema di sospensione, con selle di smorzamento delle forze di sollevamento.
- Il collegamento puntuale e distribuito ed il sistema di tensionamento della membrana di copertura.
- I telai tubolari ad omega, di sostegno trasversale della membrana di copertura.
- La conca di scarico delle acque, posta all'interno della sezione della trave secondaria e realizzata in policarbonato bianco traslucido.

**8.5.8.2 Caratteristiche geometriche e strutturali**

La struttura secondaria risulta costituita da 78 travi radiali suddivise in 702 moduli, in profilato tubolare e struttura reticolare, lunghi 5 m e larghi 1,50 m, collegati a spinotto alle funi stabilizzanti, in corrispondenza dei pendini di parete.

Ogni trave si compone quindi di 9 moduli base, sagomati longitudinalmente secondo il profilo geometrico della fune stabilizzante sovrastante ed incernierati con un sistema basculante alla trave di bordo.

Le travi ad omega sono anch'esse in profili tubolari metallici, di lunghezza ed altezza variabile in relazione al loro posizionamento planimetrico; sono necessarie per stabilizzare in senso trasversale le travi secondarie e fornire linee trasversali di appoggio per la membrana di copertura.

I materiali e le prove sono conformi a quanto indicato precedentemente.

**8.5.9 La membrana di copertura**

**8.5.9.1 Generalità**

Considerando di primaria importanza l'esigenza di realizzare una struttura di copertura che minimizzi l'impatto ambientale anche dal punto di vista dello spettatore, quindi possibilmente orizzontale, ed a disposizione visiva

radiale, che concentri quindi l'attenzione dello spettatore stesso verso il centro del campo, è stato d'obbligo proporre una copertura in membrana sintetica, leggera, inalterabile nel tempo e con deformazioni compatibili con quelle del sistema tensostrutturale. Altrettanto importante è l'esigenza tec-

• Modulo radiale, di dimensioni medie in pianta di circa 46 x 10 m e costituito da pannelli di circa 5 x 10 m, prefabbricati e saldati in officina senza soluzione di continuità, secondo la sagoma di taglio elaborata dal calcolo, ottenendo così le tipiche superfici a curvatura gaussiana negativa delle membrane

Fig. 8.89 Particolare del morsetto ad attrito che unisce le funi portanti ed il sistema di funi radiali. Si notano anche le unioni tra le due funi dell'anello interno e i carter di posizionamento degli estensimetri di controllo.



Fig. 8.90 Vista interna durante la fase di sollevamento del sistema tensostrutturale

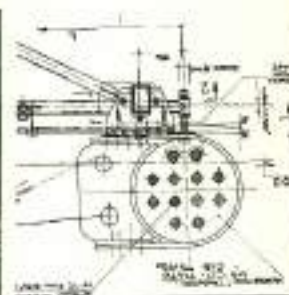


Fig. 8.92 Particolare costruttivo alla confluenza dell'anello interno formato da 12 funi Ø 84 mm e del sistema strutturale secondario ad orditura radiale.

nica, relativa a problemi di facilità e rapidità di montaggio e durabilità nel tempo, di non realizzare un'unica membrana di copertura, bensì suddividere la stessa in pannelli radiali funzionalmente indipendenti, che limitino eventuali rotture dovute a fenomeni localizzati all'interno del pannello stesso, permettendone facilmente la sostituzione ed evitando interazioni deformative coi pannelli adiacenti.

La scelta di una membrana di copertura in Teflon ha permesso di ottenere una copertura leggera, prefabbricata in stabilimento per singoli conci radiali, semplice da montare, traslucida e con eccezionali doti di resistenza nel tempo.

Infatti le caratteristiche intrinseche del Teflon lo rendono chimicamente inattaccabile dagli agenti atmosferici, con ridotto coefficiente d'attrito ed autopu-

lente, con durata minima valutata in 30 anni senza manutenzione.

**8.5.9.2 Caratteristiche geometriche e strutturali**

Il sistema di copertura è formato principalmente da due moduli.

presollecitate.

- Modulo pseudo-conico, posto all'interno dell'anello reticolare esterno, di dimensioni medie in pianta 10 x 12 m ed h 6 m, anche questi moduli sono prefabbricati in officina.

La particolare forma a camino favorisce migliori condizioni di microclima, con il miglioramento della ventilazione naturale laddove lo spettatore è più vicino alla copertura.

**8.5.9.3 Specifiche tecniche del materiale**

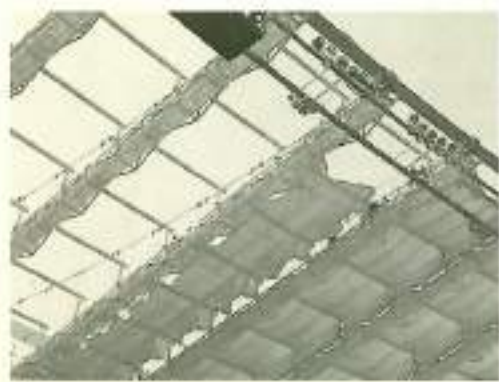
Il materiale per la membrana di copertura è costituito da una parte resistente in tessuto ad ordito ortotropo di fibra di vetro con protezione impermeabilizzante su intodosso ed estradosso di P.T.F.E. (Poli Tetra Fluoro Etilene).

Il nome commerciale del materiale è SHEERFILL IIIX e le caratteristiche meccaniche dichiarate dalla ditta fornitrice, Chemical Fabrics Corporation, sono riportate nella Tabella seguente.

**8.5.9.4 Prove sulla membrana**

Le prove condotte presso laboratori italiani ed americani sul materiale della copertura hanno condotto a risultati compatibili e superiori a quelli richiesti dalle specifiche tecniche,

Fig. 8.91 Vista dell'interno della tura sud



confermando i risultati principali seguenti:

Tab. 8.12

	Risultati delle prove (media di 20 campioni)	Valori di specifica
<b>Strip tensile</b>		
Warp	7708 N/5 cm	5430 N/5 cm
Fill	7218 N/5 cm	4200 N/5 cm
<b>Flex fold</b>		
Warp	7393 N/15 cm	4380 N/5 cm
Fill	5556 N/5 cm	3290 N/5 cm

**8.5.9.5 Metodologia di costruzione e fasi operative**

*L'anello reticolare esterno*

Tutta la struttura dell'anello esterno è stata preassemblata in officina, al fine di verificarne la rispondenza alla geometria teorica dell'insieme, alle tolleranze strutturali ed alla predisposizione del piano di trasporto e montaggio.

Tab. 8.13

SHERFILL 111X			
Physical Property	Test Values	Test Method	
Weight (N/m <sup>2</sup> )	12.469 nominal	FTMS 191-5041	
Thickness (mm)	762 nominal	FTMS 191-5030	
Tensile Strength (N/50 mm)	Warp	7223 min. avg	FTMS 191-5102
	Dry	6567 min. sgl.	
Flexfold Strength (N/50 mm)	Fill	5692 min. sgl.	
		3502 min. sgl.	
	Warp	5954 min. avg.	FTMS 191-5102
	Fill	5472 min. sgl.	
Trapezoidal Tear Strength (N)	Warp	4027 min. avg.	Birdair Pf-01
		3502 min. sgl.	
	Fill	333 min. avg.	FTMS 191-5136
Coating Adhesion (N/50 mm)		311 min. sgl.	
	Fill	378 min. avg.	Birdair Ad-01
Transmission (High)		122 min. avg.	
		133 min. sgl.	
Transmission (Low)	(%)	16 ± 2	ASTM E424/P378A
		9 ± 2	
Reflectance	(%)	69 min.	ASTM E424/P378A
Burnin Characteristics			
ASTM E-84 Tunnel Tel		ASTM E136 - Non Combustile	
Flame Spread	10 max.		
Smoke Generation	20 max.		
NPPA 701 (small scale)(UL 94)			
Flame Out - seconds:	1 max.	Spread of Flame - Class A	
After Glow - seconds:	record	Intermittent Flame - Class A	
Char Length - inches:	0.25 max.	Burning Brand - Class A	

A piè d'opera è stata quindi ricomposta secondo le marche di progetto, a formare conci elementari prefabbricati, di peso e dimensioni opportune. L'intera trave esterna è stata suddivisa in 16 conci principali, di dimensioni variabili in relazione al loro posizionamento planimetrico e relativa difficoltà di sollevamento.

Il concio principale, assemblato a terra attraverso rigorosi controlli dimensionali e prove non distruttive su tutte le saldature, è stato quindi sollevato con l'ausilio di due gru di eccezionale portata, la prima delle quali progettata e realizzata dalla Società Belleli, espressamente per permettere la migliore e più sicura movimentazione dei pezzi. Gli appoggi erano costituiti sia dagli appoggi definitivi (16 pilastri in acciaio e 4 in c.a.) sia da appoggi provvisori telescopici a biella. Le dimensioni dei singoli conci variavano da circa 40 m a circa 78 m di lunghezza. A sollevamento ultimato, verificando nel contempo l'aderenza geometrica spaziale dei conci alla loro posizione teorica, nelle identiche condizioni di carico, si è quindi proceduto al controllo complessivo finale, attraverso una serie di stazioni di rilevamento, della congruenza tra i valori provenienti dal calcolo strutturale e quelli ottenuti in cantiere (spostamenti e tensioni nei principali elementi strutturali). Soltanto dopo l'esito favorevole di tale verifica, si è proceduto al collegamento mediante saldatura in opera dei singoli conci principali.

Successivamente, per mezzo di martinetti idraulici posti nei sostegni provvisori telescopici, si è proceduto all'abbassamento simultaneo e controllato della struttura, fino a liberare gli stessi sostegni e rendere la struttura autosostenuta.

*La tensostruttura*

Le fasi di lavoro indicative delle operazioni di assemblaggio e solle-

FASE 3

Assemblaggio tensostruttura Stendimento sulle tribune delle funi

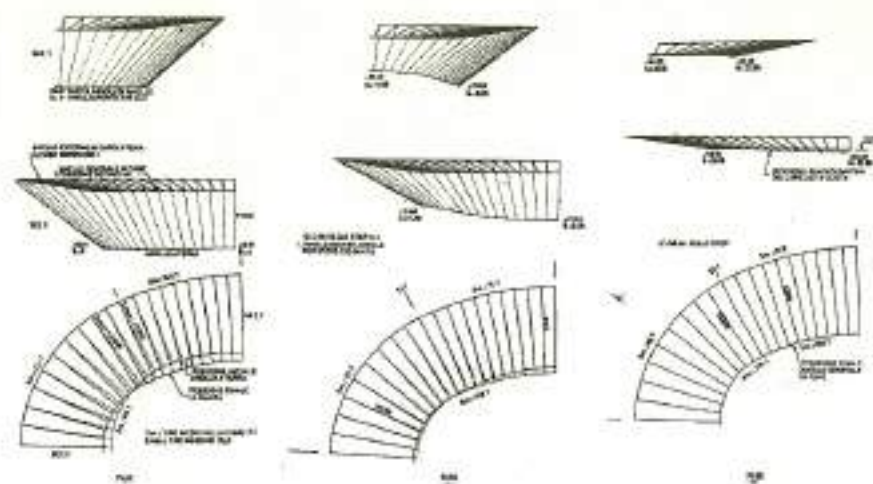


Fig. 8.13 Fasi di sollevamento dell'anello interno in funi in situazione non complanare.

Fig. 8.14 Montaggio simultaneo di nove moduli di struttura secondaria radiale. In corrispondenza di questa orditura sono posizionate: le canalizzazioni elettriche, la gronda, i collegamenti di parete delle tensostrutture e di fissaggio delle membrane e il grigliato per la passerella di manutenzione.

vamento simultaneo della tensostruttura, eseguite dalla Società Tensotec di Milano, sono state le seguenti:

FASE 1

*Approntamento cantiere e scarico materiali.*

Scarico dei materiali e loro stoccaggio provvisorio nelle aree assegnate, in attesa del trasferimento all'interno dello stadio.

Trasferimento dei materiali all'interno dello stadio attraverso l'ingresso Maratona, tramite carrelli di dimensioni adeguate.

FASE 2

*Assemblaggio a terra dell'anello in funi*  
Suddiviso in 4 parti è costituito da 12 funi di diametro 87 mm, 78 morsetti e capicorda di unione del tipo non regolabile (AP + CH + perno).

Posizionamento dei 78 morsetti, su piano di appoggio in struttura tubolare. Svolgimento delle funi mediante svolgitori meccanici e stesura all'incirca secondo la proiezione verticale dell'anello in funi e comunque secondo la geometria definita dal ((progetto di sollevamento». Assemblaggio delle 12 funi sui morsettoni. Collegamento delle 4 parti dell'anello in funi. Il lavoro è stato svolto da 4 squadre contemporaneamente.

portanti e stabilizzanti, tramite svolgitori meccanici frenati. Distribuzione sulle gradinate dei morsetti e dei pendini. Assemblaggio sulle tribune delle travi di funi.

Collegamento delle stesse ai morsettoni dell'anello in funi. Il lavoro è stato svolto da 4 squadre contemporaneamente.

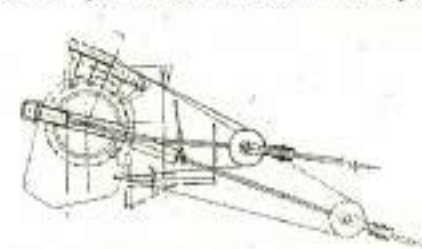
FASE 4

*Montaggio attrezzature di sollevamento*

Montaggio carrucole, rinvii e argani di tiro sull'anello di carpenteria. Stesura sulle carrucole e sui rinvii di 78 stralli provvisori. Ancoraggio degli stralli provvisori a ciascuna fune portante. Messa in tensione degli stralli provvisori e relative funi por-



Fig. 8.16 Argano di sollevamento della fune portante: fase 5



tanti senza ancora operare alcun sollevamento dell'anello in funi. In questa fase le travi in fune si sollevano parzial-

Fig. 8.15 Apparecchio di sollevamento collegato al capocorda della fune portante



mente dalle tribune, rimanendo appese alle funi portanti ormai pressoché rettilinee. Il lavoro è stato svolto da 4 squadre contemporaneamente.

**FASE 5**

*Sollevamento tensostruttura*

Il sollevamento è stato oggetto di un vero e proprio «progetto»: il comportamento dell'intera struttura (insieme anello esterno/travi di funi/anello interno) è stato schematizzato all'elaboratore allo scopo di determinare in ogni fase lo stato geometrico e tensionale, da confrontare con quello che si è poi rilevato nella realtà. Un esempio di tale studio è riportato nello schema di fig. 8.93. Erano predisposti sistemi di controllo delle deformazioni dell'anello in carpenteria, oltre a quelle della tensostruttura. Posizionamento di 8 squadre di tiro su 8 punti dell'anello in carpenteria, simmetricamente distribuiti. Organizzazione di una centrale di controllo munita di stazione radio e strumenti topografici laser posta al centro del campo. Tesatura di circa 2 m degli stralli provvisori, dagli 8 punti di cui sopra, con conseguente innalzamento dei relativi morsettoni dell'anello centrale. Spostamento delle 8 squadre sulle stazioni di tiro adiacenti, in senso orario. Tesatura di circa 2 m degli stralli provvisori, dagli 8 punti di cui sopra, con conseguente innalzamento dei relativi morsettoni dell'anello centrale (eseguita per tutti i punti di ancoraggio delle funi). Il procedimento è continuato fino al completo innalzamento dell'anello. Al termine di ogni «giro» di innalzamento completo, si è effettuata una sosta per controllare la geometria della struttura nelle varie fasi intermedie. Il lavoro è



Fig. 8.90 Vista interna della copertura in corrispondenza dell'intradosso dell'anello reticolare. È possibile osservare i moduli pseudocorici interni all'anello, il sistema periferico di raccolta delle acque e la passerella di servizio interna.

stato svolto da 8 squadre contemporaneamente. Argani di sollevamento in 4°, costruiti con speciali morsetti a cuneo espressamente per tale operazione dalla Redaelli di Milano con tiro max di 40 t x 4 = 160 t max.

**FASE 6**

*Ancoraggio funi all'anello in carpenteria*

Il sollevamento del sistema di funi è stato effettuato mediante stralli provvisori ancorati alle funi portanti. Tale ancoraggio è stato realizzato ad una certa distanza dai capicorda, con un morsetto ad attrito, allo scopo di consentire una certa flessibilità e variazione di direzione di questi rispetto alla linea di tiro. Ciò ha consentito, quasi al termine del sollevamento, di infilare agevolmente il tubo contenente sella e capocorda negli ancoraggi in carpenteria. I capicorda delle funi stabilizzanti, realizzati di lunghezza opportuna, sono stati imboccati negli appositi ancoraggi tramite argani e funi di servizio. Il lavoro è stato svolto da 8 squadre contemporaneamente.

**FASE 7**

*Tesatura della tensostruttura*

La fase di tesatura è stata programmata e «progettata» con, la medesima metodologia impiegata per il sollevamento. Sono state cioè calcolate tutte le situazioni geometriche e tensionali intermedie dell'insieme strutturale anello in carpenteria/travi di funi/anello in funi, e quindi controllate durante i lavori. Posizionamento di 8 squadre di tiro su 8 punti dell'anello in carpenteria, simmetricamente distribuiti (funi portanti e stabilizzanti).

Organizzazione di una centrale di controllo munita di stazione radio e stru-

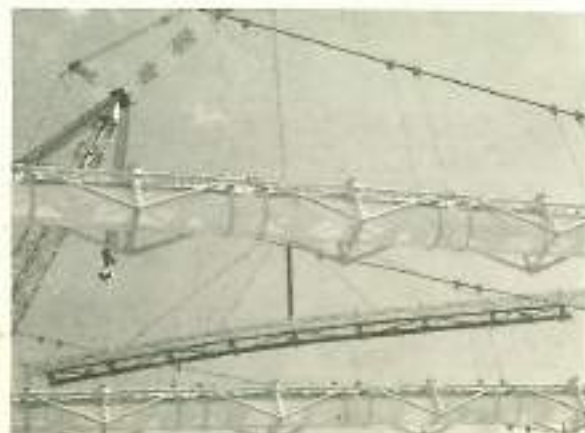


Fig. 8.97 Montaggio simultaneo di nove moduli di struttura secondaria radiale. In corrispondenza di questa orbita sono posizionate: le canalizzazioni elettriche, la gronda, i collegamenti di parete delle tensostrutture e di fissaggio delle membrane e il grigliato per la passerella di manutenzione.



Fig. 8.99 Vista parziale della copertura

menti topografici posti al centro del campo. Messa in tensione progressiva, alternativamente agendo sulle funi portanti e sulle stabilizzanti e spostando le squadre sulle postazioni adiacenti in senso orario. Si sono

effettuati circa 3 giri completi dell'anello. I martinetti superiori erano del tipo forato da 300 t (usati singolarmente), quelli inferiori a stelo da 250 t (usati in coppia).

**FASE 8**

*Controllo geometrico e tensionale*

Il controllo è consistito nel rilievo geometrico della struttura e nella misurazione finale delle tensioni presenti agli ancoraggi delle funi, raffrontato ai valori provenienti dal calcolo strutturale.

**8.5.9.6 La membrana di copertura**

Si è proceduto, con l'ausilio della gru con sbraccio di 50 m e opportuno bilancino strallato, a sollevare le travi

secondarie completamente preassemblate a terra, provvedendo in alto soltanto all'aggancio dei perni di collegamento coi pendini delle funi. Successivamente, ad avvenuto montaggio di 1/8 delle strutture secondarie e relative travi ad omega, si è provveduto in contemporanea al montaggio dei singoli moduli di 46X10 m della membrana di copertura, posti «impacchettati» opportunamente in adiacenza dell'anello esterno quindi trascinati con arganelli su funi radiali, nella esatta posizione pianoaltimetrica finale. La successiva presollecitazione mediante funi e tenditori di bordo, ha conferito alla membrana la corretta forma e stabilità statica e dinamica.

**8.5.9.7 Tempi di realizzazione**

- Montaggio dell'anello reticolare esterno agosto-dicembre 1989
- Montaggio della tensostruttura settembre 1989-gennaio 1990
- Sollevamento e tesatura della tensostruttura 15/1/1990-20/2/1990
- Montaggio membrana di copertura marzo-aprile 1990



Fig. 8.100 Nodo tipico d'ancoraggio delle funi portanti in corrispondenza del corrente superiore dell'anello reticolare.



BIBLIOGRAFIA

- [8.1] M. MAJOWIECKI: *La tensostruttura per la fiera di Milano, Acciaio, Aprile 1986*
- [8.2] M. MAJOWIECKI, F. ZOULAS: *The roof structures of the new sport hall in Athens: design, construction and performance. Third International Conference on Space Structures, H. Nooshin, Guilford 1984.*
- [8.3] R. ALESSI, D. BAIRAKTARIS, F. CARIDAKIS, M. MAJOWIECKI, F. ZOULAS: *The roof structures of the new sports arena in Athens. World Congress on Shell and Spatial Structures, September 1979*
- [8.4] M. MAJOWIECKI, F. OSSOLA : *The new Football Stadium, Torino (Italy)*
- [8.5] G. CALOISI, M. MAJOWIECKI : *Olympic '90- Stadium Rome (Italy)*
- IABSE STRUCTURES C-52/90
- IABSE Periodica 2/1990

APPENDICI

APPENDICE A

PROGRAMMA DI CALCOLO AUTOMATICO PER L'ANALISI STATICA DI TENSOSTRUTTURE

A.1 GENERALITA'

Il programma illustrato qui di seguito (programma TENSO) è stato scritto in linguaggio FORTRAN 77 [A.7] ed è implementato su sistema VAX 11/780. Mediante questo programma è possibile analizzare strutture piane (IND = 2) e spaziali (IND = 3) composte da aste soggette a sollecitazioni assiali (ITRUSS = 0) oppure assiali e flessionali (ITRUSS = 1).

Il metodo d'analisi strutturale è quello degli spostamenti o dell'equilibrio e la non linearità geometrica viene considerata con l'algoritmo di Newton-Raphson modificato, (vedi Cap. 5 paragrafo 5.7.1.2).

Il programma è strutturato interattivamente e per la sua stesura, in questo contesto, si è tenuto conto del carattere didattico dello stesso.

Il programma principale (MAIN) sufficientemente commentato, richiama alcune souboutines di libreria corrente, che non vengono riportate per ragioni di spazio e per permettere di modificare il programma secondo il sistema hardware a disposizione. Per quanto riguarda le routines di soluzione degli autovalori e del sistema di equazioni lineari, si danno le indicazioni bibliografiche necessarie a reperire i risolutori più appropriati al caso m esame.

Le routines grafiche richiamate dal MAIN sono analoghe a quelle di base, riportate nel paragrafo 3.5.2, per il funzionamento delle quali è, ovviamente, indispensabile l'adattamento al sistema hardware/software interattivo a disposizione.

A.2 DESCRIZIONE DEL PROGRAMMA

*Subroutine AGG-GEO.* Tale routine aggiorna, per ogni ciclo di iterazione all'interno di un assegnato passo di carico, le coordinate dei nodi della struttura. Questo permette il successivo calcolo della matrice di rotazione dell'asta, nella configurazione deformata.

*Subroutine ASSLMBL.* Visto il tipo di algoritmo utilizzato per la soluzione del sistema di equazioni di equilibrio  $KU = P$  (cfr. sub. OPTSOL), la routine ASSEMBL provvede all'assemblaggio diretto della semibanda inferiore della matrice di rigidezza della struttura. L'operazione di assemblaggio, in generale, si può realizzare facendo uso di una matrice di correlazione, o matrice topologica, che fa corrispondere, ai parametri di spostamento di ogni elemento  $U_e$ , quelli globali della struttura  $U$ . Tale matrice, indicata solitamente in letteratura con il simbolo  $A$ , è una matrice Booleana e ha dimensione pari a  $n \cdot m$ , dove  $n$  sono i gradi di libertà dell'elemento e  $m$  quelli della struttura. Sempre in generale, la matrice di rigidezza assemblata può porsi nella forma:

$$K = \sum_{i=1}^I A_i^T (K_e^i - N_i K_G^i) A_i$$

mentre il vettore delle forze nodali può esprimersi come:

$$F = \sum_{i=1}^I A_i^T R^i$$

essendo:

$A_i$  matrice di correlazione dell' $i$ -esima asta;

$K_e^i$  matrice di rigidezza elastica dell' $i$ -esima asta;

$K_G^i$  matrice di rigidezza geometrica dell' $i$ -esima asta;

$N_i$  azione assiale dell' $i$ -esima asta;

$R^i$  azioni nodali all'estremità dell' $i$ -esima asta;

$K$  matrice di rigidezza assemblata;

$F$  vettore dei termini noti.

La matrice  $A$ , gode, di varie proprietà. Ad esempio, la matrice topologica che correla i carichi esterni alle azioni nodali è la trasposta della matrice  $A$ , di correlazione, e questo sottolinea la dualità tra gli aspetti statici e cinematici del problema. Tuttavia, data la particolare natura di  $A$ , l'operazione  $A_i^T K^i A_i$  equivale, semplicemente, a collocare gli elementi della matrice di rigidezza dell'elemento  $i$ -esimo nella posizione che essi occupano nella struttura assemblata.

La matrice di rigidezza della struttura è, poi, ottenuta sommando i contributi dei vari elementi.

L'algoritmo utilizzato [A.1] sfrutta, appunto, questa proprietà, utilizzando al posto della matrice  $A$ , un vettore ad  $n$  componenti, avente nella  $i$ -esima locazione:

- il numero del grado di libertà della struttura assemblata cui corrisponde il grado di libertà  $U_j$  dell'elemento;

- zero, qualora tale componente di spostamento sia impedita dalla presenza di un vincolo.

L'idea-base di una tale procedura di assemblaggio può trovarsi in [A.2].

Il diagramma di flusso dell'algoritmo è illustrato in fig. A.1 dove:

NGL numero di gradi di libertà dell'asta; NCODE(NGL) vettore avente nella  $i$ -esima collocazione il numero del grado di libertà della struttura assemblata cui corrisponde il grado di libertà  $i$ -esimo dell'elemento;  $K$  matrice di rigidezza assemblata.

La routine realizzata esegue, appunto, le operazioni indicate con una variante dovuta al fatto che la matrice di rigidezza assemblata, per ovvie ragioni di occupazione di memoria, viene memorizzata (per righe e tenendo conto della struttura a banda) in un vettore  $A$ .

L'organizzazione della matrice è descritta da due vettori di puntatori, il primo dei quali (PUN) contiene nella  $i$ -esima locazione il  $j$ -min della  $i$ -esima riga di  $A$ , il secondo (NA) contiene la locazione in  $A$  del primo elemento non nullo dell' $i$ -esima riga, (vedi figura A.2).

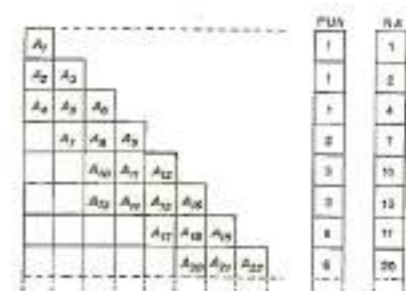


Fig. A.2 Organizzazione della matrice A.

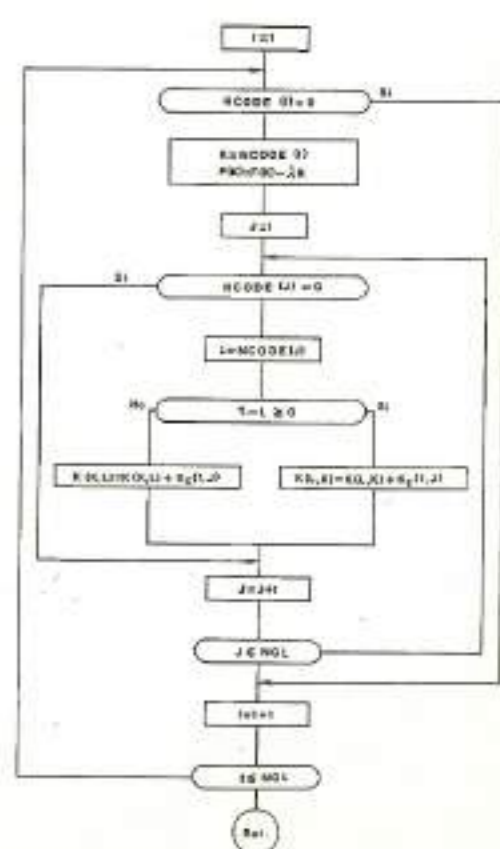
*Subroutine AS-MAT-R.* Questa routine costituisce il «main» delle routines che provvedono al calcolo e assemblaggio della matrice di rigidezza della struttura, nonché alla costruzione del vettore dei termini noti.

Il diagramma di flusso relativo a tale blocco è illustrato in fig. A.3.

Tale procedura richiama le routines che:

1) generano la matrice di rigidezza elastica e geometrica dell'asta in due o tre dimen-

Fig. A.1 Diagramma di flusso per l'operazione di assemblaggio.



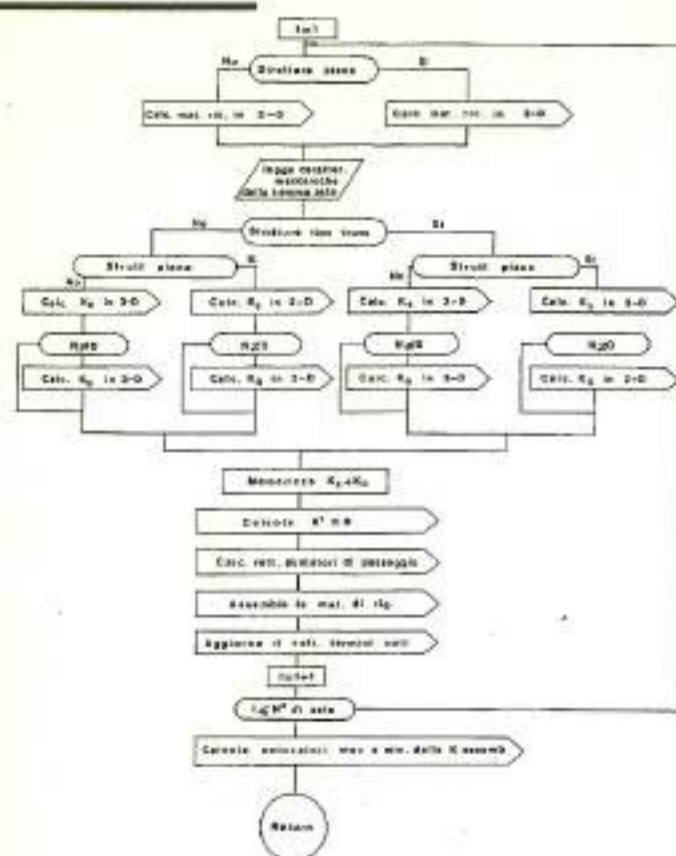


Fig. A3. Diagramma di flusso della subroutine AS-MAT-R.

3) la routine che esegue il prodotto RTKR, cioè: RMRIG;

4) la routine che genera il vettore dei puntatori di passaggio dal sistema di riferimento locale dell'asta a quello globale, cioè: BOOLE;

5) la routine che calcola il vettore dei termini noti: TERNOTI;

6) la routine che assembla la matrice di rigidezza della struttura: ASSEMBL;

7) la routine per un eventuale calcolo degli autovalori, massimo e minimo, della matrice di rigidezza assemblata: AUTOVAL.

*Subroutine AUTOVAL.* Questa routine provvede, con una preventiva risistemazione della memorizzazione della matrice di rigidezza assemblata, al calcolo degli autovalori massimo e minimo della matrice stessa. Tale calcolo, che si appoggia sulla routine EUGRS della libreria IMSL, risulta interessante per una quantificazione della precisione conseguibile nella soluzione del sistema  $KU = P$ . È noto, infatti, che a causa degli errori di troncamento e di round-off, non si ottiene la soluzione esatta del sistema  $KU = P$  ma, a causa degli errori connessi alla costruzione della matrice di rigidezza e di quelli connessi alla risoluzione del sistema, si risolve in pratica il sistema:

$$(K + \delta K)(U + \delta U) = P.$$

Se si suppone, però, che il prodotto  $\delta K \delta U$  sia molto più piccolo degli altri termini, può porsi:

$$KU + K\delta U + \delta K\delta U = P$$

ma:

$$KU = P$$

allora:

sioni, cioè:  
 KE2 genera la matrice di rigidezza elastica in 2-D;  
 KG2 genera la matrice di rigidezza geometrica in KE2T genera la matrice di rigidezza elastica di un'asta tipo truss in 2-D;  
 KG2T genera la matrice di rigidezza geometrica di un'asta tipo truss in 2-D;  
 KE3 genera la matrice di rigidezza elastica in 3-D;  
 KG3 genera la matrice di rigidezza geometrica in 3-D;  
 KE3T genera la matrice di rigidezza elastica di un'asta tipo truss in 3-D;  
 KG3T genera la matrice di rigidezza geometrica di un'asta tipo truss in 3-D;

2) le routines che calcolano il minore 3x3 della matrice rotazione in due o tre dimensioni, cioè:  
 ROTA2 calcola la matrice rotazione nel piano;  
 ROTA3 calcola la matrice rotazione nello spazio;

$$K\delta U + \delta KU = 0$$

ovvero:

$$\delta U = K^{-1}\delta KU$$

per cui se indichiamo con:

$$\text{cond}(K) = \frac{|\delta U|}{|U|}$$

se  $t$  sono le cifre significative messe a disposizione dall'elaboratore, può porsi:

$$\frac{|\delta K|}{|K|} = 10^{-t}$$

se inoltre  $s$  sono le cifre significative da ottenere in soluzione, potremo porre:

$$\frac{|\delta U|}{|U|} = 10^{-s}$$

e, passando ai logaritmi, le cifre significative in soluzione varranno:

$$s \geq t - \log_{10} \text{cond}(K)$$

Una stima attendibile di  $\text{cond}(K)$  può ottenersi dal rapporto fra gli autovalori massimo e minimo della matrice di rigidezza assemblata, cioè:

$$\text{cond}(K) = (\lambda_{\max}/\lambda_{\min})$$

Un basso numero di condizione rappresenta, però, solo una condizione sufficiente per il buon condizionamento del sistema di equazioni lineari da risolvere. E da rilevare, infatti, che condizioni di carico diverse, anche se di entità paragonabile, possono dar luogo ad errori di diverso ordine di grandezza. In generale, è da attendersi una maggiore accuratezza nei risultati con vettori di carico ortogonali alle deformate più rigide della struttura (ovvero quelle definite dagli autovettori associati agli autovalori massimi) [A.3].

In generale, si possono avere gravi errori di manipolazione nei seguenti casi:

- strutture con parti a rigidezza molto diversa;
- strutture che sotto carico danno luogo a forti spostamenti o rotazioni

- associate a piccole deformazioni;
- strutture discretizzate in elementi finiti di forma e dimensioni notevolmente diverse;
- strutture con un grande numero di incognite.

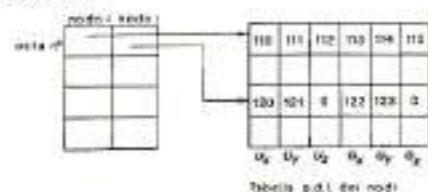
Va, comunque, sottolineato che gli errori di troncamento iniziali giocano un ruolo determinante, per cui occorrerebbe valutare  $K$  in doppia precisione e, così pure, risolvere  $KU = P$  in doppia precisione, mentre non ha senso limitarsi ad eseguire la sola risoluzione del sistema in doppia precisione. Vi sono, però, anche problemi in cui il malcondizionamento della matrice di rigidezza è artificiale. In tali casi, è utile effettuare un bilanciamento della matrice seguendo, ad esempio, una delle tecniche di bilanciamento proposte da Bauer o Lanczos (vedi subroutine NOR-BAUER).

*Subroutine CARSQUIL.* Questa routine costituisce il «main» delle routines che provvedono al calcolo delle azioni nodali alle estremità delle varie aste, nonché al calcolo del vettore dei carichi squilibrati in ogni ciclo di iterazione, all'interno di un passo di carico. Tale procedura richiama infatti le routines che:

- 1) generano il vettore dei puntatori di passaggio dal sistema di riferimento locale dell'asta a quello globale: BOOLE;
- 2) generano il minore 3x3 della matrice rotazione dell'asta nel piano e nello spazio; ROTA2 genera il minore 3 x 3 della matrice rotazione di un'asta nel piano; ROTA3 genera il minore 3 x 3 della matrice rotazione di un'asta nello spazio;
- 3) eseguono i prodotti intermedi: R-U esegue il prodotto  $U_{loc} = RU_{gen}$ ; KELOC esegue il prodotto  $K_{loc}U_{loc} = S_{loc}$ ; RT-SL esegue il prodotto  $S_{gen} = R^T S_{loc}$ .

Il diagramma di flusso, relativo a tale blocco, è illustrato in fig. A.4.

**Subroutine BOOLE.** Questa routine costruisce il vettore NCODE di puntatori di passaggio, dal sistema di riferimento locale dell'asta a quello globale della struttura. Tale vettore di puntatori viene costruito per ogni asta, indagando sul tipo di vincolo cui sono soggetti i nodi di estremità, secondo lo schema:



Il vettore così generato viene utilizzato, poi, dalla routine ASSEMBL per l'assemblaggio della matrice di rigidità globale e della routine CAR-SQUIL per il calcolo delle azioni nelle aste, nonché dei carichi squilibrati nell'*i*-esimo ciclo di iterazione all'interno di un passo di carico.

**Subroutine CAR-SPOS.** Questa routine provvede, qualora l'utilizzatore l'abbia previsto all'inizio del calcolo, a graficare, sul terminale video-grafico, le curve carico-spostamento relative ad un assegnato numero di gradi di libertà, specificando, per ogni curva, il livello di carico raggiunto e il valore dello spostamento conseguente.

**Subroutine EIGRS.** La routine non è stata implementata dallo scrivente, ma fa parte della libreria IMSL, già presente sul sistema VAX 11-780 e, quindi, direttamente utilizzabile. Essa provvede al calcolo degli *n* (se *n* è l'origine della matrice di rigidità assemblata), autovalori della matrice di rigidità. Su richiesta, specificabile come parametro di ingresso della routine, essa provvede anche al calcolo degli *n* autovettori associati. Routines simili possono trovarsi in [A.4].

**Subroutine GEO0.** Questa routine memorizza la geometria indeformata

stato «0» della struttura da utilizzarsi in seguito, nella routine PERSPECT, per visualizzazioni di confronto con la geometria deformata o per visualizzazioni di controllo dei dati riguardanti nodi e/o aste della struttura.

**Subroutine KE2.** La routine KE2 genera, nel sistema di riferimento locale, la matrice di rigidità di un'asta inflessa nel piano.

**Subroutine KE3.** Questa routine genera, nel riferimento locale, la matrice di rigidità di un'asta inflessa nello spazio.

**Subroutine KE2T.** Questa routine genera, nel riferimento locale, la matrice di rigidità di un'asta soggetta unicamente a sforzo assiale nel piano.

**Subroutine KE3T.** Tale routine genera, nel riferimento locale, la matrice di rigidità di un'asta soggetta unicamente a sforzo assiale nello spazio.

**Subroutine KELOC.** Questa routine esegue il prodotto:

$$K_{LOC} U_{LOC} = S_{LOC}$$

**Subroutine KG2.** Questa routine genera, nel riferimento locale, la matrice di rigidità geometrica, per un'asta inflessa nel piano.

**Subroutine KG3.** La routine KG3 genera, nel riferimento locale, la matrice di rigidità geometrica di un'asta inflessa nello spazio.

**Subroutine KG2T.** Tale routine genera, nel riferimento locale, la matrice di rigidità geometrica di un'asta, soggetta unicamente a sforzo normale nel piano.

**Subroutine KG3T.** Questa routine genera, nel riferimento locale, la matrice di rigidità geometrica di un'asta, soggetta unicamente a sforzo normale nello spazio.

**Subroutine NOR-BAUER.** La routine

NOR-BAUER normalizza il sistema di equazione risolutivo della struttura, facendo uso dell'algoritmo di Bauer [A.5]. Tale procedura di equilibratura della matrice di rigidità porta a buoni risultati solo se il malcondizionamento è artificiale (ad esempio strutture a rigidità molto diversa in alcune zone), mentre non sortisce effetto alcuno, qualora la natura stessa del problema porti a matrici malcondizionate. Il preconditionamento consiste nell'usare gradi di libertà «relativi», cioè, nel porre in  $KU = P$  il vettore degli spostamenti nella forma:

$$W = DU$$

e nel risolvere il sistema:

$$\tilde{K}W = \tilde{P}$$

dove:

$$\tilde{K} = D^T K D \quad \tilde{P} = D^T P \quad U = D^{-1} W$$

È importante rilevare che, qualunque sia la natura della matrice *D*, questa non deve ledere né la conformazione a banda, né la simmetria della matrice di rigidità *K*.

Nel caso dell'algoritmo proposto da Bauer, la *D* è costituita da una matrice diagonale avente nel *jj*-esimo termine, l'inverso della radice quadrata del corrispondente termine della matrice di rigidità *K*.

Questo metodo è impiegabile solo qualora i termini *K* risultino non negativi, cosa che, avviene quasi sempre.

In sostanza, l'algoritmo consiste nel:

- 1) moltiplicare la *j*-esima riga e *j*-esima colonna della *K* per il termine  $1/\sqrt{K_{jj}}$ . Questa operazione conduce ad una matrice con termini diagonali unitari e termini  $K_{ij}$ , con *i* diverso da *j*, inferiori all'unità;
- 2) moltiplicare il vettore dei termini noti per la matrice diagonale *D*;
- 3) risolto il sistema e ottenuti i valori del campo di spostamento *W*, moltiplicare tale vettore-soluzione per la *D*<sup>1</sup>.

L'algoritmo è, quindi, di facile implementazione e non richiede che un basso onere aggiuntivo di memoria,

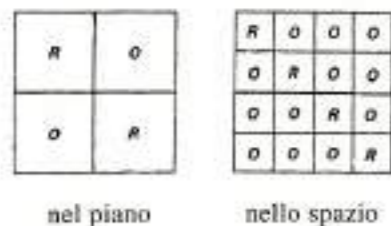
potendosi memorizzare la matrice *D* sotto forma di vettore ad *n* componenti, se *n* è il rango del sistema da risolvere.

**Subroutine OPTSOL.** La routine OPTSOL [A.6] è la routine che provvede alla fattorizzazione e alla risoluzione del sistema delle equazioni di equilibrio. La fattorizzazione è del tipo LDL<sup>t</sup> ed è, appunto, il tipo di algoritmo usato per la fattorizzazione ad averne consigliato l'uso. Infatti, le routines che usano l'algoritmo di Choleski, necessitano del calcolo di *n* (se *n* è l'ordine della matrice) radici quadrate, che notoriamente costituiscono una delle operazioni di più bassa precisione, quando vengono eseguite da un elaboratore. La routine OPTSOL usa, invece, l'algoritmo di Wilkinson, che non utilizza tali operazioni e, pertanto provoca un numero inferiore di errori di troncamento. Sia la fattorizzazione che le successive «back substitutions», sono eseguite in doppia precisione per ottenere la maggior precisione possibile. Questa routine non è stata implementata dallo scrivente, ma solo modificata per operare in doppia precisione. Al solito, fornendo un opportuno parametro di ingresso, essa può essere utilizzata sia per la soluzione del sistema  $KU = P$ , che per, il successivo calcolo degli incrementi di spostamento, una volta calcolati gli squilibri nodali.

**Subroutine PERSPECT.** La routine PERSPECT, utilizzando i dati memorizzati dalle routines GEO0 e AGG-GEO, grafica su terminale, la geometria della struttura sotto forma di:

- pianta;
- prospetto x-z (solo per strutture in 3D);
- prospetto y-z (solo per strutture in 3D);
- prospettive, assegnando il punto di vista della geometria deformata (tratto continuo) e indeformata (tratto tratteggiato) della struttura [A.8].
- numerazioni, in pianta, dei nodi e delle aste.

E, inoltre, possibile eseguire delle zoomate su parti della struttura per controllare meglio tali numerazioni. La routine, qualora il grafico interessi, memorizza il grafico stesso in un file dati, da utilizzare in seguito facendo uso del programma GRAFLOT, per restituzioni su plotter, a cui l'utente deve assegnare nome e unità logica. **Subroutine R-MRIG.** Questa routine, vista la particolare natura della matrice di rotazione per un'asta del tipo:



esegue il prodotto  $R^T K_R$  effettuando esclusivamente i prodotti a risultato non nullo. Infatti, considerando il prodotto di tre matrici 12x12, come sono quelle relative ad aste nello spazio, si dovrebbero eseguire per ogni asta 3.456 moltiplicazioni. Viceversa, considerando la natura delle matrici rotazione e usando la routine proposta, le moltiplicazioni si riducono a 864. Questo riduce notevolmente i tempi di calcolo, soprattutto in strutture complesse. Il diagramma di flusso della routine proposta è illustrata in fig. A.5. Si sottolinea, poi, che la routine utilizza solo il minore 3 x 3 della R, il che riduce gli oneri di memoria occupata durante il calcolo, in un problema usuale.

**Subroutine ROTA2.** Questa routine calcola il minore 3 x 3 superiore della matrice di rotazione di un'asta nel piano.

**Subroutine ROTA3.** La routine ROTA3 calcola il minore 3 x 3 superiore della matrice di rotazione di un'asta nello spazio [A.9].

**Subroutine RT-SL.** Questa routine esegue il prodotto:

$$S_{ges} = R^T S_{loc}$$

per calcolare le componenti di sforzo alle estremità dell'asta, nel sistema di



**Fig. A5** Diagramma di flusso della subroutine R-MRIG.  
 R=matrice 3x3 della mot. rotazione  
 K=matrice di rigidità locale  
 KS=matrice di supporto  
 NGL=n° di gradi di libertà dell'asta

riferimento globale che deve essere utilizzato per il calcolo dei carichi squilibrati nell'i-esimo ciclo di iterazione del j-esimo passo di carico. Anche in questo caso, come per le routine R-MRIG e R-U, tale calcolo viene eseguito badando a calcolare solo i prodotti a risultato non nullo.

**Subroutine R-U.** Tale routine provvede, tenendo conto della particolare conformazione della matrice di rotazione, a calcolare il prodotto:

$$U_{loc} = R U_{ges}$$

essendo  $U_{loc}$  il vettore delle componenti di spostamento dell'asta nel riferimento locale ed  $U_{ges}$  quello nel sistema di riferimento globale.

**Subroutine TER-NOTI.** Questa routine calcola il vettore nei termini noti, da utilizzarsi per la soluzione del sistema  $KU = P$ . In tale routine, infatti, vengo-

no sommati, al vettore dei carichi direttamente applicati ai nodi, i termini relativi ai carichi nodali equivalenti, trasmessi dalle aste. Anche in questo caso, come per le routine R-MRIG, R-U e RT-SL, il prodotto viene eseguito tenendo conto della particolare natura della matrice di rotazione. I vari termini vengono, successivamente, assemblati facendo uso del vettore di puntatori NCODE dell'asta, generato dalla routine BOOLE.

**A.3 LISTA DELLE ISTRUZIONI DEL PROGRAMMA TENSO**

```

FINTE
SFILES 1,2
PROGRAM TENSO
*
* MAIN DEL PROGRAMMA DI CALCOLO
*
* VARIABILI
*
* A MATRICE DI RIGIDITA' ASSEMBLATA ALLA STRUTTURA
* DPE VET. DEI TERMINI NOTI (INPUT) DEGLI
* SPOT. NODALI (OUTPUT)
* CDR VET. DEI CARICHI EQUILIBRATI
* PTC Vettore di incremento dei carichi
* (algoritmo di Riks)
* PTCO Fat. di incr. dei carichi al primo
* ciclo di iterazione
* UPASSI VET. di spostamenti nodali da
* utilizzare per curva P=U
* CPASSI VET. di carichi nodali da utilizzare
* per curva P=U
* UTOT VET. degli spostamenti nodali totali
* UPAS VET. degli incrementi di spostamenti
* totali del passo
* CTOT VET. dei carichi totali applicati
* CPAS VET. dei carichi applicati nel passo
* CAREST VET. dei carichi esterni
* NA VET. dei puntatori in A del primo ele-
* mento non nullo della i-esima riga di A
* VET. di puntatori della j-min della
* i-esima di A
* POLD Equivalente a PUN utilizzato perche' la
* routine CPAS distrugge i puntatori
* COMP VET. dei puntatori alle comp. di
* spost. da graficare
*
* DOUBLE PRECISION A(10), P(10,10),
* CDR(10), ANN, PTC, PTCO, PPO,
* DSI, NPS, ABS, AIS, ANN, ASC
* CHARACTER C(4)
* REAL UPASSI (10,3), CPASSI (10,3), XYZ (10,3),
* UPAS (10), CPAS (10), CTOT(10), CDR(10),
* CAREST(10), POLD(10),
* INTEGER NCODE(1), PUN(10), POLD(10),
* COMP(3), GLM(10,6)
*
* COMMON/NOI/NOI(3), XYZ, GLM
* COMMON/STATO/STRUSS, INF, NGL, NGL
* COMMON/SISTEMA/NA, PUN, N, NGL, MTGLT, MC
* COMMON/CAREST/CAREST
* COMMON/CAR/CAR(10)/CTOT, CPASS
* COMMON/CAR_PUN/PUN
* COMMON/CURVE/COMP, COMP, UPASSI, CPASSI
* COMMON/ERR/ERR(10)/VAR, IERR
*
* CAL GERR I memorizza la geom. inconf.
*
* WRITEN (1,*) 'Vuoi vedere la geometria?'
* <Y. or N.>
* READ C1,600CH
* IF (CH.EQ. 'Y') THEN
*
* CALL PER SPET
* END IF
*
* WRITE (1,*) 'Quante componenti di spost.
* vuoi graficare? (max 3)'
* READ (1,*) NCOMP
* IF (NCOMP.GT.3) GOTO 1
*
* IF (NCOMP.NE.0) THEN
* WRITE (1,*) 'Qualite'
* DO I=1, NCOMP
* WRITE (1,2)
* FORMAT (24, 'Comp. n°', I, '...')
* READ (1,*) COMP (I)
* END DO
* END IF
*
* IPASSI=1
*
* IF (NCOMP.NE.0) THEN
* CALL CAR SPOST
* END IF
*
* NC=1
* FT(1)=0
* ISTEP=0
* IERR=0
* EPS=0.000001
* EPS=0.000001
* PDS=0.
* INDR=0
    
```

```

WRITE (1,*) 'Precisione sui carichi='
READ (1,*) EPSCAR
WRITE (1,*) 'Precisione sugli spostamenti='
READ (1,*) EPSSPDS
WRITE (1,*) 'N di iterazioni='
READ (1,*) NITER
*
* -----Inizia calcolo
30 IF (ISTEP.EQ.0) THEN
*
* Primo step
*
* NGL=MTGLT
* DO I=1, NGL
* A (I)=0. !Azzerati. rig. assemb.
* UTOT (I)=0. !Azzerati campo di spostamenti
* UPASS (I)=0. !Azzerati campo spost.
* del passo
* CTOT (I)=0. !Azzerati vettore carichi
* totali
* DPE (I)=0. !Azzerati vet. carichi
* applicati
* CPASS (I)=0. !Azzerati vet. car. app.
* al passo
* NA (I)=0. !Azzerati puntatori
* PUN (I)=0. !Azzerati puntatori
* END DO
*
* N MAX(NA, NGL) I1=esimo step
* DO I=1, N MAX
* A (I)=0. !Azzerati vet. rig. assemb.
* END DO
* DO I=1, NGL
* PUN(I)=POLD(I) !Inizializza puntatori
* UPASS(I)=0. !Azzerati campo spost. del
* passo
* END DO
*
* END IF
*
* WRITE (1,*) 'Assemblaggio della matrice
* di rigidita''
* CALL AS_MTR_ICOSTEP !Assembla la mat. di rig.
*
* ISTEP=ISTEP+1
*
* -----Aggiorna vet. termini noti
*
* IF (ISTEP.EQ.1) THEN
* DO I=1, NGL
* POLD(I)=PUN(I)
* DPE(I,1)=CAREST(I)
* CP(I)=CDPE(I,1) !Memorizza il vet. di
* rif. dei carichi
* CPAS(I)=CPPE(I,1) !Memorizza il vet.
* dei carichi di step
* END DO
* POLD (NGL)=PUN(NGL)
*
* ELSE
* DO I=1, NGL
* DPE(I,1)=CTOT(I)+CPASS(I)-CDPE(I)
* !Aggiorna il vet. dei carichi
* END DO
* END IF
*
* PTC=1
*
* -----Inizia loop del calcolo
*
* IOSTAT=0
* IERR=0
*
* -----Normalizza il sistema
*
* IF (INDR.NE.0) THEN
* CALL NOR_BAUER (1,DPE)
* CALL NOR_BAUER (2,DPE)
*
* END IF
*
* -----Inizia loop
*
* 20 IF (IOSTAT.EQ.0) THEN
*
* WRITE (1,*) 'Soluzione del sistema'
* IOSTAT=1 !Prima iterazione
* CALL OPTSOL(CPE,3,SPM,EPS,ANN,*100,*200)
*
* IF (INDR.NE.0) CALL NOR_BAUER(3,DPE)
*
* ELSE
*
* IF (NITER.EQ.ITER) THEN
* WRITE (1,*) 'Raggiunto max di
* iteraz., continuo <Y. or N.>'
*
* READ (1,1) CH
* IF (CH.EQ. 'Y') GOTO 50
* IERR=0
* WRITE (1,*) 'Ael cambiare max iteraz. <Y. or N.>'
* READ (1,1) CH
* IF (CH.EQ. 'Y') THEN
* WRITE (1,*) 'Max iteraz. = '
* READ (1,*) NITER
* END IF
*
* END IF
*
* IF (INDR.NE.0) THEN
*
* CALL NOR_BAUER (2,DPE)
*
* END IF
*
* WRITE (1,2) 'Soluzione del sistema'
* CALL OPTSOL (SPM,2,SPM,EPS,ANN,*100,*200)
*
* IF (INDR.NE.0) CALL NOR_BAUER(3,DPE)
*
* END IF
    
```

```

*-----!Aggiorna COME spost.
DO I=1,NMGL
  UPX(I)=UPX(I)+DPECI(I)
  UY(I)=UY(I)+DPECI(I)
END DO

*-----!Calcola spost. max
AMM=SPC(1)
DO IC=1,NMGL
  AMM=ABS(SPC(IC))
  IF (AMM.LT.AMM) THEN
    AMM=SPC(IC)
  END IF
END DO

WRITE(I,*)'DURATA',DURAX,'grado di lib.
n.=',DURAX

*-----!Aggiorna coord. nodati
CALL AGG_GEO(IPR)

*-----!Calcolo carichi squlib.
WRITE(I,*)'Calcolo carichi squlibrati'

CALL CAR_SQUIL(COPE,ISTEP,FTC)

*-----!Calcolo squlibrio max
AMM=ABS(COPE(1))
DO I=1,NMGL
  AIS=ABS(COPE(I))
  AMM=MAX(AMM,AIS)
  IF (AIS.GT.AMM) AMM=COPE(I)
END DO

WRITE(I,*)'SQUILIBRO',AMM

*-----!Controllo convergenza
IF (AMM.LT.EPSPAS.AND.AMM.LT.EPSCAR) GOTO 30
ITER=ITER+1
GOTO 20

*-----!Raffronto convergenza
DO I=1,NMGL
  COT(I)=COT(I)+CPASS(I)*FTC !Aggiorna
  rot. cor. tot. e ang.
END DO
AMM=0
DO I=1,NMGL
  AMM=AMM+PASS(I)**2
END DO

IF (INCOMP.NE.0) THEN
  IPASS=IPASS+1
  DO I=1,INCOMP
    IPT=COMP(I)
    IPASS(I)=PASS(I)+UTOT(IPT)
    CPASS(I)=COT(I)+IPT
  END DO
  WRITE(I,*)'Non implementata scrittura
su unita' 20'
END IF

FTINC=FTINC+FTC

AMM=SQRT(AMM+1)
WRITE(I,*)'Rot. 0SD, 'ROT',AMM,
WRITE(I,*)'Fattore di carico',FTC
WRITE(I,*)'Fattore totale di increm. dei
carichi=',FTINC

WRITE(I,*)'Vuoi vedere geometria <Y.or.N.>'
READ(I,*)IN
IF (IN.EQ.'Y') THEN
  *-----!Vuoi vedere curva Phi <Y.or.N.>
  READ(I,*)IN
  IF (IN.EQ.'Y') THEN
    CALL CAR_SPOST
  END IF

  *-----!Incrementi al carico <Y.or.N.>
  READ(I,*)IN
  IF (IN.EQ.'Y') GOTO 70

45 DO I=1,NMGL
  CPASS(I)=0
END DO

655 WRITE(I,*)'Fattore di incremento del carichi'
  READ(I,*)FT
  IF (ABS(FTC).GT.1) THEN
    WRITE(I,*)'Confermi <Y.or.N.>'
    READ(I,*)IN
    IF (IN.EQ.'Y') GOTO 655
  END IF
  DO I=1,NMGL
    CPASS(I)=COT(I)*FTC
  END DO
  FTC=1

  *-----!Quante iterazioni <Y.or.N.>
  READ(I,*)IN
  IF (IN.EQ.'Y') ITER=ITER+1

  *-----!Normalizzo il sistema <Y.or.N.>
  READ(I,*)IN
  IF (IN.EQ.'Y') ITER=ITER+1

  *-----!Modifici precisione <Y.or.N.>
  READ(I,*)IN
  IF (IN.EQ.'Y') THEN
    WRITE(I,*)'Precisione sui carichi='

```

```

READ(I,*)EPSCAR
WRITE(I,*)'Precisione sugli spostamenti'
READ(I,*)EPSPAS
END IF

GOTO 30

70 WRITE(I,*)'Confermi STOP <Y.or.N.>'
  READ(I,*)IN
  IF (IN.EQ.'Y') GOTO 65
  WRITE(I,*)'Passi il carico',IPASS
  STOP

100 WRITE(I,*)'Perde sign. l'elemento diag. della
  riga',IDIR
  STOP

200 WRITE(I,*)'Termine diag. negativo alla
  riga',IDIR
  STOP

SUBROUTINE K2Z(IST,KEL)
  !Calcola la matrice di rig. in 2-2 tipo truss
  REAL KEL(12,12)
  COMMON/CAR_MEC_A/E,AF,AJ,AJZ,AJP
  DIMENSION E(1),AF(1),AJ(1),AJZ(1),AJP(1)
  KEL(1,1)=E*(1,1)+1./D0
  KEL(2,2)=E*(2,2)+1./D0
  KEL(3,3)=KEL(3,3)+E./D0
  KEL(4,4)=KEL(4,4)+E./D0
  KEL(5,5)=KEL(5,5)+E./D0
  KEL(6,6)=KEL(6,6)+E./D0
  KEL(7,7)=KEL(7,7)+E./D0
  KEL(8,8)=KEL(8,8)+E./D0
  KEL(9,9)=KEL(9,9)+E./D0
  KEL(10,10)=KEL(10,10)+E./D0
  KEL(11,11)=KEL(11,11)+E./D0
  KEL(12,12)=KEL(12,12)+E./D0
  DO I=1,6
    DO J=1,6
      KEL(I,J)=KEL(I,J)*E
      KEL(J,I)=KEL(I,J)
    END DO
  END DO
  RETURN
END

SUBROUTINE K3Z(IST,KEL)
  !Calcola la matrice di rig. in 3-3 tipo truss
  REAL KEL(12,12)
  COMMON/CAR_MEC_A/E,AF,AJ,AJZ,AJP
  RETURN
END

SUBROUTINE K3T(IST,KEL)
  !Calcola la matrice di rigidizzo in 3-3 tipo truss
  REAL KEL(12,12)
  COMMON/CAR_MEC_A/E,AF,AJ,AJZ,AJP
  EAL=E*AF/IST
  KEL(1,1)=EAL
  KEL(4,4)=EAL
  KEL(7,7)=EAL
  KEL(10,10)=EAL
  RETURN
END

SUBROUTINE K3T(IST,KEL)
  !Calcola la matrice di rigidizzo in 3-3 tipo truss
  REAL KEL(12,12)
  COMMON/CAR_MEC_A/E,AF,AJ,AJZ,AJP
  EAL=E*AF/IST
  KEL(1,1)=EAL
  KEL(4,4)=EAL
  KEL(7,7)=EAL
  KEL(10,10)=EAL
  RETURN
END

SUBROUTINE K3T(IST,KEL)
  !Calcola la matrice di rig. geom. tipo truss 2-2
  REAL KEL(12,12)
  COMMON/CAR_MEC_A/E,AF,AJ,AJZ,AJP
  DIMENSION E(1),AF(1),AJ(1),AJZ(1),AJP(1)
  KEL(1,1)=E*(1,1)+1./D0
  KEL(2,2)=E*(2,2)+1./D0
  KEL(3,3)=KEL(3,3)+E./D0
  KEL(4,4)=KEL(4,4)+E./D0
  KEL(5,5)=KEL(5,5)+E./D0
  KEL(6,6)=KEL(6,6)+E./D0
  KEL(7,7)=KEL(7,7)+E./D0
  KEL(8,8)=KEL(8,8)+E./D0
  KEL(9,9)=KEL(9,9)+E./D0
  KEL(10,10)=KEL(10,10)+E./D0
  KEL(11,11)=KEL(11,11)+E./D0
  KEL(12,12)=KEL(12,12)+E./D0
  DO I=1,6
    DO J=1,6
      KEL(I,J)=KEL(I,J)*E
      KEL(J,I)=KEL(I,J)
    END DO
  END DO
  RETURN
END

SUBROUTINE K3T(IST,KEL)
  !Calcola la matrice di rig. geom. tipo truss 3-3
  REAL KEL(12,12)
  COMMON/CAR_MEC_A/E,AF,AJ,AJZ,AJP
  DIMENSION E(1),AF(1),AJ(1),AJZ(1),AJP(1)
  KEL(1,1)=E*(1,1)+1./D0
  KEL(2,2)=E*(2,2)+1./D0
  KEL(3,3)=KEL(3,3)+E./D0
  KEL(4,4)=KEL(4,4)+E./D0
  KEL(5,5)=KEL(5,5)+E./D0
  KEL(6,6)=KEL(6,6)+E./D0
  KEL(7,7)=KEL(7,7)+E./D0
  KEL(8,8)=KEL(8,8)+E./D0
  KEL(9,9)=KEL(9,9)+E./D0
  KEL(10,10)=KEL(10,10)+E./D0
  KEL(11,11)=KEL(11,11)+E./D0
  KEL(12,12)=KEL(12,12)+E./D0
  DO I=1,6
    DO J=1,6
      KEL(I,J)=KEL(I,J)*E
      KEL(J,I)=KEL(I,J)
    END DO
  END DO
  RETURN
END

```

```

*-----!Basi della struttura
CALL BATTI
IF (IN.EQ.'Y') RETURN
MIGR=ASTE
DO I=1,MIGR
  IPT=IPTN(I,1)
  IPT=IPTN(I,2)
  DO J=1,3
    GED(J)=R3Z(IPT,J)
    BEK(J)=R3Z(IPT,J)
  END DO
END DO

RETURN
END

SUBROUTINE AGG_GEO(IPR)
  !Aggiorna le coordinate dei nodi della struttura
  DOUBLE PRECISION BEK(10,10)
  REAL XYZ(10,3)
  INTEGER GLM(10,6)
  COMMON/STATO/ITRUS,IND,NGL,NMGL
  COMMON/NOI/NNOI,XYZ,GLM
  DO I=1,IND
    DO J=1,IND
      IF (GLM(I,1).NE.0) THEN
        IPT=GLM(I,1)
        XYZ(I,1)=XYZ(I,1)+BEK(IPT,1)
        !Aggiorna XYZ con spost.
      ELSE
        XYZ(I,1)=XYZ(I,1)
      END IF
    END DO
  END DO
  RETURN
END

SUBROUTINE R_MIGR(IST,KEL)
  !Esprime il prodotto R' x R
  DOUBLE PRECISION AMM
  REAL ROT(3,3),KEL(12,12),KAG(12,12)
  COMMON/STATO/ITRUS,IND,NGL,NMGL
  DO I=1,NGL-2,3
    I=I+1
    I=I+1
    DO J=1,3
      J=J+1
      DO K=1,3
        K=K+1
        AMM=0
        DO L=1,3
          J=J+1
          AMM=AMM+ROT(L,I)*KEL(L,K)
        END DO
        KAG(I,J)=AMM
      END DO
    END DO
  END DO

  DO I=1,NGL
    DO J=1,NGL-2,3
      J=J+1
      J=J+1
      DO K=1,3
        K=K+1
        DO L=1,3
          L=L+1
          AMM=AMM+KAG(L,I)*ROT(L,K)
        END DO
        ROT(I,K)=AMM
      END DO
    END DO
  END DO

  RETURN
END

SUBROUTINE ROT3Z(IST,EST,ROT)
  !Calcola la matrice rot(3,3) in 2-2
  REAL ROT(3,3),XYZ(10,3)
  INTEGER IPTN(10,2),ITIP(10),GLM(10,6)
  COMMON/ASTE/ASTE,IPTN,ITIP
  COMMON/NOI/NNOI,XYZ,GLM
  3=IPTN(ASTE,1)
  J=IPTN(ASTE,2)
  EST=SQRT(COS(1,1)-R3Z(1,1))**2+(R3Z(1,2))**2)
  SE=XYZ(1,1)+XYZ(1,1)*EST
  SE=XYZ(1,2)+XYZ(1,2)*EST
  ROT(1,1)=SE
  ROT(1,2)=SE
  ROT(2,1)=SE
  ROT(2,2)=SE
  ROT(3,1)=0
  ROT(3,2)=0
  ROT(3,3)=1
  RETURN
END

SUBROUTINE ROT3Z(EST,EST,ROT)
  !Costruisce la matrice rotazione per l'asta IAST

```

```

*-----!Basi della struttura
CALL BATTI
IF (IN.EQ.'Y') RETURN
MIGR=ASTE
DO I=1,MIGR
  IPT=IPTN(I,1)
  IPT=IPTN(I,2)
  DO J=1,3
    GED(J)=R3Z(IPT,J)
    BEK(J)=R3Z(IPT,J)
  END DO
END DO

RETURN
END

SUBROUTINE AGG_GEO(IPR)
  !Aggiorna le coordinate dei nodi della struttura
  DOUBLE PRECISION BEK(10,10)
  REAL XYZ(10,3)
  INTEGER GLM(10,6)
  COMMON/STATO/ITRUS,IND,NGL,NMGL
  COMMON/NOI/NNOI,XYZ,GLM
  DO I=1,IND
    DO J=1,IND
      IF (GLM(I,1).NE.0) THEN
        IPT=GLM(I,1)
        XYZ(I,1)=XYZ(I,1)+BEK(IPT,1)
        !Aggiorna XYZ con spost.
      ELSE
        XYZ(I,1)=XYZ(I,1)
      END IF
    END DO
  END DO
  RETURN
END

SUBROUTINE R_MIGR(IST,KEL)
  !Esprime il prodotto R' x R
  DOUBLE PRECISION AMM
  REAL ROT(3,3),KEL(12,12),KAG(12,12)
  COMMON/STATO/ITRUS,IND,NGL,NMGL
  DO I=1,NGL-2,3
    I=I+1
    I=I+1
    DO J=1,3
      J=J+1
      DO K=1,3
        K=K+1
        AMM=0
        DO L=1,3
          J=J+1
          AMM=AMM+ROT(L,I)*KEL(L,K)
        END DO
        KAG(I,J)=AMM
      END DO
    END DO
  END DO

  DO I=1,NGL
    DO J=1,NGL-2,3
      J=J+1
      J=J+1
      DO K=1,3
        K=K+1
        DO L=1,3
          L=L+1
          AMM=AMM+KAG(L,I)*ROT(L,K)
        END DO
        ROT(I,K)=AMM
      END DO
    END DO
  END DO

  RETURN
END

SUBROUTINE ROT3Z(IST,EST,ROT)
  !Calcola la matrice rot(3,3) in 2-2
  REAL ROT(3,3),XYZ(10,3)
  INTEGER IPTN(10,2),ITIP(10),GLM(10,6)
  COMMON/ASTE/ASTE,IPTN,ITIP
  COMMON/NOI/NNOI,XYZ,GLM
  3=IPTN(ASTE,1)
  J=IPTN(ASTE,2)
  EST=SQRT(COS(1,1)-R3Z(1,1))**2+(R3Z(1,2))**2)
  SE=XYZ(1,1)+XYZ(1,1)*EST
  SE=XYZ(1,2)+XYZ(1,2)*EST
  ROT(1,1)=SE
  ROT(1,2)=SE
  ROT(2,1)=SE
  ROT(2,2)=SE
  ROT(3,1)=0
  ROT(3,2)=0
  ROT(3,3)=1
  RETURN
END

SUBROUTINE ROT3Z(EST,EST,ROT)
  !Costruisce la matrice rotazione per l'asta IAST

```



```

WRITE(1,1111,CAZMOC(1,1),J=1,6)
FORMAT(2X,'ASTA',15,2F5.2)
WRITE(1,1112,IAZMOC(1,1),J=1,12)
END DO
-----Calcola carichi spostamenti
DO I=1,NFIL
  SPE(1,1)=0
  SPE(1,1)=CTOT(1)+CPAS(1)*FTO-ES(1)
END DO
RETURN
END
-----
SUBROUTINE ROT, ULOC, USI
-----
Calcola ULOC e Ugen
DOUBLE PRECISION MLOC(12), US(12), AN
REAL ROT(3,5)
COMMON/STATO/ITRUS, INO, NGLN, NGL
DO I=1, NGL-2, 3
  IK=1
  IKO=1
  DO IR=1, 3
    I=IR+1
    AN=0
    JK=IK
    DO JR=1, 3
      JK=JK+1
      AN=AN+ROT(IR, JR)*MLOC(JK)
    END DO
    US(I)=AN
  END DO
END DO
RETURN
END
-----
SUBROUTINE KELOC(KEL, ULOC, US)
-----
Calcola il prodotto K U= Sloc
DOUBLE PRECISION MLOC(12), US(12), AN
REAL KEL(12,12)
COMMON/STATO/ITRUS, INO, NGLN, NGL
DO I=1, NGL
  AN=0
  DO J=1, NGL
    AN=AN+KEL(I, J)*ULOC(J)
  END DO
  US(I)=AN
END DO
RETURN
END
-----
SUBROUTINE SPIN, ULOC, USI
-----
Calcola Spem e Sloc
DOUBLE PRECISION MLOC(12), US(12), AN
REAL SPIN(3,5)
COMMON/STATO/ITRUS, INO, NGLN, NGL
DO I=1, NGL-2, 3
  IK=1
  IKO=1
  DO IR=1, 3
    I=IR+1
    AN=0
    JK=IK
    DO JR=1, 3
      JK=JK+1
      AN=AN+SPIN(IR, JR)*MLOC(JK)
    END DO
    US(I)=AN
  END DO
END DO
RETURN
END
-----
SUBROUTINE OPTSL(B, KEX, EPR, EPS, NNO, A)
-----
Vedere bibliografia indicata
SUBROUTINE NOR_BAUER(DCO, U)
-----
ICOR=1 normalizza la matrice di rigidezza
ICOR=2 riduce il vettore dei termini foci
ICOR=3 riduce il vettore spostamenti
DOUBLE PRECISION D(10), U(10), A(10)
INTEGER N(10), PUNCTO
COMMON/STATO/ITRUS, INO, NGLN, NGL
COMMON/SISTEMA/NA, PUN_A, NTLG, NYGL1, NC
COMMON/DIAG78
GOTO(10, 20, 30), ICOR
-----Normalizza la matrice di rigidezza
DO I=1, NTLG
  II=NA(1+I)-1
  AN=SQRT(1/A(II))
  B(II)=AN
  K(II)=1
  JREN=NA(I)
  IF(JREN.EQ.1) GOTO 15
-----Riduce la riga

```

```

-----Riduce la colonna
15 IF(CI.EQ.NTLG) GOTO 19
DO IS K=1, NTLG
  IF(CI.LT.PUNCTO) GOTO 16
  IC=NACK(1)+1-PUNCTO
  A(CIK)=A(CIK)*AN
16 CONTINUE
19 CONTINUE
RETURN
-----Riduce il vet. carichi o spost.
20 DO I=1, NTLG
  DO J=1, NC
    U(I, J)=U(I, J)*B(CI)
  END DO
RETURN
END

```

**BIBLIOGRAFIA**

[A.1] L. CORRADI: *Invariabilità delle strutture*. Clup, Milano 1975.

[A.2] S. S. TEZZANI, B. MAHAPATRA: *Tangent stiffness matrix for space frame members*. Journal of the Structural Division, June 1969.

[A.3] R.A. ROSANOFF, J.F. GLANTZMANN, S. LEVY: *Numerical conditioning of stiffness matrix formulation for frame structures*. AFFOL- II 1968.

[A.4] K. J. BATHE, E. L. WILSON: *Numerical methods in finite element analysis*. Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 1976.

[A.5] F. L. BAUER: *Optimally scaled matrices*. Num. Mathematics, Vol. 5, 1963.

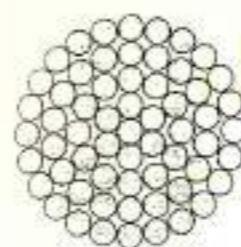
[A.6] D. P. MONDKAR, G. H. POWELL: *Towards optimal in-core equation solving*. Computer & Structures, vol 4, n. 3, Maggio 1974.

[A.7] M. MAJOWIECKI, R. TREVISAN: *Pubblicazione interna Enesys*. Bologna 1983.

[A.8] W.N. NEWMAN, E. F. SPROULL: *Principles of interactive computer graphics*. Mc. Graw Hill Book Co. 1979.

[A.9] BEAUFAY, RAWAN, HOADLEY, HACKETT: *Computer methods of structural analysis*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1970.

**FUNE SPIROIDALE**

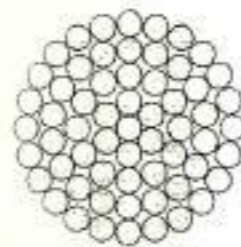


Le funi sono composte da fili tonali zincati a caldo conformi a DIN 2078 zincatura pesante, UNI 7304 classe di zincatura A, ISO 2232 classe di zincatura A (o altre norme richieste).  
Le funi sono tamponate internamente con inibitore della corrosione.  
Le funi sono prestate fino al 55% del carico di rottura e misurate sotto carico.  
Protezione anticorrosione a richiesta oltre la zincatura: guaina plastica, verniciatura, ceratura.

diámetro diámetro d (mm)	Sección metálica metallic cross section A (mm <sup>2</sup> )	Rigidez elástica Elastic stiffness E.A (MN) ± 5%	Carga de rotura mínima Minimum breaking load MBL (kN)	Masa Mass m (kg/m)
10	59,7	10	83	0,5
12	86,0	14	129	0,71
14	117	20	165	0,97
16	152	28	215	1,27
18	192	31	270	1,60
20	237	39	335	1,98
22	286	46	405	2,40
24	341	55	480	2,85
26	400	64	565	3,35
28	464	74	655	3,88
30	532	85	750	4,46
32	605	96	855	5,07
34	683	109	965	5,72
36	766	122	1080	6,42
38	853	136	1200	7,15
40	945	151	1330	7,92
42	1040	166	1470	8,73
44	1140	182	1620	9,58
46	1250	200	1780	10,5
48	1360	217	1930	11,4
50	1480	236	2080	12,4
52	1600	256	2250	13,4
54	1720	275	2430	14,4
56	1850	296	2620	15,5
58	1980	316	2820	16,6
60	2120	339	2940	17,8

funi portanti e stabilizzanti per  
tensostutture  
strali per ponti ciclo pedonali  
strali per tori

**FUNE SPIROIDALE SPECIALE**

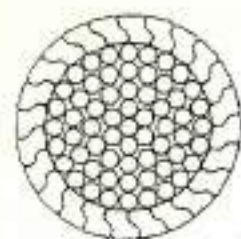


diámetro diámetro d (mm)	Sección metálica metallic cross section (mm <sup>2</sup> )	Rigidez elástica Elastic stiffness E.A (MN) ± 5%	Carga de rotura mínima Minimum breaking load MBL (kN)	Masa Mass m (kg/m)
10	59,7	10	89	0,5
12	86,0	14	129	0,71
14	117	20	175	0,97
16	152	28	228	1,27
18	192	31	288	1,60
20	237	39	356	1,98
22	286	46	429	2,40
24	341	55	512	2,85
26	400	64	601	3,35
28	464	74	697	3,88
30	532	85	798	4,46
32	605	96	888	5,07
34	683	109	1000	5,72
36	766	122	1125	6,42
38	853	136	1250	7,15
40	945	151	1385	7,92
42	1040	166	1525	8,73
44	1140	182	1675	9,58
46	1250	200	1835	10,5
48	1360	217	1995	11,4
50	1480	236	2175	12,4
52	1600	256	2350	13,4
54	1720	275	2525	14,4
56	1850	296	2715	15,5
58	1980	316	2905	16,6
60	2120	339	3115	17,8

funi portanti e stabilizzanti per  
tensostutture  
strali per ponti ciclo pedonali  
strali per tori



**FUNE CHIUSA 1 Z**



diámetro diameter d (mm)	Sección metálica metallic cross section A (mm <sup>2</sup> )	Rigidez elástica Elastic stiffness E.A (MN) ± 5%	Carga de rotura mínima Minimum breaking load MBL (kN)	masa mass m (kg/m)
24	363	39	515	3.1
26	433	49	605	3.6
28	502	61	700	4.2
30	576	72	805	4.9
32	655	85	915	5.5
34	740	100	1035	6.2
36	830	115	1160	7.0
38	924	140	1290	7.8
40	1024	160	1430	8.6

**FUNE CHIUSA 2 Z**



diámetro diameter d (mm)	sección metálica metallic cross section A (mm <sup>2</sup> )	rigidez elástica elastic stiffness E.A (MN) ± 5%	carga de rotura mínima minimum breaking load MBL (kN)	masa mass m (kg/m)
28	523	64	725	4.4
30	601	86	830	5.1
32	684	109	945	5.8
34	772	123	1065	6.5
36	865	138	1195	7.3
38	964	154	1330	8.1
40	1068	171	1475	8.9
42	1178	188	1630	9.9
44	1292	207	1785	10.9
46	1412	226	1950	11.9
48	1538	246	2125	13.0
50	1669	267	2305	14.1
52	1805	289	2495	15.2
54	1947	311	2690	16.4
56	2094	335	2895	17.6
58	2246	359	3105	18.9
60	2403	384	3320	20.3
62	2566	410	3545	21.6
64	2734	437	3780	23.0

**FUNE CHIUSA 2 Z SPECIALE**



diámetro diameter d (mm)	sección metálica metallic cross section A (mm <sup>2</sup> )	rigidez elástica elastic stiffness E.A (MN) ± 5%	carga de rotura mínima minimum breaking load MBL (kN)	masa mass m (kg/m)
28	523	64	725	4.4
30	601	86	830	5.1
32	684	109	1015	5.8
34	772	123	1145	6.5
36	865	138	1285	7.3
38	964	154	1430	8.1
40	1068	171	1585	9.0
42	1178	188	1750	9.9
44	1292	207	1920	10.9
46	1412	226	2095	11.9
48	1538	246	2285	13.0
50	1669	267	2480	14.1
52	1805	289	2680	15.2
54	1947	311	2890	16.4
56	2094	335	3100	17.6
58	2246	359	3325	18.9
60	2403	384	3570	20.3
62	2566	410	3830	21.6
64	2734	437	4090	23.0

**PREFAZIONE**

Funi portanti e stabilizzanti per  
tensosttrutture;  
stralli per ponti;  
pendini per ponti sospesi;  
stralli e funi di sospensione  
per edifici.

Funi portanti e stabilizzanti per  
tensosttrutture;  
stralli per ponti;  
pendini per ponti sospesi;  
stralli e funi di sospensione  
per edifici.

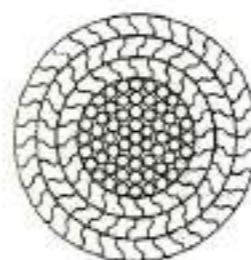
Funi portanti e stabilizzanti per  
tensosttrutture;  
stralli per ponti;  
pendini per ponti sospesi;  
stralli e funi di sospensione  
per edifici.

**FUNE CHIUSA 3 Z**



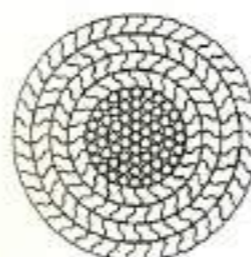
diámetro diameter d (mm)	sección metálica metallic cross section A (mm <sup>2</sup> )	rigidez elástica elastic stiffness E.A (MN) ± 5%	carga de rotura mínima minimum breaking load MBL (kN)	masa mass m (kg/m)
<b>normale standard</b>				
64	2808	449	3890	23.7
66	2987	478	4125	25.2
68	3170	507	4390	26.7
70	3360	537	4680	28.3
72	3554	569	4910	30.0
74	3754	601	5190	31.6
76	3960	633	5470	33.4
<b>flexibile speciale</b>				
64	2750	440	3800	23.2
66	2938	468	4040	24.6
68	3109	496	4290	26.2
70	3299	526	4545	27.7
72	3481	556	4810	29.3
74	3673	588	5080	31.0

**FUNE CHIUSA 3 Z SPECIALE**



diámetro diameter d (mm)	sección metálica metallic cross section A (mm <sup>2</sup> )	rigidez elástica elastic stiffness E.A (MN) ± 5%	carga de rotura mínima minimum breaking load MBL (kN)	masa mass m (kg/m)
64	2808	440	4175	23.7
66	2987	478	4440	25.2
68	3170	507	4715	26.7
70	3360	537	4995	28.3
72	3554	569	5280	30.0
74	3754	601	5580	31.6
76	3960	633	5880	33.4

**FUNE CHIUSA 4 Z**



diámetro diameter d (mm)	sección metálica metallic cross section A (mm <sup>2</sup> )	rigidez elástica elastic stiffness E.A (MN) ± 5%	carga de rotura mínima minimum breaking load MBL (kN)	masa mass m (kg/m)
74	3742	591	5170	31.5
76	3947	624	5450	33.2
78	4157	657	5745	35.0
80	4373	691	6040	36.8
82	4594	726	6350	38.7
84	4821	762	6660	40.6
86	5054	798	6980	42.6
88	5293	836	7310	44.6
90	5535	874	7650	46.6
92	5783	914	7990	48.7
94	6038	954	8340	50.9
96	6297	995	8700	53.0
98	6562	1037	9065	55.3
100	6833	1080	9440	57.6

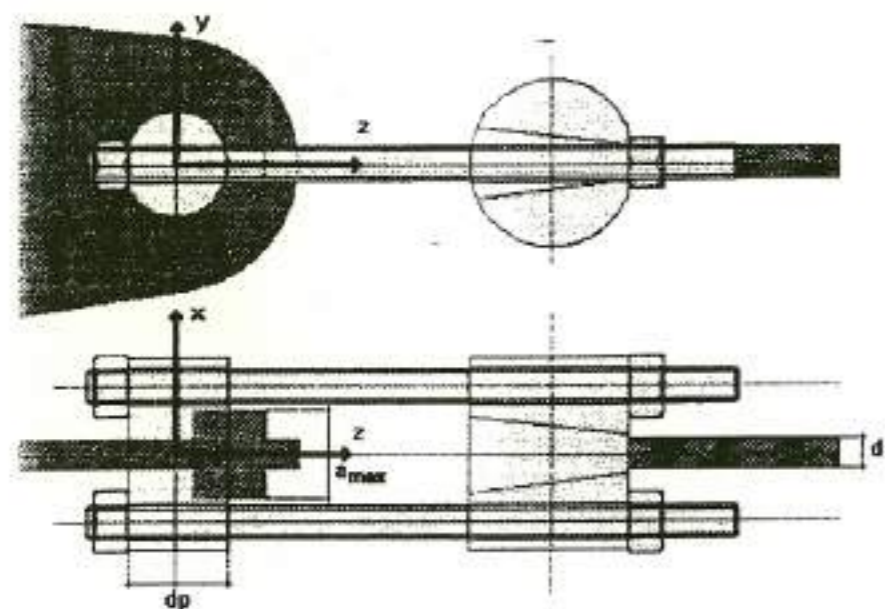
Funi portanti e stabilizzanti per  
tensosttrutture;  
stralli per ponti;  
pendini per ponti sospesi;  
stralli e funi di sospensione  
per edifici.

Funi portanti e stabilizzanti per  
tensosttrutture;  
stralli per ponti;  
pendini per ponti sospesi;  
stralli e funi di sospensione  
per edifici.

Funi portanti e stabilizzanti per  
tensosttrutture;  
stralli per ponti;  
pendini per ponti sospesi;  
stralli e funi di sospensione  
per edifici.

Capocorda, aste filettate, dadi e perno sono fabbricati con acciaio legato ad alta resistenza, con elevata resistenza all'impatto a basse temperature. La protezione anticorrosione standard è data da zincatura a caldo su capocorda e perno e da zincatura elettrolitica sulle parti filettate; protezioni anticorrosione opzionali: metal spraying, verniciatura, cetalura.

CAPOCORDA PONTE APERTO



diámetro hilo: strand diameter d (mm)	diámetro perno pin diameter dp (mm)	espesor max. placa max. plate thickness mm (mm)
15	54	64
19	65	80
25	90	94
28	100	117
32	106	115
34	116	132
38	126	132
40	136	154
42	136	159
46	156	159
50	166	179
54	180	200
60	200	236
66	220	238

TABELLE PER FUNI E PARTICOLARI COSTRUTTIVI

In questo contesto sono riunite alcune tabelle relative alle funi d'acciaio<sup>(1)</sup>, ed ai particolari costruttivi<sup>(2)</sup> più spesso utilizzati nella messa in opera di tensostrutture.

B.1 FUNI SPIROIDALI

Fune spiroidale a 7 fili (6+1)



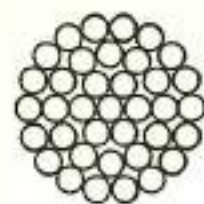
Diámetro nominal de la fune mm	Diámetro del filo central mm	Sección metálica total mm <sup>2</sup>	Masa aprox. por 100 m kg	Cargas de rotura mínimas en kN con fil de resistencia	
				1570 N/mm <sup>2</sup>	1770 N/mm <sup>2</sup>
1	0,55	0,61	0,50	0,90	1,00
2	0,67	2,44	2,00	3,50	4,00
3	1,00	5,48	4,50	7,90	9,00
4	1,35	9,70	8,00	14,0	15,9
5	1,68	15,2	12,5	22,0	24,9
6	2,00	23,0	18,0	31,8	35,8
7	2,35	29,8	24,5	43,0	48,7
8	2,65	36,0	32,0	56,2	63,5
9	3,00	49,4	40,5	71,1	80,4
10	3,35	60,9	50,0	87,8	99,3
11	3,65	73,7	60,5	106	120
12	4,00	87,7	72,0	127	142
13	4,35	103	84,5	148	168
14	4,65	119	98,0	172	195
15	5,00	137	112	197	223

Fune spiroidale a 19 fili (12+6+1)



Diámetro nominal de la fune mm	Diámetro del filo central mm	Sección metálica total mm <sup>2</sup>	Masa aprox. por 100 m kg	Cargas de rotura mínimas en kN con fil de resistencia	
				1570 N/mm <sup>2</sup>	1770 N/mm <sup>2</sup>
2	0,60	2,39	2,00	3,40	3,80
3	0,60	5,37	4,50	7,70	8,60
4	0,80	6,50	5,00	8,5	9,5
5	1,00	14,9	12,4	21,1	23,8
6	1,20	27,5	22,8	39,4	44,1
7	1,40	39,2	34,3	54,3	60,6
8	1,60	50,2	41,7	74,0	80,9
9	1,80	60,7	49,1	88,4	97,1
10	2,00	70,7	58,5	104,4	115,2
11	2,20	81,0	68,9	122	135
12	2,40	91,0	79,3	142	157
13	2,60	101	89,7	162	180
14	2,80	117	100	184	204
15	3,00	134	111	208	230
16	3,20	153	127	234	258
18	3,60	193	160	274	309
20	4,00	239	198	337	380
22	4,40	290	240	408	461
24	4,80	344	285	486	548
26	5,20	404	335	570	643

Fune spiroidale a 37 fili (18+12+6+1)

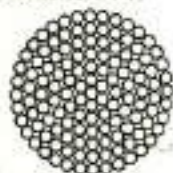


Diametro nominale della fune (mm)	Diametro dei fili esterni (mm)	Sezione metallica totale (mm <sup>2</sup> )	Peso appross. per 100 m (kg)	Carichi di rottura minimi in kN con fili di resistenza	
				1570 N/mm <sup>2</sup>	1770 N/mm <sup>2</sup>
4	0,58	9,50	7,90	13,1	14,7
5	0,70	14,8	17,7	20,6	23,1
6	0,86	21,3	27,7	29,7	33,5
7	1,00	29,0	34,1	40,4	45,3
8	1,14	37,9	43,5	52,8	59,2
9	1,30	47,9	53,8	66,7	74,9
10	1,47	59,2	65,2	82,4	92,4
11	1,65	71,8	79,3	100	110
12	1,70	85,2	93,8	119	133
13	1,87	100	109	139	156
14	2,00	116	124	162	181
15	2,15	133	141	185	208
16	2,30	152	159	211	237
18	2,55	192	199	267	300
20	2,85	237	237	329	370
22	3,15	287	294	398	447
24	3,45	341	353	475	532
26	3,70	400	413	557	625
28	4,00	464	480	645	724
32	4,55	606	624	844	940
36	5,15	767	788	1070	1200

Fune spiroidale a 91-127-148 fili

Diametro nominale della fune (mm)	Diametro dei fili esterni (mm)	Sezione metallica totale (mm <sup>2</sup> )	Peso appross. per 100 m (kg)	Carichi di rottura minimi in kN con fili di resistenza	
				1570 N/mm <sup>2</sup>	1770 N/mm <sup>2</sup>
30	2,73	575,1	442	739,1	830,9
32	2,91	688,8	504	841,0	945,4
34	3,10	817,3	570	945,4	1067,3
36	3,28	970,9	638	1064,3	1198,5
38	3,46	1138,6	712	1185,9	1333,2
40	3,64	1321,7	798	1314,0	1472,2
42	3,82	1520,8	888	1448,7	1628,7

30+26+18+12+6+1=91



36+30+26+18+12+6+1=127

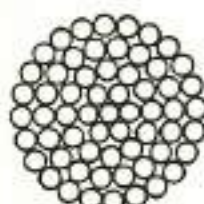
44	3,47	1770,2	960	1616,3	1818,4
46	3,58	1979	1050	1766,6	1987,5
48	3,73	2202,6	1142	1925,5	2164,1
50	3,89	2511,3	1240	2087,2	2348,1
52	4,04	2834,4	1340	2257,3	2539,8
54	4,20	3262,5	1440	2434,5	2738,9

13+13+27+21+13+9+9+1=148

56	4,62	3905,7	1558	2611,2	2961,1
58	4,78	4413,9	1672	2822,5	3176,3
60	4,95	4987,8	1790	3020,5	3390,2
62	5,11	5628,2	1910	3225,7	3629,5
64	5,28	6335,3	2036	3436,6	3887,5
66	5,44	7109,2	2164	3654,8	4132,9
68	5,61	7950,7	2298	3879,7	4386,0
70	5,77	8860,7	2436	4111,2	4626,0

Funi spiroidali a 61 fili

(24+18+12+6+1)



Diametro nominale della fune (mm)	Diametro dei fili esterni (mm)	Sezione metallica totale (mm <sup>2</sup> )	Peso appross. per 100 m (kg)	Carichi di rottura minimi in kN con fili di resistenza	
				1570 N/mm <sup>2</sup>	1770 N/mm <sup>2</sup>
18	2,00	101	159	265	298
20	2,20	136	196	327	368
22	2,45	186	278	465	524
24	2,65	240	363	610	690
26	2,90	300	452	765	863
28	3,10	363	545	920	1035
30	3,35	432	642	1085	1215
32	3,55	505	753	1260	1405
34	3,80	583	868	1445	1605
36	4,00	666	987	1640	1815
40	4,45	945	1285	2130	2385
44	4,90	1140	1550	2580	2880

B.2 FUNI SPIROIDALI CHIUSE

Funi portanti chiuse

Nucleo spiroidale, uno strato di fili sagomati



Diametro nominale della fune (mm)	Altezza radiale dei fili esterni (mm)	Sezione metallica totale (mm <sup>2</sup> )	Peso appross. per 100 m (kg)	Carico somma minimo per resistenza unitaria dei fili*					
				150 kg/mm <sup>2</sup>	170 kg/mm <sup>2</sup>	150 kg/mm <sup>2</sup>	170 kg/mm <sup>2</sup>	1670 N/mm <sup>2</sup>	
22	3,70	317	265	41200	404	47500	468	53000	530
24	3,70	388	322	50400	494	58200	570	65000	647
26	3,70	427	354	55500	544	64000	627	72000	713
28	4,10	522	433	67900	663	78300	767	88700	871
30	4,10	571	473	74200	728	85600	838	97000	953
32	4,10	678	562	84300	864	101700	996	113300	1132
34	4,30	738	612	95900	940	110700	1084	125400	1232
36	4,30	805	668	106600	1026	120700	1183	136800	1344
38	4,60	943	782	122600	1202	141400	1388	160300	1574
40	4,60	1045	859	135800	1332	156700	1538	176600	1745
42	4,60	1113	923	147000	1419	168000	1636	189200	1858
44	4,90	1251	1038	162600	1595	187400	1838	212700	2089
46	4,90	1344	1115	174700	1713	204400	1975	228500	2244
48	4,90	1436	1191	186700	1830	218400	2110	244800	2398
50	5,20	1617	1338	207000	2056	241900	2371	274300	2693
54	5,20	1823	1513	237000	2324	273400	2679	-	-
58	5,50	2130	1774	277000	2725	320700	3142	-	-
62	5,50	2425	2012	312000	3061	363700	3564	-	-
66	6,00	2767	2296	359700	3527	415000	4067	-	-
70	6,00	3085	2568	402700	3946	464200	4540	-	-
74	6,00	3459	2870	449700	4410	518800	5084	-	-

\* CARICO SOMMA = carico di rottura effettivo di tutti i fili prelevati dalla fune dopo la costanza.

Fune chiusa normale

Nucleo spiroidale, due strati di fili sagomati



Diametro nominale della fune (mm)	Altezza radiale dei fili esterni (mm)	Sezione metallica totale (mm <sup>2</sup> )	Peso appross. per 100 m (kg)	Carico somma minimo per resistenza unitaria dei fili*			
				150 kg/mm <sup>2</sup>	170 N/mm <sup>2</sup>	150 kg/mm <sup>2</sup>	1670 N/mm <sup>2</sup>
28	4,00	363	467	64450	628,5	738,9	937,0
30	4,00	409	505	61350	594,1	701,5	1033,0
32	4,00	460	567	66200	644,8	761,7	1203,0
34	4,30	508	639	71050	693,8	825,8	1351,50
36	4,30	522	673	73800	736,7	877,6	1567,40
38	4,60	587	744	79550	786,5	936,1	1728,90
40	4,60	646	801	84200	838	1011,1	1840,20
42	4,60	714	862	89800	892,5	1074,6	2012,80
44	4,60	786	924	95400	948,5	1138,5	2186,50
46	4,90	861	1002	101000	1002,2	1202,2	2416,50
48	4,90	940	1086	106600	1066,5	1266,9	2655,40
50	5,20	1020	1170	112200	1122,3	1331,8	2907,00
52	5,20	1103	1253	117800	1178,4	1397,4	3080,00
54	5,20	1190	1340	123400	1234,7	1463,7	-
56	5,20	1280	1430	129000	1290,5	1530,5	-
58	5,50	1380	1520	134600	1346,9	1597,9	-
60	5,50	1480	1610	140200	1402,8	1665,8	-
62	5,50	1580	1700	145800	1458,7	1733,7	-
64	5,50	1680	1790	151400	1514,7	1801,7	-
66	6,00	1800	1890	157000	1570,7	1870,7	-
68	6,00	1920	2000	162600	1626,7	1940,7	-
70	6,00	2040	2110	168200	1682,7	2010,7	-
72	6,00	2160	2220	173800	1738,7	2080,7	-
74	6,00	2280	2330	179400	1794,7	2150,7	-

\* CARICO SOMMA = carico di rottura effettivo di tutti i fili prelevati dalla fune dopo la costanza.

**Funi portanti chiuse**

Nucleo spirale  
Uno strato di fili sagomati

Diametro nominale della fune mm	Altezza radiale dei fili esterni mm	Sezione metallica totale mm <sup>2</sup>	Peso appross. per 100 m kg	Carico somma minimo per resistenza unitaria dei fili*			
				150 kg/m <sup>2</sup> kg	140 N/mm <sup>2</sup> kN	170 kg/m <sup>2</sup> kg	160 N/mm <sup>2</sup> kN
30	4,90	591	490	7680	553	8940	668
32	4,90	657	545	8520	627	9900	742
34	4,90	730	613	9480	702	11000	826
36	4,90	812	673	10560	777	12180	910
38	5,20	900	736	11760	852	13440	994
40	5,20	1045	867	13560	1002	15600	1158
42	5,50	1107	918	14880	1077	16980	1242
44	5,50	1226	1017	16440	1172	18600	1356
46	5,50	1330	1103	17940	1267	20280	1470
48	5,50	1414	1173	19380	1362	21960	1584
50	6,00	1577	1308	21960	1507	24600	1798
54	6,00	1862	1545	24960	1752	27900	2062
58	6,50	2126	1847	28440	2007	31800	2376
62	6,50	2541	2109	33360	2302	36300	2730
66	7,00	2780	2292	35760	2457	41280	2984
70	7,00	3173	2633	41280	2802	47880	3468
72	7,00	3382	2807	43800	2957	50700	3642

\* CARICO SOMMA = carico di rottura effettivo di tutti i fili prelevati dalla fune dopo cordatura.

Diametro nominale della fune mm	Altezza radiale dei fili esterni mm	Sezione metallica totale mm <sup>2</sup>	Peso appross. per 100 m kg	Carico somma minimo per resistenza unitaria dei fili*			
				150 kg/m <sup>2</sup> kg	140 N/mm <sup>2</sup> kN	170 kg/m <sup>2</sup> kg	160 N/mm <sup>2</sup> kN
30	4,80	638	528	8280	595,6	9570	708,8
32	4,80	691	573	9090	652,2	10360	776,8
34	4,80	764	627	10050	720,2	11300	841,1
36	5,20	871	712	11250	806,8	12480	921,7
38	5,20	1013	840	12960	920,9	14190	1059,6
40	5,20	1085	900	14160	1002,9	15540	1149,6
42	5,50	1186	984	15480	1107,2	17040	1252,2
44	5,50	1295	1073	16980	1212,6	18660	1362,6
46	5,50	1451	1204	18720	1331,2	20460	1501,1
48	5,50	1540	1279	20040	1442,2	22380	1639,1
50	6,00	1711	1420	22440	1581,2	24660	1817,7
52	6,00	1818	1508	24000	1712,2	26700	1972,2
54	6,00	1929	1601	25680	1847,2	28800	2138,5
56	6,50	2185	1813	28440	2046,2	32160	2371,2
58	6,50	2331	1934	30360	2191,2	34680	2541,1
60	6,50	2465	2015	32400	2342,2	37380	2727,2
62	6,50	2602	2109	34560	2497,2	40200	2918,2
64	7,00	2746	2279	36960	2662,2	43140	3112,2
66	7,00	2881	2391	39480	2832,2	46200	3312,2
68	7,00	3042	2523	42180	3007,2	49380	3522,2
70	7,00	3213	2668	44940	3192,2	52680	3742,2
72	7,00	3455	2837	47880	3387,2	56100	3982,2

\* CARICO SOMMA = carico di rottura effettivo di tutti i fili prelevati dalla fune dopo cordatura.

Diametro nominale della fune mm	Altezza radiale dei fili esterni mm	Sezione metallica totale mm <sup>2</sup>	Peso appross. per 100 m kg	Carico somma minimo per resistenza unitaria dei fili*					
				130 Kg/m <sup>2</sup> kg	125 N/mm <sup>2</sup> kN	150 kg/m <sup>2</sup> kg	140 N/mm <sup>2</sup> kN	170 kg/m <sup>2</sup> kg	160 N/mm <sup>2</sup> kN
22	3,00	312	258	4080	297	4980	458	5300	521
24	3,00	372	308	4800	348	5580	548	6320	621
26	3,20	441	364	5720	411	6480	648	7480	724
28	3,20	507	419	6720	477	7560	745	8580	846
30	3,40	581	481	7800	551	8700	832	9800	988
32	3,40	659	546	8940	631	9900	938	11100	1100
34	3,60	732	615	10100	711	11160	1076	12480	1222
36	3,60	835	689	11400	801	12540	1234	14040	1391
38	3,60	938	765	12840	891	14040	1374	15780	1561
40	3,80	1021	813	14340	991	15660	1500	17640	1705
42	3,80	1123	886	16080	1091	17400	1638	19680	1882
44	3,80	1223	1010	17940	1191	19260	1782	21900	2042
46	4,00	1318	1091	19980	1291	21240	1932	24300	2200
48	4,00	1432	1185	22080	1391	23340	2082	26880	2368
50	4,20	1579	1300	24360	1501	25680	2242	29640	2520
54	4,20	1844	1510	28080	1751	29640	2700	31200	3079

\* CARICO SOMMA = carico di rottura effettivo di tutti i fili prelevati dalla fune dopo cordatura.

**Fune chiusa rigida**

Nucleo spirale  
Due strati di fili sagomati

**Funi portanti chiuse**

Nucleo spirale  
Uno strato di fili sagomati

**Fune chiusa ad alta resistenza**

Nucleo spirale  
Due strati di fili sagomati



**Fune chiusa flessibilissima**



Diametro nominale della fune mm	Altezza radiale dei fili esterni mm	Sezione metallica totale mm <sup>2</sup>	Peso appross. per 100 m kg	Carico somma minimo per resistenza unitaria dei fili*	
				180 Kg/m <sup>2</sup> kN	170 N/mm <sup>2</sup> kN
28	3,20	473	396	6210	835,2
27	3,20	507	421	6720	895,7
26	3,20	542	449	7260	957,1
25	3,20	582	477	7830	1027,7
24	3,20	621	506	8430	1098,8
23	3,20	658	538	9060	1169,9
22	3,40	698	567	9720	1232,5
21	3,40	732	598	10410	1292,6
20	3,40	774	627	11130	1366,7
19	3,40	820	673	11880	1448
18	3,40	872	706	12660	1530,8
17	3,60	932	740	13480	1615,7
16	3,60	984	776	14340	1702,5
15	3,60	1035	813	15240	1792,6
14	3,60	1080	851	16180	1882,1
13	3,60	1120	891	17160	1972,7
12	3,60	1160	931	18180	2068,9
11	3,80	1225	1020	19260	2163,1
10	3,80	1282	1071	20380	2253,8
9	3,80	1340	1123	21540	2343,8
8	3,80	1401	1177	22740	2439,5
7	3,80	1474	1232	23980	2532,8
6	4,00	1534	1285	25260	2628,7
5	4,00	1600	1340	26580	2725,3
4	4,00	1669	1407	27960	2827,1
3	4,00	1724	1475	29400	2927,1
2	4,00	1779	1544	30900	3027,4
1	4,20	1861	1653	32460	3126,2
0	4,20	1936	1716	34080	3226,6
0	4,20	1990	1782	35760	3324,5

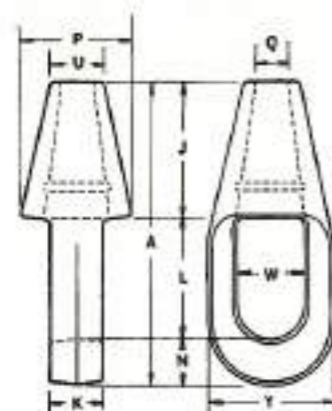
\* CARICO SOMMA = carico di rottura effettivo di tutti i fili prelevati dalla fune dopo cordatura.

Diametro nominale della fune mm	Altezza radiale dei fili esterni mm	Sezione metallica totale mm <sup>2</sup>	Peso appross. per 100 m kg	Carico somma minimo per resistenza unitaria dei fili*			
				190 kg/m <sup>2</sup> kg	140 N/mm <sup>2</sup> kN	170 kg/m <sup>2</sup> kg	160 N/mm <sup>2</sup> kN
20	2,00	268	234	4380	421,8	4800	474,8
22	2,00	320	278	5160	502,5	5760	565,1
25	2,00	419	364	6780	657,3	7500	738,7
27	2,00	487	423	7800	763,7	8760	859,7
30	2,00	583	508	9300	908,1	10500	951,6
33	2,00	698	607	11250	1105,8	12540	1231,2
36	2,00	807	701	13080	1303,8	14880	1424,5
38	2,00	903	788	14880	1501,2	17340	1699,1
40	2,00	1006	882	16680	1702,8	19920	1829,6
45	2,00	1165	1014	19080	1927,2	22680	2156,2
48	4,00	1301	1213	22200	2182,2	25740	2459,4
50	4,00	1427	1417	24600	2350,6	28200	2672,4

\* CARICO SOMMA = carico di rottura effettivo di tutti i fili prelevati dalla fune dopo cordatura.

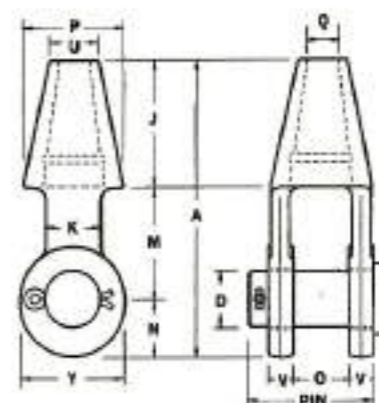
B.3 CAPICORDA

Capocorda forgiato tipo chiuso



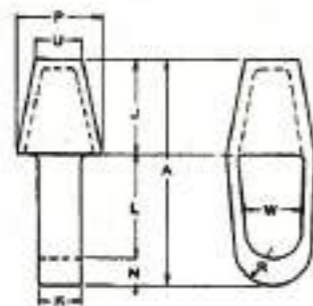
Diametro											peso	
linea	A	J	K	L	N	P	Q	U	W	Y	(appross.)	N
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm		
4,7	107,9	30,8	12,7	46	11,1	33,3	7,9	15,9	20,6	30,5		2,2
6,3	107,9	30,8	12,7	46	11,1	33,3	7,9	15,9	20,6	30,5		2,2
7,9	117,4	36,8	13,9	51,1	14,3	39,7	11,1	19,1	23,8	42,9		3,5
9,5	117,4	36,8	13,9	51,1	14,3	39,7	11,1	19,1	23,8	42,9		3,5
11,1	139,7	43,5	22,2	58,7	17,5	47,6	14,3	24,3	28,6	50,8		6,6
12,7	139,7	43,5	22,2	58,7	17,5	47,6	14,3	24,3	28,6	50,8		6,6
14,3	161,9	76,2	25,4	65,1	20,6	60,3	17,5	30,2	34,9	66,7		13,3
15,9	161,9	76,2	25,4	65,1	20,6	60,3	17,5	30,2	34,9	66,7		13,3
18,1	193,6	88,9	31,8	77,7	26,9	69,9	20,6	33,3	41,3	76,2		20
22,2	225,4	101,6	38,1	92,1	31,8	82,6	24,8	38,1	47,6	92		31,1
23,4	234	114,3	44,5	104,7	34,9	95,3	28,6	44,5	57,2	104,7		48,9
28,6	282,5	127	50,8	117,4	38,1	104,7	31,8	50,8	65,3	107,9		71,2
31,8	312,7	139,7	57,2	131,7	41,3	120,6	38,1	57,2	69,9	127		97,9
34,9	312,7	139,7	57,2	131,7	41,3	120,6	38,1	57,2	69,9	127		97,9
38,1	338,7	152,4	63,5	157,1	49,2	133,3	41,3	69,9	76,4	136,5		124,6
41,3	388,5	165,1	69,9	171,5	54	139,7	44,5	76,2	82,6	148,1		160,2
44,5	444,5	190,5	76,2	188,4	55,6	161,9	47,6	79,4	92	171,5		258,1
47,6	444,5	190,5	76,2	188,4	55,6	161,9	47,6	79,4	92	171,5		258,1
50,8	501,7	215,9	82,6	223,8	61,9	187,3	57,2	95,3	95,3	193,7		356
54	501,7	215,9	82,6	223,8	61,9	187,3	57,2	95,3	95,3	193,7		356
57,2	540,2	228,6	92	247,7	73	209,5	63,5	101,6	107,9	215,9		467,2
60,3	540,2	228,6	92	247,7	73	209,5	63,5	101,6	107,9	215,9		467,2
63,5	618,1	266,7	101,6	279,4	92	228,6	69,9	155,5	142,8	241,3		667,5
66,7	618,1	266,7	101,6	279,4	92	228,6	69,9	155,5	142,8	241,3		667,5
69,9	685,8	292,1	127	292,1	101,6	254	73	177,8	152,4	254		1091,2
73	685,8	292,1	127	292,1	101,6	254	73	177,8	152,4	254		1091,2
76,2	730,3	317,5	127	304,8	107,9	273,1	82,6	193,6	165,1	279,4		1291,5
82,6	850,0	355,6	152,4	355,6	139,7	292,1	87,3	215,9	177,8	292,1		1790
88,9	901,7	381	177,8	368,3	152,4	342,9	93,6	234,9	193,7	352,4		2070
95,3	992,5	406,4	184,1	381	165,1	355,6	100	254	203,2	368,3		3115
101,6	984,1	411,8	180,5	381	171,5	381	107,9	292,1	215,9	393,7		3560

CAPOCORDA FORGIATO TIPO APERTO



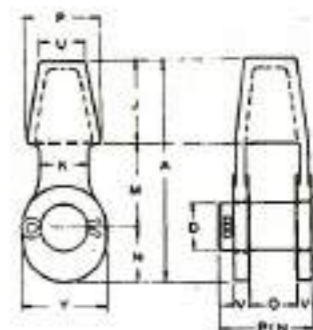
Diametro													peso		
linea	A	J	K	M	N	O	P	Q	U	V	Y	length	diam.	l. forte (appross.)	
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	N	
4,7	109,5	30,8	10,1	39,7	19,1	17,5	33,3	7,9	15,9	7,9	33,3	44,5	17,5	4,76	4
6,3	109,5	30,8	10,1	39,7	19,1	17,5	33,3	7,9	15,9	7,9	33,3	44,5	17,5	4,76	4
7,9	117,4	36,8	20,6	44,5	22,2	20,6	39,7	11,1	19,1	10,3	38,1	51,1	20,6	4,76	4,8
9,5	117,4	36,8	20,6	44,5	22,2	20,6	39,7	11,1	19,1	10,3	38,1	51,1	20,6	4,76	4,8
11,1	141,3	63,5	25,4	50,8	27	25,4	47,6	14,3	24,3	12,7	47,6	63,9	25,4	4,76	10,2
12,7	141,3	63,5	25,4	50,8	27	25,4	47,6	14,3	24,3	12,7	47,6	63,9	25,4	4,76	10,2
14,3	171,5	76,2	31,8	63,5	31,8	31,8	57,2	17,5	30,2	14,3	57,2	73	30,2	6,35	16,9
15,9	171,5	76,2	31,8	63,5	31,8	31,8	57,2	17,5	30,2	14,3	57,2	73	30,2	6,35	16,9
19,1	201,6	88,9	38,1	76,2	36,3	38,1	66,7	20,6	33,3	15,9	66,7	82,6	34,9	6,35	26,7
22,2	234,9	101,6	44,5	88,9	44,5	44,5	79,4	24,6	38,1	19,1	79,4	98,4	41,3	7,93	44,3
25,4	268,3	114,3	50,8	101,6	51,1	50,8	92	28,6	44,5	22,2	95,3	114,3	50,8	9,52	68,9
28,6	300	127	60,3	114,3	58,7	52,7	101,6	31,8	50,8	25,4	104,7	127	57,2	9,52	97,9
31,8	334,9	139,7	69,9	127	63,5	117,4	76,1	37,2	57,2	28,6	114,3	142,9	63,5	11,1	142,4
34,9	334,9	139,7	69,9	127	63,5	117,4	76,1	37,2	57,2	28,6	114,3	142,9	63,5	11,1	142,4
38,1	384,1	152,4	76,2	152,4	79,4	76,2	133,3	41,3	69,9	30,2	136,5	161,9	69,9	12,7	204,7
41,3	412,7	165,1	82,6	165,1	82,6	76,2	139,7	44,5	76,2	33,3	146,1	168,3	76,2	12,7	244,7
44,5	463,5	180,5	88,4	177,8	85,3	88,9	161,9	50,8	79,4	30,7	165,1	193,7	88,9	12,7	378,2
47,6	463,5	180,5	88,4	177,8	85,3	88,9	161,9	50,8	79,4	30,7	165,1	193,7	88,9	12,7	378,2
50,8	546,1	215,9	107,9	228,6	101,6	101,6	187,3	57,2	95,3	46	177,8	222,3	95,3	12,7	556,2
54	540,1	215,9	107,9	228,6	101,6	101,6	187,3	57,2	95,3	46	177,8	222,3	95,3	12,7	556,2
57,2	596,9	228,6	111,1	254	114,3	114,3	209,5	63,5	101,6	54	196,9	250,8	107,9	12,7	734,2
60,3	596,9	228,6	111,1	254	114,3	114,3	209,5	63,5	101,6	54	196,9	250,8	107,9	12,7	734,2
63,5	696,6	266,7	127	279,4	133,3	127	228,6	71,4	155,5	57,2	228,6	273,1	120,7	15,9	1068
66,7	696,6	266,7	127	279,4	133,3	127	228,6	71,4	155,5	57,2	228,6	273,1	120,7	15,9	1068
69,9	730,3	292,1	133,3	292,1	146,1	136,5	254	76,2	177,8	60,3	254	288,9	127	15,9	1537,2
73	730,3	292,1	133,3	292,1	146,1	136,5	254	76,2	177,8	60,3	254	288,9	127	15,9	1537,2
76,2	776,3	317,5	139,7	304,8	153,9	146	273,1	80,9	193,6	63,5	266,7	311,1	133,3	19,1	1646,5
82,6	882,7	355,6	177,8	355,6	171,5	158,7	292,1	87,3	215,9	69,9	288,9	336,5	146,1	19,1	2269,5
88,9	927,1	381	203,2	368,3	177,8	180,5	342,9	93,6	234,9	82,6	311,1	393,7	171,5	19,1	3382
95,3	984,3	406,4	209,5	381	196,9	196,9	355,6	100	254	85,3	355,6	406,4	177,8	19,1	3960,5
101,6	1022,3	411,8	215,9	381	209,5	203,2	398,3	107,9	266,7	88,9	368,3	419,1	184,1	19,1	4539

Capocorda forgiato tipo chiuso  
(per funi spiroidali)



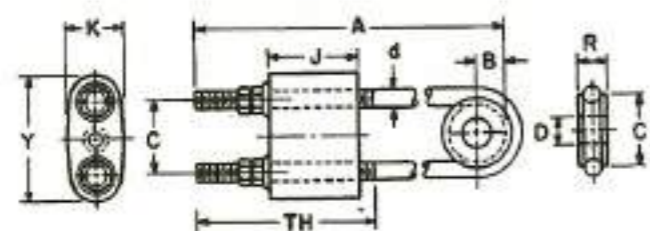
Diametro cavo mm	mm										peso (N)
	A	E	K	L	N	P	U	W	R		
12,7	152,4	75	25,4	63,5	15,9	63,5	41,3	54,9	25,4	9,89	
14,3 - 15,9	185,7	90,4	31,8	76,2	19,1	77,7	47,6	61,3	29,3	11,8	
17,3 - 19,1	218,1	107,9	39,7	88,9	22,2	90,9	50,8	67,6	33,7	14,1	
20,8 - 22,2	254	123,8	44,5	101,6	26,6	101,6	54	72,2	41,3	16,2	
23,8 - 25,4	288,9	133,3	50,8	114,3	31,8	114,3	60,3	80,5	46	18,4	
27 - 28,6	304,8	139,7	57,2	133,3	38,1	120,7	69,9	89,9	51,1	21,5	
30,2 - 31,8	338,2	149,9	69,9	152,4	38,1	127	69,9	76,2	57,2	23,4	
33,3 - 34,9	358,7	149,2	69,9	165,1	44,5	139,7	76,2	82,6	63,2	25,5	
36,5 - 41,3	398,9	155,8	82,6	190,8	50,8	158,7	95,3	98,4	79,4	29,7	
42,8 - 44,5	425,5	165,1	95,3	203,2	57,2	165,1	101,6	105,9	82,6	31,8	
48 - 47,6	454	171,5	101,6	223,3	60,3	177,8	114,3	111,1	84,3	33,9	
49,2 - 51,8	479,4	177,8	107,9	241,3	60,3	185,1	120,7	120,7	90,4	34,7	
51,1 - 54	514,3	196,9	114,3	254	65,5	201	120,7	127	98,4	36,1	
55,8 - 57,2	538,5	200	120,7	266,7	69,9	209,3	139,7	133,3	101,6	37,3	
58,7 - 60,3	561,9	209,3	127	279,4	73	213,9	152,4	139,7	106,3	38,3	
61,9 - 65,1	590,5	215,9	133,3	292,1	82,6	234,8	165,1	146,1	114,3	39,1	
66,7 - 69,9	609,6	222,3	140,1	304,8	82,6	241,3	165,1	158,7	120,7	40,9	
73,7 - 76,2	669,4	234	152,4	311,1	95,3	266,9	177,8	165,1	130,1	42,9	
79,4 - 82,6	679,5	266,7	165,1	317,8	95,3	292,1	190,5	177,8	139,7	44,2	
83,7 - 88,9	704,9	233,2	177,8	330,2	101,6	311,1	203,2	184,1	149,2	45,3	
92 - 95,3	730,3	239,4	190,5	342,8	114,3	336,2	215,9	199,5	152,4	46,9	
98,4 - 101,6	753,7	243,7	196,9	355,8	114,3	353,8	222,3	198,9	161,9	48,2	

Capocorda forgiato tipo aperto  
(per funi spiroidali)



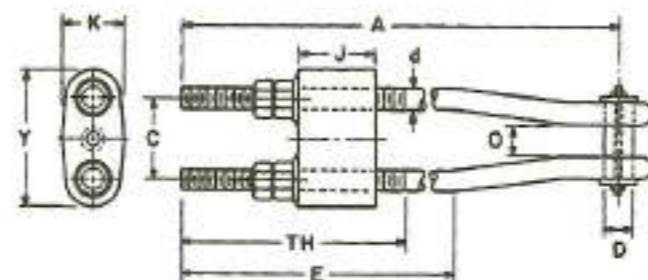
Diametro cavo mm	mm										lunghezza mm	diam. capifila		N
	A	E	K	M	N	O	P	U	V	Y		mm	mm	
12,7	168,3	73	31,8	63,5	31,8	31,8	63,5	38,1	15,9	56,8	37,7	30,2	6,32	17,8
14,3 - 15,9	196,9	90,4	38,1	69,9	36,5	38,1	76,2	47,6	19,1	63,5	42	34,9	6,32	19,4
17,3 - 19,1	227	107,9	44,5	76,2	42,9	44,5	85,7	50,8	20,6	69,9	109,6	41,3	6,32	21,3
20,8 - 22,2	263,5	123,8	50,8	81,9	50,8	50,8	95,7	54	22,2	82,6	111,1	50,8	6,32	23
23,8 - 25,4	304,8	133,3	57,2	101,6	60,3	57,2	101,6	60,3	22,2	95,3	120,7	57,2	6,32	24,5
27 - 28,6/37,5	336,7	143,3	69,9	63,5	111,1	63,5	107,9	133,3	63,5	9,52	102,3			
30,2 - 31,8	346,1	142,9	69,9	127	70,4	76,2	114,3	69,9	25,4	120,7	149,2	69,9	9,52	131,5
33,3 - 34,9	360,7	149,2	82,6	139,7	88,9	76,2	123,8	76,2	25,4	133,3	152,4	76,2	12,7	138
36,5 - 41,3	422,3	155,8	88,9	165,1	101,6	88,9	152,4	101,6	31,8	158,7	177,8	88,9	12,7	143,9
42,8 - 44,5	444,5	165,1	92	171,5	101,6	101,6	171,5	101,6	41,3	158,7	212,7	95,3	12,7	169,4
46 - 47,6/49,5	471,5	165,1	203,2	114,3	107,9	101,6	114,3	41,3	174,6	219,1	101,6	12,7	169,9	
49,2 - 51,8	542,9	171,8	98,4	201,3	120,7	114,3	160,3	120,7	41,3	180,5	225,4	107,9	12,7	164,1
51,1 - 54,5/51,5	496,6	184	254	123,8	114,3	203,2	120,7	50,8	190,5	244,5	114,3	13,7	167,5	
55,8 - 57,2	612,7	200	101,6	279,4	133,3	127	215,9	179,7	51,8	203,2	300,3	120,7	15,9	182,2
58,7 - 60,3	626,7	203,2	114,3	279,4	139,7	133,3	228,6	152,4	54	215,9	273,1	127	15,9	187,9
61,9 - 65,1	666,7	215,9	127	304,8	146,1	139,7	238,1	163,1	57,2	228,6	285,7	133,3	15,9	194,7
66,7 - 69,9	695,3	222,3	127	311,1	161,9	152,4	260,3	163,1	63,5	247,7	311,1	146,1	15,9	192,9
73,7 - 76,2	755,7	254	142,9	330,2	171,8	158,7	279,4	177,8	63,5	266,7	333,3	152,4	15,9	193,2
79,4 - 82,6	800,1	266,7	155,5	336,3	177,8	161,9	298,3	190,3	69,9	285,7	342,9	165,1	15,9	210,7
83,7 - 88,9	830,9	273,1	161,9	349,3	209,5	184,1	323,9	203,2	76,2	298,5	371,5	171,5	15,9	218,8
92 - 95,3	890,9	279,4	171,5	355,6	215,9	190,5	342,9	215,9	85,7	311,1	393,7	177,8	15,9	232,5
98,4 - 101,6	870,3	285,7	177,8	361,9	228,6	203,2	361,9	22,3	88,9	323,9	413,9	184,1	19,1	243,1

Capocorda forgiato tipo chiuso  
a doppio gambo filettato



Diametro fuso	diametro testata	regolazione sostanziale	A	B	C	d	D	J	K	R	TH	Y	peso N
12,8	12,7	228,6	471,8	31,8	85,7	15,9	31,8	79,4	51,1	25,4	286,7	117,5	44,5
15,8	14,3 - 15,9	228,6	482,6	41,3	111,3	19,1	36,3	96,8	61,9	28,6	275,1	149,2	73,6
19,1 - 22,2	17,5 - 19,1	228,6	508	45,8	119	25,4	42,9	112,7	82,6	30,5	285,7	169,7	124,6
25,4	20,6 - 22,2	228,6	558,8	48,4	131,7	28,6	51,1	128,5	95,6	39,7	292,1	189,7	178
28,6	23,8 - 25,4	228,6	584,2	51,1	146,1	31,8	58,7	147	105,1	42,9	298,5	210,5	240,5
31,8	27 - 28,6	304,8	685,8	54	152,4	34,9	65,1	152,4	117	46	381	219,1	293,7
34,9	30,2 - 31,8	304,8	711,2	59,5	171,4	41,3	71,4	161,9	125,8	51,1	303,7	247,7	422,7
38,1	33,3 - 34,9	304,8	762	65,8	182,5	44,5	77,3	176,3	154,9	60,3	401,1	265,1	529,5
41,3 - 44,5	36,5 - 38,1	381	863,6	72,2	206,3	50,8	90,5	185,7	165,1	63,1	488,9	288,5	758,5
47,6 - 50,8	39,7 - 44,5	381	914,4	80,1	228,6	57,2	96,8	206,3	185,7	71,4	501,7	333,3	1041,3
54 - 57,2	46 - 50,8	457,2	1068,8	92,8	261,3	63,5	115,8	236,5	219,5	77,7	581,5	374,7	1481,5
60,3 - 63,5	51,1 - 57,2	457,2	1149	105,8	292,1	69,9	122,2	276,2	227	84,1	613,3	419,1	2047
66,7 - 69,9	58,7 - 60,3	457,2	1219,2	117,5	322,3	76,2	128,5	298,9	247,7	93,7	613,9	438,7	2656,6
73 - 76,2	61,9 - 66,7	513,4	1346,2	127	339,7	82,6	147,6	325,8	268,5	100	704,9	488,9	3279,6
82,6	68,3 - 69,9	513,4	1397	128,5	357,1	88,9	147,6	344,5	289,9	106,3	717,5	515,9	3973,8
88,9	73 - 76,2	513,4	1473,2	140,4	387,3	95,3	173	398,4	319,5	114,3	730,3	538,8	5001,8
95,3	78,4 - 82,6	609,6	1659	155,5	438,1	101,6	179,3	431,8	330,2	126,7	819,1	622,3	6692,4
101,6	85,7 - 88,9	609,6	1752,9	175,4	465,1	107,9	185,7	480,5	350,8	127	831,9	661,9	8484,7
-	92 - 95,3	609,6	1828,8	185,7	492,1	114,3	191,1	530,5	371,5	133,3	844,5	701,6	10313
-	98,4 - 101,6	609,6	1905	196	519,1	120,7	198,4	582,6	392,1	139,7	857,3	747,7	12713,1

Capocorda forgiato tipo aperto  
a doppio gambo filettato

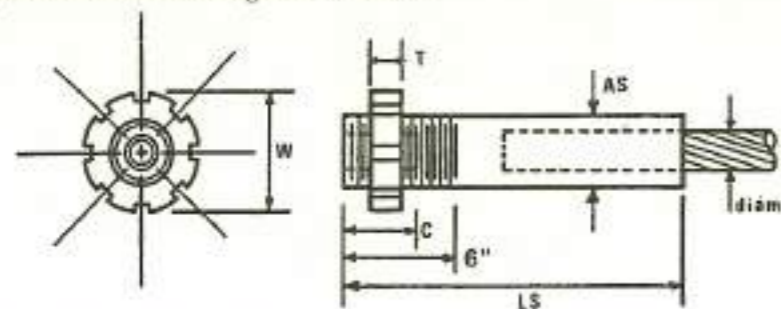


Diametro fuso	diametro testata	regolazione sostanziale	A	B	C	d	D	J	K	R	TH	Y	peso N
12,7	12,7	228,6	508	85,7	15,9	30,2	368,3	79,4	51,1	31,8	266,7	117,5	40
15,9	14,3 - 15,9	228,6	558,8	111,3	10,1	34,9	381	96,8	61,9	38,1	275,1	149,2	71,2
19,1 - 22,2	17,5 - 19,1	228,6	584,2	139	25,4	41,3	419,1	112,7	82,6	44,5	285,7	169,7	124,6
25,4	20,6 - 22,2	228,6	635	131,7	28,6	50,8	431,8	128,5	95,6	50,8	292,1	189,7	178
28,6	23,8 - 25,4	228,6	660,4	146,1	31,8	57,2	469,9	147	105,1	57,2	298,5	210,5	244,7
31,8	27 - 28,6	304,8	762	157,4	34,9	63,5	564,1	152,4	117	65,8	381	219,1	302,6
34,9	30,2 - 31,8	304,8	838,2	171,8	41,3	69,9	571,9	161,9	125,8	70,3	395,7	247,7	445
38,1	33,3 - 34,9	304,8	863,6	182,5	44,5	76,2	596,9	176,2	134,9	76,2	401,1	265,1	531,8
41,3 - 44,5	36,5 - 38,1	381	990,6	206,3	50,8	88,9	685,8	185,7	165,1	80,9	488,9	288,5	801
47,6 - 50,8	39,7 - 44,5	381	1066,8	228,6	57,2	95,3	723,9	206,3	185,7	101,6	501,7	333,3	1108
54 - 57,2	46 - 50,8	457,2	1270	260,3	63,5	107,9	839,2	236,5	219,5	114,3	500,5	374,7	1584,2
60,3 - 63,5	51,1 - 57,2	457,2	1301,8	293,1	69,9	120,7	901,7	276,2	227	127	605,3	419,1	2158,2
66,7 - 69,9	58,7 - 60,3	457,2	1371,6	322,3	76,2	127	921,1	296,9	247,7	136,3	615,9	438,7	2714,5
73 - 76,2	61,9 - 66,7	513,4	1397	339,7	82,6	146,1	1041,4	325,4	268,5	152,4	704,9	488,9	3543,2
82,6	68,3 - 69,9	513,4	1509,4	357,1	88,9	146,1	1079,3	344,5	288,9	158,7	717,5	515,9	4694
88,9	73 - 76,2	513,4	1601,2	387,3	95,3	171,3	1143	398,4	319,5	181,5	730,3	538,8	5251
95,3	78,4 - 82,6	609,6	1778	438,1	101,6	177,8	1279	415,8	330,2	196,9	819,1	622,3	6735,3
101,6	85,7 - 88,9	609,6	196	465,1	107,9	184,1	1346,2	490,5	350,8	205,2	831,9	661,9	8495,3
-	92 - 95,3	609,6	2032	493,1	114,3	196,5	1408,7	536,5	371,5	209,5	844,5	701,6	10301,5
-	98,4 - 101,6	609,6	2159	519,1	120,7	196,9	1480,5	582,6	392,1	215,9	857,3	747,7	12054,5



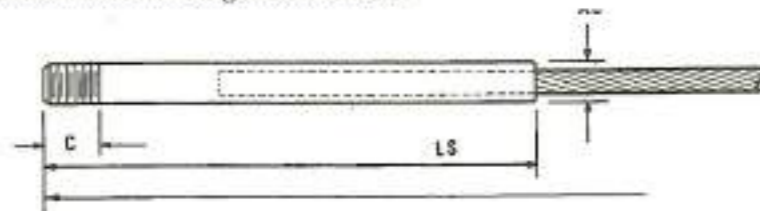


Capocorda martellato a gambo filettato



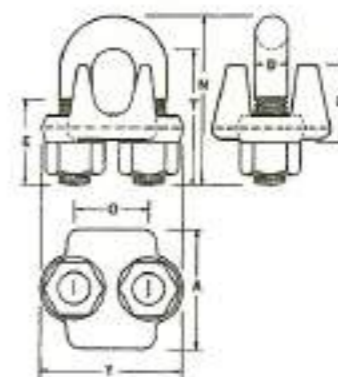
Diámetro del cable mm	cable di mm	AS (aprox.) mm	LS (aprox.) mm	C mm	T mm	W mm
12,7	133,5	38,1	336,5	63,5	22,2	82,8
14,3	158,1	39,7	368,3	63,5	25,4	88,9
15,9	213,6	39,7	393,7	63,5	25,4	88,9
17,5	258,1	50,8	419,1	76,2	28,6	101,6
19,1	312,6	50,8	444,5	76,2	28,6	101,6
20,6	359	57,2	469,9	88,9	31,8	107,9
22,2	403,4	57,2	488,9	88,9	31,8	107,9
23,8	461,6	67,5	514,3	101,6	34,9	120,7
25,4	542,9	67,5	546,1	101,6	34,9	120,7
27	614,1	89,9	558,1	114,3	38,1	133,3
28,6	694,2	89,9	584,1	114,3	38,1	133,3

Capocorda martellato a gambo filettato



Diámetro del cable mm	LS (aprox.) mm	AS (aprox.) mm	C mm	cable di mm	cable di mm
12,7	200	25,4	31,8	133,5	133,5
14,3	228,6	28,6	31,8	158,1	158,1
15,9	247,7	31,8	34,9	213,6	213,6
17,5	237,1	34,9	38,1	258,1	258,1
19,1	288,9	38,1	44,5	312,6	312,6
20,6	314,3	44,5	50,8	359	359
22,2	331,3	44,5	50,8	403,4	403,4
23,8	368,3	47,6	50,8	461,6	461,6
25,4	387,3	47,6	50,8	542,9	542,9
27	403,2	57,2	63,5	614,1	614,1
28,6	419,1	57,2	63,5	694,2	694,2
30,2	434,9	57,2	63,5	765,4	765,4
31,8	444,5	57,2	63,5	854,0	854,0
33,3	485,7	61,9	68,9	943,2	943,2
34,9	517,5	68,9	76,2	1032,4	1032,4
36,5	538,7	68,9	76,2	1121,4	1121,4
38,1	568,3	73	81,9	1228,2	1228,2
39,7	609,6	85,7	88,9	1335	1335
41,3	622,3	85,7	88,9	1441,8	1441,8

Morsetto a «U»

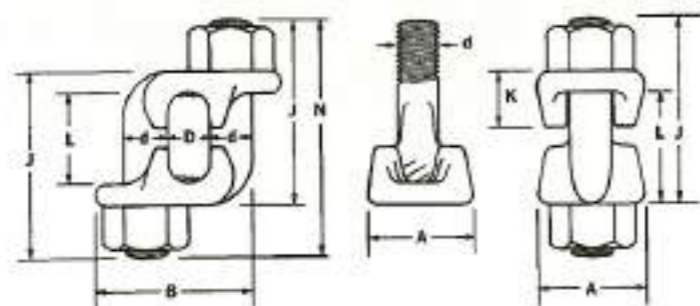


Diámetro file A	peso di applico mm mm	mm N	numero minimo D	mm	mm	diámetro E	mm	K	mm	NO	mm	T	mm	Y	mm
3,1	30,6	3,5	11,1	4,9	23,8	13,9	18,2	21,8	0,2	2	41,3				
4,7	23,8	6,3	14,7	12,7	30,9	15	24,6	28,3	0,3	2	50,8				
6,3	30,2	7,8	19,9	18,6	34,1	19,1	26,1	36,5	0,7	2	61,3				
7,9	33,3	9,3	19,1	18,2	42,9	22,2	33,3	42,9	1,3	2	66,7				
9,5	41,3	11,1	20,6	23	48,2	25,4	38,1	49,2	1,8	2	82,6				
11,1	46	12,7	27	23,7	56,3	30,2	47,6	57,3	2,8	2	88,9				
12,7	48,4	12,7	27	28,6	60,3	30,2	47,6	57,3	3,3	3	95,3				
14,3	55	14,3	36,5	30,9	71,4	33,3	57,2	63,1	4,4	3	101,6				
15,9	55	14,3	36,5	34,1	71,4	33,3	57,2	63,5	4,4	3	101,6				
19,1	57,2	15,9	38,7	35,3	85,7	38,1	69,9	72,2	6,8	4	114,3				
22,2	66,7	19,1	46	41,3	98,4	44,5	79,4	81,9	10,5	4	133,3				
25,4	68,3	19,1	54	44,8	107,9	47,6	88,9	88,1	11,1	4	152,4				
28,6	71,4	19,1	57,2	48,4	117,5	50,8	98,4	91,2	13,3	5	171,5				
31,8	79,4	22,2	63,5	55,1	130,1	58,7	107,9	104,7	20	5	190,5				
34,9	79,4	22,2	68,3	58,1	130,7	61,3	117,5	100,3	23,1	6	209,5				
38,1	89,6	22,2	71,4	67,4	147,6	65,8	125,4	100,5	26,2	6	228,6				
41,3	92	25,4	73	69	160,3	69,9	134,9	120,7	32,4	6	247,7				
44,5	96,8	28,6	80,9	74,2	174,6	77,7	146,1	134,1	43,6	7	266,7				
50,8	112,7	31,8	92	83,3	188,9	85,7	163,5	149,2	59,6	8	304,8				
57,2	115,9	31,8	101,6	100	212,7	98,4	180,9	180,9	68,8	8	342,9				
63,5	119,1	34,8	111,1	112,7	227	104,7	192,3	188,3	79,6	8	381				
69,9	127	34,8	114,3	123,8	242,8	111,1	211,1	174,6	97,9	9	419,1				
76,2	134,9	38,1	127,7	135,7	271,5	120,7	233,3	193,7	135,1	9	457,2				

388

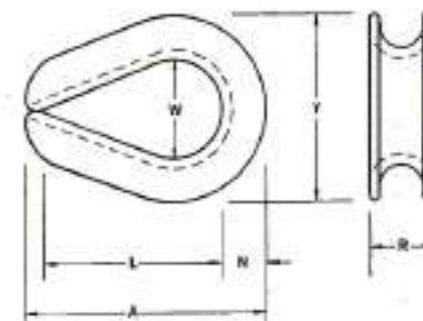
389

Morsetto a elementi gemelli



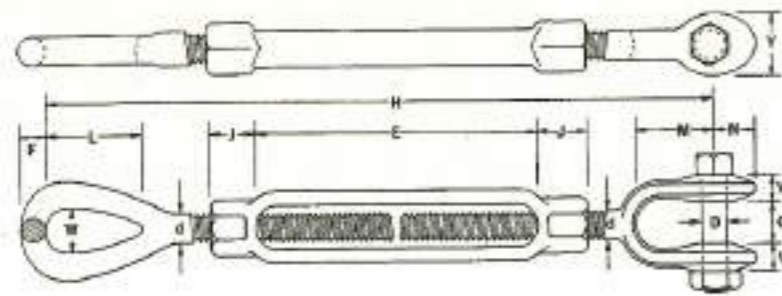
Distanza minima		distanza										
linea	A	B	D	d	J	K	L	N	peso	di noccoli	tra i	
(appross.)	da officina	noccoli							N	g	mm	
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm				
6,3	23,8	31,7	6,3	8,5	31,8	8,3	12,7	41,3	0,8	2	47,6	
7,9	27	34,1	7,9	9,5	37,5	11,1	15,9	49,2	1,1	2	54	
9,5	27	40	9,5	11,1	46	12,3	19,1	60,5	1,8	2	57,2	
11,1	31,8	47,6	11,1	12,7	53,1	14,3	25,4	69,9	2,8	2	66,7	
12,7	31,8	47,6	12,7	12,7	55,1	14,3	25,4	69,9	3,6	2	76,2	
14,3	38,1	57,9	14,3	15,9	55,1	17,5	31,8	88,9	4,8	3	85,7	
15,9	38,1	57,9	15,9	15,9	55,1	17,5	31,8	88,9	4,8	3	93,5	
19,1	44,5	61,5	19,1	15,9	69,9	21,8	38,1	92	5,8	3	114,3	
22,2	54	75	22,2	19,1	81,1	24,6	44,5	104,7	9,7	4	133,3	
25,4	57,2	77,7	25,4	19,1	94,4	30,2	50,8	117,4	11,9	4	152,4	
28,6	58,7	80,9	28,6	19,1	103,9	32,5	57,2	127	13,1	4	171,3	
31,8	63,3	90,4	31,8	22,2	107,9	34,1	63,5	133,3	17,9	5	190,5	
34,9	76,2	104,7	34,9	25,4	141,3	39,7	69,9	177,8	29,2	5	289,5	
38,1	76,2	104,7	38,1	25,4	141,3	39,7	76,2	177,8	29,5	5	228,6	

Redance



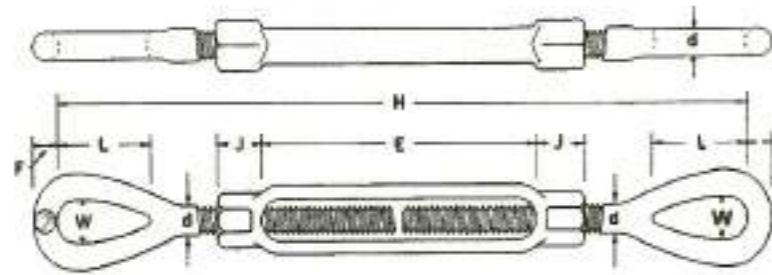
Diametro della file	A (appross.)	L (appross.)	R	W	Y	N	peso
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	N
6,3	55,6	41,5	11,1	22,2	38,1	7,9	0,3
7,9	63,5	47,6	12,7	27	46	9,5	0,6
9,5	73	54	15,9	28,6	54	11,1	1,1
11,1	82,6	57,2	19,1	31,8	60,3	12,7	1,6
12,7	92	69,9	22,2	36,1	69,9	14,3	2,2
14,3	92	69,9	22,2	36,1	69,9	14,3	2,2
15,9	107,9	82,6	25,4	44,5	79,4	15,9	3,7
19,1	127	95,3	31,8	50,8	86,8	22,2	6,5
22,2	139,7	107,9	34,9	57,2	107,9	25,4	8,2
25,4	155,5	114,3	39,7	63,5	125,4	28,6	13,7
28,6 - 31,8	177,8	130,1	47,6	73	140,2	34,9	18,2
31,8 - 34,9	228,6	158,7	57,2	88,9	173	38,1	29,1
34,9 - 38,1	280,1	185,1	66,7	88,9	180,9	41,3	53
41,3	285,7	205,6	69,9	101,6	206,3	46	72,3
44,5	309,5	228,8	73	114,3	215,9	47,6	80,1
47,6 - 50,8	384,1	304,8	79,4	152,4	263,5	50,8	115,7
57,2	434,9	355,6	92	177,8	301,6	57,2	191,3

Tenditore con occhiello e ganaschia (O-G)



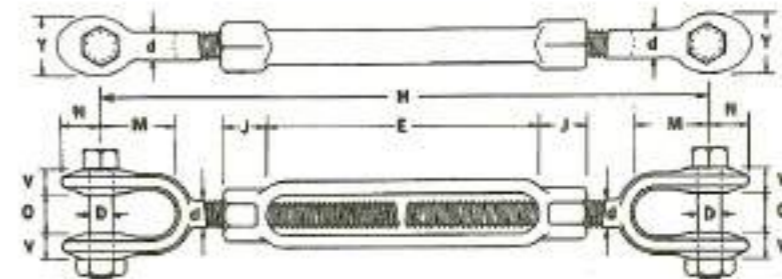
d	regolazione	D	H	J	M	N	O	V	Y	F	L	W	peso (appross.) N	carico di rotazione kN
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm		
6,3	101,6	6,3	192,1	11,1	19,1	9,5	10,3	7,1	15,9	5,5	19,8	8,7	1,4	12
7,9	114,3	6,3	227,8	12,7	25,4	9,5	11,9	7,1	17,5	7,1	23,8	11,1	2,3	20
9,5	132,4	7,9	281,7	14,5	30,1	11,1	12,7	7,9	20,6	8,7	28,6	13,4	3,8	30
12,7	152,4	9,5	316,7	19,1	34,8	14,1	15,9	10,3	25,4	11,1	36,5	18,2	6,8	55
15,9	172,4	12,7	364,8	23,8	39,7	16,8	19,1	12,7	31,3	12,7	44,5	22,2	11,5	87
19,1	228,6	15,9	406,1	28,6	46	24,6	25,8	14,7	41,3	15,9	54	25,4	22,1	130
22,2	304,8	19,1	581	33,3	54	27,7	28,6	17,5	47,6	19,1	60,3	31,8	38,9	180
25,4	304,8	22,2	630,2	38,1	63,5	30,9	30,2	19,8	54	22,2	75,2	36,5	48,8	250
31,8	304,8	28,6	696,1	47,9	85,7	38,8	44,5	25,4	66,7	28,6	99,5	46	81,2	380
38,1	457,2	34,9	894,5	47,6	88,9	45,2	51,1	27	79,4	31,8	104,7	54	176,2	535
44,5	457,2	41,3	1069,1	55,6	106,3	51,1	60,3	31,8	88,9	38,1	119,1	60,3	217,1	700
50,8	609,6	50,8	1212	63,5	119	64,2	63,5	39,7	100,7	44,5	148,1	68,3	420,9	925
63,5	609,6	57,2	1345,8	79,4	141,3	80,9	71	49,7	142,9	50,8	165,1	79,4	667,5	1500
69,9	609,6	69,9	1416,1	82,6	141,3	101,6	80,9	41,3	153,3	57,2	177,8	82,6	800	1870

Tenditore a due occhielli (O-O)



d	regolazione	F	H	J	L	W	peso (appross.) N	carico di rotazione kN
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm		
6,3	101,6	5,5	180,9	11,1	19,8	8,7	1,3	12
7,9	114,3	7,1	234,9	12,7	23,8	11,1	2,2	20
9,5	132,4	8,7	293,7	14,3	28,6	13,4	3,5	30
12,7	152,4	11,1	331,7	19,1	36,5	18,2	6,2	55
15,9	172,4	12,7	371,5	23,8	44,5	22,2	11,8	87
19,1	228,6	15,9	492,1	28,6	54	25,4	20,8	130
22,2	304,8	19,1	600,1	33,3	60,3	31,8	38	180
25,4	304,8	22,2	680,8	38,1	75,2	36,5	46,2	250
31,8	304,8	28,6	720,7	47,9	90,5	46	84,5	380
38,1	457,2	31,8	927,1	47,6	104,7	54	166,8	535
44,5	457,2	38,1	1080,1	55,6	119,1	60,3	206,2	700
50,8	609,6	44,5	1263,7	63,5	146,1	68,3	480	925
63,5	609,6	50,8	1587,5	79,4	165,1	79,4	623	1500
69,9	609,6	57,2	1498,6	82,6	177,8	82,6	863,3	1870

Tenditore a due ganasce (G - G)



d	regolazione	H	J	M	N	O	V	Y	D	peso (appross.) N	carico di rotazione kN
mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm		
6,3	101,6	6,3	194,1	9,5	19,1	8,5	10,3	7,1	15,9	1,5	12
7,9	114,3	6,3	220,7	11,9	25,4	9,5	11,9	7,1	17,5	2,5	20
9,5	132,4	7,9	269,9	14,3	30,1	11,1	12,7	7,9	20,6	4,1	30
12,7	152,4	9,5	301,6	19,1	31,8	14,3	15,9	10,3	25,4	7,3	55
15,9	172,4	12,7	338,1	25,8	39,7	18,8	19,1	12,7	31,3	13,4	87
19,1	228,6	15,9	448,1	28,6	46	24,6	23,8	14,7	41,3	23,4	130
22,2	304,8	19,1	561,9	33,3	54	27,7	28,6	17,5	47,6	41,8	180
25,4	304,8	22,2	680,1	38,1	63,5	30,9	30,2	19,8	54	53,8	250
31,8	304,8	28,6	671,5	47,9	85,7	38,8	44,5	25,4	66,7	87,9	380
38,1	457,2	34,9	892	47,6	88,9	45,2	51,1	27	79,4	180	535
44,5	457,2	41,3	1032	55,6	106,3	53,1	60,3	31,8	88,9	233,1	700
50,8	609,6	50,8	1190,5	63,5	119	64,2	63,5	39,7	106,3	445	925
63,5	609,6	57,2	1380,1	85,3	141,3	88,9	73	49,7	142,9	706,4	1500
69,9	609,6	69,9	1380,9	101,6	141,3	101,6	88,9	41,3	155,5	961,2	1870

Sezione del gambo dei tenditori



Il diametro del gambo varia con:

1 - il diametro delle funi

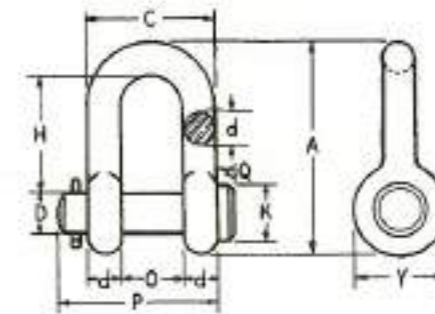
2 - Con il tipo di connessione impiegata agli estremi del tenditore ossia:

a - rodano (RE)

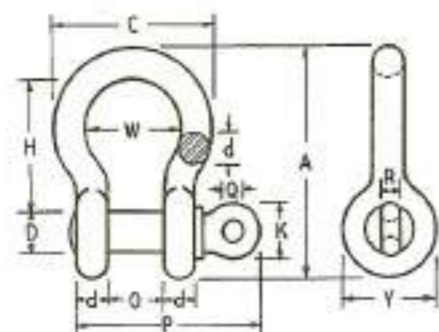
b - capicorda (CP)

Diametro fune	diametro del gambo (di) del tenditore					
	rodano (R-O)		rodano (C-G)		tenditore O-G	
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
6,3	9,5	12,7	9,5	12,7	9,5	12,7
7,9	12,7	15,9	12,7	15,9	12,7	15,9
9,5	15,9	19,1	15,9	19,1	15,9	19,1
11,1	19,1	22,2	19,1	22,2	19,1	22,2
12,7	19,1	22,2	19,1	22,2	19,1	22,2
14,3	22,2	22,2	22,2	22,2	22,2	22,2
15,9	22,2	22,2	22,2	22,2	22,2	22,2
19,1	31,8	31,8	31,8	31,8	31,8	31,8
22,2	31,8	31,8	31,8	31,8	31,8	31,8
25,4	38,1	38,1	38,1	38,1	38,1	38,1
28,6	44,5	44,5	44,5	44,5	44,5	44,5
31,8	44,5	44,5	44,5	44,5	44,5	44,5
34,9	50,8	50,8	50,8	50,8	50,8	50,8
38,1	55,3	55,3	55,3	55,3	55,3	55,3
41,3	55,3	55,3	55,3	55,3	55,3	55,3
44,5	55,3	-	55,3	55,3	55,3	-
47,6	59,9	-	59,9	59,9	59,9	-
50,8	59,9	-	59,9	59,9	59,9	-
57,2	-	-	59,9	-	-	-

Grilli a (Ω)



J	A	C	D	rodano			rodano			Q	R	W	Y	carico di	
				H	H+	K	O	O+	P					pos-	stato
				mm	mm	mm	mm	mm	mm					N	kN
6,3	47,6	32,5	7,9	28,0	1,5	11,1	11,9	1,5	37,3	3,0	3,5	19,8	17,5	0,5	25
7,9	54	37,3	9,5	31,8	1,5	14,3	13,4	1,5	44,5	4,7	4,7	23,4	20,0	0,8	37
9,5	64,7	45,2	11,1	39,1	3,1	15,9	16,6	1,5	51,1	5,5	5,1	26,1	24,6	1,4	50
11,1	74,6	51,5	12,7	44,5	3,1	18,2	18,7	1,5	59,3	6,3	5,9	29,3	28,6	2,1	70
12,7	85,7	58,7	15,9	50,8	3,1	23,8	20,6	1,5	71,4	7,9	7,9	33,3	33,3	3,2	100
15,9	107,9	74,6	19,1	63,5	3,1	27	27	1,5	86,5	9,5	8,7	42,9	39,7	6,2	160
19,1	130,1	88,9	22,2	76,2	4,5	31,8	31,8	1,5	102,1	11,1	10,3	50,8	47,6	10,7	230
22,2	146,1	102,3	25,4	82,6	4,5	36,5	36,5	1,5	117,5	12,7	11,9	57,9	54	14,0	290
25,4	165,1	119,1	28,6	95,3	4,7	41,3	42,9	1,5	134,9	14,3	13,4	68,3	64,3	22,2	420
28,6	185,7	130,9	31,8	107,9	6,3	46	46	1,5	149,2	15,9	15	73,8	69,9	32,2	470
31,8	203,2	146,1	34,9	114,7	6,3	49,2	50,8	1,5	163,3	17,5	15,9	82,6	76,2	42,2	600
34,9	228,4	161,9	38,1	133,3	6,3	54	57,2	3,1	180,8	19,1	17,5	92	82,6	58,2	620
38,1	250,8	174,6	41,3	146,1	6,3	58,7	61,3	3,1	194,4	20,6	19,1	98,4	91,3	77,8	700
41,3	301,8	215,9	50,8	171,8	6,3	73	73	3,1	233,3	23,4	23,8	127	107,9	122,3	900
50,8	339,7	247,7	57,2	196,9	6,3	80,9	82,6	3,1	262,7	28,6	26,1	146,1	123,8	182,8	1080
57,2	380,3	279,4	63,5	234,9	6,3	90,5	95,3	3,1	299,2	31,8	29,3	165,1	127	213,6	1380
63,5	441,3	311,1	69,9	266,7	19,1	100	101,6	3,1	329,4	34,9	32,5	180,9	139,7	267	1690
69,9	476,1	339,7	76,2	292,1	19,1	*	114,3	3,1	-	-	-	184,1	152,4	413,8	1750
76,2	530,1	368,3	82,6	330,2	19,1	*	127	6,3	-	-	-	280	165,1	529,5	3750



h	A	C	D	toleranza			toleranza			P	Q	Y	peso N	rottura kN
				h	A	C	D	P	Q					
6,3	41,3	24,6	7,9	22,0	1,5	12,7	11,9	1,5	31,8	4,3	17,5	0,5	25	
7,9	48,4	29,1	8,5	25,4	1,5	14,3	13,4	1,5	36,1	4,3	20,0	0,7	37	
9,3	59,1	35,7	11,1	31,8	1,5	15,9	16,6	1,5	44,5	4,7	24,6	1,2	50	
11,1	69,9	40,4	12,7	36,1	1,5	17,5	18,2	1,5	47,6	4,7	26,0	1,4	70	
12,7	80,1	46	15,9	42,4	1,5	22,2	20,6	1,5	57,2	4,7	33,7	5	100	
15,9	96	56,7	19,1	50,8	3,1	25,4	27	1,5	60,9	4,7	39,7	5,6	160	
19,1	111,1	66,9	22,2	57,2	6,3	30,9	31,8	1,5	95,5	8,2	47,6	9	270	
22,2	135,3	80,8	25,4	71,4	6,3	34,1	36,5	1,5	95,5	6,3	54	14,5	290	
25,4	150,8	95,7	28,6	80,9	6,3	42,9	42,9	3,1	107,9	9,5	60,3	21,1	420	
28,6	168,3	105,1	31,8	88,9	6,3	46	46	3,1	120,7	9,5	69,9	29,5	470	
31,8	180,9	114,3	34,9	93,7	6,3	48	50,8	3,1	130,1	9,5	76,2	39,6	600	
34,9	206,3	127	38,1	114,3	6,3	54	57,2	3,1	146,1	9,5	82,6	58,1	620	
38,1	230,1	140,3	41,3	127	6,3	58,7	60,7	3,1	155,5	9,5	88,9	71,2	700	
44,5	274,6	161,9	50,8	130,8	6,3	65,1	73	3,1	184,1	12,7	107,9	122,5	900	
50,8	312,7	184,1	57,2	171,5	6,3	65,1	82,6	3,1	208,5	12,7	125,8	175,7	1080	
57,2	330,2	209,5	63,5	177,8	19,1	69,9	95,7	3,1	236,1	12,7	127	203,6	1350	
63,5	358,7	228,6	68,9	190,5	19,1	85,7	104,6	3,1	261,5	12,7	139,7	207	1600	
69,9	387,3	254	76,2	205,2	19,1	107,9	114,7	3,1	276,2	15,9	152,4	403,8	1750	
76,2	416,1	279,4	82,6	215,9	19,1	120,7	127	3,1	304,8	15,9	165,1	480,6	1750	

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

D. H. GEIGER, M. MAJOWIECKI: *Large-Span Pneumatic Structures Reinforced by steel cables. Acier-StahlSteel n° 9, 1977.*

D. H. GEIGER: *U. S. Pavilion at Expo 70; Features Air-Supported Cable Roof. Civil Engineering ASCE, March 1970.*

S. HAGIESCU: *Dynamic response of flexible system of structures to earthquake motion. Third International Conference on Space Structures, Galford, U.K. September 1984.*

M. KERNER: *Tensostrukturas. Vivienda n° 218, Settembre 1980. BS. AS.*

Z. S. MAKOWSKI (ed.): *Analysis, Design and Construction of Double-Layer Grids. Applied Science Publishers LTD, London 1981.*

R. BERGERMANN: *Seilkonstruktionen Untersuchungen an Seilköpfen. SFB 64, Universität Stuttgart, 1973.*

U. NURBERGER, M. PATZAK: *Metallische Verankerungen für dynamisch beanspruchte Zugglieder. SFB 64, Universität Stuttgart, 1978.*

H. ALTMANN: *Seilkonstruktionen Untersuchungen an Klemmen für verschlossene Spiralseile. SFB 64, Universität Stuttgart, 1972.*

J. H. ARGYRIS, P. C. DUNNE, T. ANGELOPOULOS: *Nonlinear oscillations using the finite element technique. SFB 64, Universität Stuttgart, 1975.*

J. H. ARGYRIS, P. C. DUNNE, T. ANGELOPOULOS: *Dynamic Response by large integration. SFB 64, Universität Stuttgart, 1975.*

F. NICHOLAS, F. MORRIS: *Modal analysis of cable Networks. ASCE ST1, January 1975.*

D. P. GREENBERG: *Inelastic analysis of suspension roof structures. ASCE ST5 May 1970.*

J. JONATOWSKI, C. BIRNSTIEL: *Inelastic stiffened suspension space structures.*

E. L. HOUGHTON, N. B. CARRUTHERS: *Wind Forces on building and Structures, an introduction. E. Arnold LTD, London 1976.*

A. MAURO, L. DE POI: *Sul calcolo degli orditi spaziali di funi dotati di nodi semplici e di elementi nodali rigidi. Costruzioni Metalliche n° 1, 1973.*

A. SIEV: *Experimental study of Flutter in Suspended roofs. IASS bulletin n° 23, September 1965.*

Y. TSUBOI, M. KAWAGUCHI: *Design Problems of suspension roof structures. IASS Bulletin n° 28, December 1966.*

G. MAIER, O. DE DONATO: *Sulla statica delle tensostrutture piane. Costruzioni Metalliche n° 6, 1971.*

E. H. DOWELL: *A Modern course in aeroelasticity. Sijthoff & Noordhoff 1980.*

A. PUGSLEY: *The theory of Suspension Bridge. E. Arnold LTD, London 1968.*

J. SZABO, L. KOLLAR: *Structural design of cable suspended roofs. J. Wiley & Sons New York 1984.*

M. N. NEWMARK: *A Method of computation for structural dynamics. Journal of Mechanic Division ASCE 85 EM3, 1959.*

A. C. SCORDELIS, T. Y. LYN: *Cable suspended concrete structures. IASS Conference of Alma Ata 1977.*

F. BARON, S. VENKATESAN: *Non linear analysis of cable and truss structures. ASCE ST2, February 1971.*

G. A. KORN, T. M. KORN: *Mathematical Handbook for Scientist and Engineers. Mc Graw-Hill, New York 1961.*

P. MATILDI, A. MAURO, L. DE POI, F. MOLLETTA: *Indagine sperimentale sulle travate piane di funi ad elementi di collegamento verticali. Note 1, II, III, IV. Costruzioni Metalliche n° 4,5,6/1973 e n° 2/1974.*

- J. MICHALOS, C. BIRNSTIEL:  
*Movements of a cable due to changes in loading.* ASCE ST 12, December 1960.
- A. H. PEYROT:  
*Marine Cable Structures.* ASCE ST12, December 1980.
- T. O'BRIEN, A. J. FRANCIS:  
*Cable Movements under two-dimensional loads.* ASCE ST3, June 1964.
- K. LINKWITZ, H. J. SCHEK, L. GRUNDIG:  
*Die Gleichgewichtsberechnung von Seilnetzen unter Zusatzbedingungen.* Ingenieur-Archiv, 43/1974.
- J. H. ARGYRIS, T. ANGELOPOULOS, B. BICHAT:  
*A general Method for the shape Findings of lightweight tension structures.* ISD Report n° 146 Stuttgart, 1973.
- C. KNUDSON:  
*Response of cable net Structures under dynamic loads.* IASS Pacific Symposium on Tension Structures and Space Frames, Tokyo and Kyoto 1972.
- J. MICHALOS:  
*The Structural analysis of space NetworkSpace Structures.* R.M. Davies, University of Surrey, September 1966.
- H. ENGEL:  
*Tragsysteme.* Deutsche Verlags-Anstalt Stuttgart, 1967.
- U. OTTO:  
*Seilkonstruktionen-Verfahren zur Näherungsberechnung von Kräften und Verformungen in Seilen und Vorgespannten Seilnetzen.* SFB 64, Universität Stuttgart, 1974.
- L. GRUNDIG:  
*Die Berechnung Vorgepannter Seil- und Hängernetze unter Berücksichtigung ihrer topologischen und physikalischen Eigenschaften und der Ausgleichsberechnung.* SFB 64, Universität Stuttgart.
- C. BIRNSTIEL:  
*Analysis and design of cable Structures.* Computers & Structures Vol. 2, Pergamon Press 1972.
- G. GRILLAUD, J. GADEMER:  
*Etude de la réponse dynamique d'une structure gonflable: étude en soufflerie.* Symposium International sur les structures gonflables. CIB Venise, Juin 1977.
- J. J. JENSEN:  
*An Investigation of Static and Dynamic Behavior of Suspension Structures.* IASS Pacific Symposium-Part II on Tension Structures and Space Frames, Tokyo and Kyoto, October 1971.
- H. MOLLMANN:  
*Analysis of Plane Prestressed Cable Structures.* ASCE, J. Struct. Div., vol. 96, ST10, October 1970.
- A. G. DAVENPORT:  
*Gust Loading Factors.* ASCE, J. Struct. Div., vol. 93, ST3, June 1967.
- M. SALVADORI, R. HELLER:  
*La struttura in Architettura.* Ed. Et-As Kompass, 1964.
- A. K. KAR, C. Y. OKAZAKI:  
*Convergence in Highly Non-linear Cable Net Problems.* ASCE, J. Struct. Div., vol. 99, ST3, March 1973.
- P. RICE:  
*Notes on the Design of Cable Roofs.* IASS Pacific Symposium-Part II on Tension Structures and Space Frames, Tokyo and Kyoto, October 1971.
- H. MOLLMANN:  
*Analytical Solution for a Cable net over a Rectangular Plan.* IASS Pacific Symposium Part II on Tension Structures and Space Frames, Tokyo and Kyoto, October 1971.
- P. KRISHNA:  
*Theoretical Analysis of Prestensioned Cable Networks.* IASS Pacific Symposium-Part II on Tension Structures and Space Frames, Tokyo and Kyoto, October 1971.
- H. TOTTENHAM, M. A. KHAN:  
*Elastic Non-linear Analysis of Prestressed Cable Networks using Equivalent Continuum Theory.* IASS Pacific Symposium Part II on Tension Structures and Space Frames, Tokyo and Kyoto, October 1971.
- A. G. DAVENPORT:  
*The Application of Statistical Concepts to the Wind Loading of Structures.* Inst. Civ. Eng. London vol. 19, 1961.
- W. T. O'BRIEN, A. J. FRANCIS:  
*Cable Movements under Two Dimensional Loads.* ASCE, J. Struct. Div., vol. 90, ST3, June 1964.
- S. S. TEZCAN, S. CHERRY, B. C. MAHAPATRA:  
*Dynamic Analysis of Cable Structures.* IASS Pacific Symposium Part II on Tension Structures and Space Frames, Tokyo and Kyoto, October 1971.
- H. A. BUCHHOLDT, N. K. DAS, A. J. AL-HILLI:  
*A Gradient Method for the Analysis of Cable Structures with Flexible Boundaries.* International Conference on Tension Roof Structures, Polytechnic of Central London, April 8-10, 1974.
- Y. TSUBOI, S. KAWAMATA:  
*The design and construction of a suspension structure.* International Conference on Space Structures, University of Surrey, settembre 1966, edited by R.M. Davies. Blackwell Scientific Publications, 1967.
- J. H. ARGYRIS, D.W. SCHARPF:  
*Large Deflection Analysis of Prestressed Network.* ASCE, J. Struct. Div., vol. 98, ST3, March 1972.

- G. R. BUCHANAN:  
*Two-dimensional Cable Analysis.* ASCE, J. Struct. Div., vol. 96, no ST7, July 1970.
- R. PEARSON, M. DICKSON:  
*A Study in Structural Performance and Protection in Fire of a Cable Roof Design.* International Conference on Tension Roof Structures, Polytechnic of Central London, April 8-10, 1974.
- A. SIEV, J. EIDELMAN:  
*Stress Analysis of Prestressed Cable Roofs.* ASCE, J. Struct. Div., vol. 90, ST4, August 1964.
- V. HANGLEITER:  
*Problems of Accuracy with Prestressed Cable-Net-Structures-Report on Observations and Tests with the Cable-nets for the Olympic Roofs.* International Conference on Tension Roof Structures, Polytechnic of Central London, April 8-10, 1974.
- H. A. BUCHHOLDT, J. S. CHANA:  
*The Influence of Design Parameters on the Natural Frequencies of Cable Beams.* International Conference on Tension Roof Structures, Polytechnic of Central London, April 8-10, 1974.
- K. GABRIEL:  
*Structural Design of Cable-suspended Structures.* International Conference on Tension Roof Structures, Polytechnic of Central London, April 8-10, 1974.
- R. A. WILLIAMSON, H.F. STEVENSON, P.W. VANDARPAS:  
*Computer Design of a Tower and Cable System.* ASCE, J. Struct. Div., vol. 92, ST12, December 1966.
- W.C. KNUDSON:  
*Response of Cable Net Structures Under Dynamic Loads.* IASS Pacific Symposium Part II on Tension Structures and Space Frames, Tokyo and Kyoto, October 1971.
- N.F. MORRIS:  
*Dynamic Response of Cable Networks.* ASCE, J. Struct. Div., vol. 100, ST10, October 1974.
- K. F. SAYAR:  
*On the Static Analysis of a Hanging Roof as a Prestressed Cable Network.* IASS Pacific Symposium Part II on Tension Structures and Space Frames, Tokyo and Kyoto, October 1971.
- M. WAKABAYASHI, T. NAKAMURA, K. MINAMI, M. SHIBATA:  
*An Approach to Structural Design of a Prestressed Cable Net Structure.* IASS Pacific Symposium Part II on Tension Structures and Space Frames, Tokyo and Kyoto, October 1971.
- T.M. MURRAY, N. WILLEMS:  
*Analysis of Isostatic Suspension Structures.* ASCE, J. Struct. Div., vol. 97, ST12, December 1971.
- Y. KONISHI, T. MORITANI, Y. TAKEMURA:  
*Structural Design of Prestressed Cable Roof.* IASS Pacific Symposium Part II on Tension Structures and Space Frames, Tokyo and Kyoto, October 1971.
- T. W. O'BRIEN:  
*General Solution of Suspended Cable Problems.* ASCE, J. Struct. Div., vol. 93, ST1, February 1967.
- S. TEZCAN, P. KRISHNA:  
*Numerical solution of non linear structures.* ASCE, J. Struct. Div., ST6 June 1968.
- J. B. SCALZI, W. K. MCGRATH:  
*Mechanical Properties of Structural Cables.* ASCE, J. Struct. Div., vol. 97, ST12, December 1971.
- P. MONAERT:  
*Taitares en cables.* Bulletin IASS, n° 7, 1960-61.
- T. J. POSKITT:  
*Numerical solution of non linear structures.* ASCE, J. Struct. Div., ST4, August, 1967.
- A. ZINGALI:  
*Remarks on the Dynamic Characteristics of a Large Net Hanging Roof Structure.* Conference on Tension Roof Structures, Polytechnic of Central London, April 8-10, 1974.
- J. A. STERNER:  
*Fabrication and Erection of Cable Supported Roof.* Civil Engineering vol. 37, 10, October 1967.